



Rômulo Rodrigues de Oliveira

Inversão Magnética discreta 3D baseada na teoria dos grafos para determinar o arcabouço magnético de fontes isoladas. Aplicação na anomalia magnética de Cabo Frio, RJ

Niterói, RJ - Brasil

20 de dezembro de 2022

Rômulo Rodrigues de Oliveira

Inversão Magnética discreta 3D baseada na teoria dos grafos para determinar o arcabouço magnético de fontes isoladas. Aplicação na anomalia magnética de Cabo Frio, RJ

Dissertação de mestrado apresentada ao programa de pós-graduação em Dinâmica dos Oceanos e da Terra (DOT) como exigência parcial para obtenção do título mestre em Geologia e Geofísica.

Universidade Federal Fluminense - UFF

Orientador: Rodrigo Bijani

Niterói, RJ - Brasil

20 de dezembro de 2022

Rômulo Rodrigues de Oliveira

Inversão Magnética discreta 3D baseada na teoria dos grafos para determinar o arcabouço magnético de fontes isoladas. Aplicação na anomalia magnética de Cabo Frio, RJ

Dissertação de mestrado apresentada ao programa de pós-graduação em Dinâmica dos Oceanos e da Terra (DOT) como exigência parcial para obtenção do título mestre em Geologia e Geofísica.

Avaliado pela seguinte comissão examinadora:

Cosme Ferreira da Ponte Neto
COGE/ON

Flora Ferreira Solon
DOT/UFF

André Luis Albuquerque dos Reis
PPGG/UERJ

Mário Martins Ramos (suplente)
GIECAR/UFF

Diego Takahashi Tomazella (suplente)
GIECAR/UFF

Niterói, RJ - Brasil
20 de dezembro de 2022

Ficha catalográfica automática - SDC/BIG
Gerada com informações fornecidas pelo autor

D278i De Oliveira, Rômulo Rodrigues
Inversão Magnética discreta 3D baseada na teoria dos grafos para determinar o arcabouço magnético de fontes isoladas. Aplicação na anomalia magnética de Cabo Frio, RJ / Rômulo Rodrigues De Oliveira. - 2022.
75 f.

Orientador: Rodrigo Bijani Santos.
Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense, Instituto de Geociências, Niterói, 2022.

1. Inversão magnética. 2. Algoritmo genético. 3. Teoria dos Grafos. 4. Arraial do Cabo - RJ. 5. Produção intelectual. I. Santos, Rodrigo Bijani, orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Geociências. III. Título.

CDD - XXX

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer o meu orientador Rodrigo Bijani por aceitar o desafio de me ajudar neste caminho, pela paciência durante o projeto, pela disponibilidade e por toda a sua dedicação. O começo do trabalho foi de adaptação porém nunca faltou palavras e gestos de apoio, principalmente durante a pandemia.

Agradeço a Universidade Federal Fluminense, em especial ao Programa de Pós Graduação Dinâmica dos Oceanos e da Terra - DOT, agradeço pela oportunidade de ingressar e continuar em um ambiente de ensino tão bom, no qual eu estou inserido desde a graduação, aos docentes que participaram de toda a minha trajetória acadêmica até aqui e aos funcionários que sempre me ajudaram dentro do possível.

Agradeço a CAPES pela bolsa que foi muito importante para a realização deste trabalho.

Gostaria de agradecer especialmente a minha família, pelo apoio, confiança, sacrifícios que foram feitos para que eu tivesse a base material e psicológica possível para dar mais este passo, mais uma vez dedico este processo a todos vocês. Em especial agradeço aos meus quatro pilares principais Ivanilda da Motta Rodrigues, Júlio César Fontes de Oliveira, Manoel de Oliveira e Maria Fontes de Oliveira que me transformaram em tudo que sou hoje, por meio dos seus inúmeros ensinamentos e exemplos dados em toda a minha vida.

A minha esposa ÉliSSa dos Santos de Oliveira só posso agradecer por toda a paciência (que acredito que foi muita), pela cumplicidade ao longo desses anos do desenvolvimento do mestrado. Muito obrigado por tudo, essa vitória é nossa.

Aos meus amigos da graduação que continuaram presente ao longo desse período, gostaria de agradecer imensamente, todas as mensagens e rolês foram de fundamental importância para que eu conseguisse estar aqui agora escrevendo essa dissertação. Gostaria de destacar "A panela dentro da panela"(Edson/Peruano, Hellen, Natacha e Thaisa) um grupo de amigos que tiveram comigo nos momentos cruciais dessa jornada, obrigado por tudo.

Dedico especialmente esta dissertação para a minha mãe Ivanilda da Motta Rodrigues a pessoa que mais apoiou em toda a minha trajetória, desde os primeiros dias de escola até a minha vida universitária, com o seu esforço e luta diária tornou possível o nosso sonho fosse realizado, mais uma vez, me dando todo o suporte para que este momento chegasse. Espero novamente ser o motivo do seu orgulho. Essa vitória é nossa!

Resumo

Problemas inversos em geofísica são na maioria mal-postos. No caso magnético, a instabilidade está na dificuldade em estimar geometria e propriedades magnéticas simultaneamente. A estimativa do vetor de magnetização total e/ou da geometria da fonte causadora são os principais objetivos comerciais do método. Muitas são as metodologias desenvolvidas para solucionar os problemas separadamente. Num primeiro caso, a direção de magnetização é dita induzida e então a geometria pode ser estimada. Tem-se também o caso em que a direção de magnetização é estimada a partir de premissas a respeito da geometria da fonte causadora. Com o objetivo de contribuir neste cenário, este estudo propõe uma inversão magnética discreta tridimensional estável, para fontes isoladas e homogêneas, que estima simultaneamente o arcabouço magnético e a direção de magnetização do corpo estudado a partir dos dados de anomalia magnética de campo total. Para isso, um conjunto de dipolos magnéticos elementares é aleatoriamente distribuído pelo modelo interpretativo 3D. Para solucionar o problema inverso, utiliza-se o algoritmo genético hierárquico, que tem como propósito minimizar a função mono-objetivo no sentido dos mínimos quadrados. Para definir adequadamente os limites de busca de alguns dos parâmetros a serem estimados, técnicas semi-automáticas como a correlação cruzada generalizada e a deconvolução de Euler foram utilizadas. Para contornar as ambiguidades do problema inverso magnético, utilizamos a função de equidistância, baseada na teoria dos grafos e na solução do problema da árvore espalhada de custo mínimo. Dessa forma, ao minimizar a função de equidistância juntamente com a de desajuste dos dados, conferimos compacidade ao conjunto de dipolos magnéticos e conseqüentemente, garantimos a premissa de fonte isolada. Para balancear a relação entre as funções mencionadas, calculamos o parâmetro de regularização ideal por meio da técnica da curva L. Testes em dados sintéticos ruidosos foram desenvolvidos para investigar a eficácia da metodologia adotada em ambiente controlado. No primeiro caso, a anomalia magnética de campo total produzida por um modelo de dique vertical uniforme é considerado. A nuvem de dipolos estimou satisfatoriamente o arcabouço magnético do dique vertical e ainda determinou a direção do vetor de magnetização total. O segundo teste consistiu de um dique inclinado e uniforme. O conjunto de dipolos também determinou o arcabouço magnético do dique inclinado, tendo maior dificuldade em estabelecer a direção de mergulho, especialmente nas maiores profundidades e também estimou com precisão a direção do vetor de magnetização. O terceiro e último teste sintético, compreende de uma soleira uniforme e isolada. O arcabouço magnético foi determinado com sucesso, mesmo encontrando dificuldades para estimar os limites verticais do corpo. Assim como os testes sintéticos anteriores, a estimativa do vetor de magnetização foi bem próxima do valor verdadeiro, indicando que, para os casos mais simples, a metodologia funciona adequadamente. A aplicação real foi realizada em um conjunto de dados aero-magnéticos da região de Arraial do Cabo. Neste caso, a nuvem de dipolos apresentou boa compacidade

ao redor da região do Morro do Forno e a Ponta da Prainha. No entanto, do ponto de vista da interpretação geológica, pouco se pode afirmar a respeito do arcabouço magnético estimado, devido ao enxame de diques alcalinos interpretados na região. A direção de magnetização estimada indica baixa remanência magnética. Vale ressaltar que o arcabouço magnético estimado respeitou a direção SW-NE dos diques alcalinos da região. Baseado nos resultados apresentados, aplicação do método proposto mostra-se viável em áreas com poucas informações *a priori*. Dessa forma, o arcabouço magnético pode ser relevante para outros métodos de inversão magnética.

Palavras-chave: Inversão magnética, Algoritmo genético, Teoria dos Grafos, Estabilização, Arraial do Cabo - RJ.

Abstract

Inverse problems in geophysics are mostly ill-posed. In the magnetic case, the instability lies in the difficulty in simultaneously estimating geometry and magnetic properties. The method's primary business goal is to estimate the total magnetization vector and/or the geometry of the causative source. There are many methodologies developed to solve the problems separately. In the first case, the geometry is estimated if known the magnetization direction or is suggested to be induced by the local magnetic field. In another case, the magnetization direction is calculated from assumptions about the geometry of the source. In order to contribute to this scenario, this study proposes a stable three-dimensional discrete magnetic inversion for isolated and homogeneous sources, which simultaneously estimates the magnetic framework and the magnetization direction of the sources from the total field magnetic anomaly data. Therefore, a randomly distributed set of elementary magnetic dipoles in the 3D interpretive model. The hierarchical mono-objective genetic algorithm solves the inverse problem, which aims to minimize the mono-objective function in the sense of least squares. To properly define the search limits of some of the parameters to be estimated, semi-automatic techniques such as generalized cross-correlation and Euler deconvolution were employed. To avoid the ambiguities of the inverse magnetic problem, we use the equidistant function based on graph theory and the solution of the Minimum Spanning Tree problem. Consequently, during the minimization of both equidistant and data-misfit functions, we confer compactness to the set of magnetic dipoles and, accordingly, certify the assumption of isolated sources. We calculated the ideal regularization parameter using the L-curve technique to balance the relationship between the above-mentioned functions. We developed tests on noisy synthetic data to investigate the efficacy of the methodology in a controlled environment. The total field magnetic anomaly produced by an uniform vertical dike model is assumed in the first case. The dipole cloud satisfactorily estimated the vertical magnetic dike framework and accurately determined the total magnetization direction. The second test consisted of an uniform dipping dike. The set of dipoles reasonably defined the magnetic framework of the dipping dike, particularly at shallow zones and also accurately estimated the magnetization direction. The third synthetic test comprises an uniform and isolated sill. The magnetic framework was successfully determined even though it was difficult to estimate the vertical limits of the body. Similarly to previous synthetic tests, the estimated magnetization direction vector was very close to the true one, suggesting that the methodology works properly for the most simple cases. The application on a set of aeromagnetic data from the Arraial do Cabo region. In this case, the dipole cloud showed good compactness around the Morro do Forno and Ponta da Prainha areas. However, from the perspective of geological interpretation, little can be said about the estimated magnetic framework due to the swarm of alkaline dykes interpreted in the region. The calculated magnetization direction

indicates low magnetic remanence. It is worth mentioning that the estimated magnetic framework respected the SW-NE direction of the alkaline dykes in the region. As a final remark, the applicability of the presented method is relevant in areas with little prior geological knowledge.

Keywords— **Magnetic inversion, Genetic Algorithm, Graph Theory, Stabilization, Arraial do Cabo**

Sumário

Sumário	9	
Lista de ilustrações	11	
Lista de tabelas	15	
1	INTRODUÇÃO	17
2	METODOLOGIA	22
2.1	O problema magnético	22
2.2	Formulação do problema direto	22
2.3	Formulação do problema inverso	24
2.4	Estabilização do problema inverso	25
2.4.1	Teoria dos Grafos	26
2.4.2	Árvore espalhada de custo Mínimo	26
2.4.3	Função de Equidistância	27
3	OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA	28
3.1	Algoritmos Genéticos(AGs)	29
3.2	Arquitetura e implementação do Algoritmo Genético hierárquico	
	Mono-objetivo	30
3.2.1	População inicial	31
3.2.2	Avaliação da Função objetivo	31
3.2.3	Seleção dos cônjuges	31
3.2.4	Cruzamento	31
3.2.5	Mutação	32
3.2.6	Hierarquia	32
3.3	Definição dos limites de busca	32
3.3.1	Coordenadas horizontais	32
3.3.2	Momento de dipolo magnético	33
3.3.3	Coordenada vertical	33
3.3.4	Inclinação e Declinação magnética	34
3.3.5	Aspecto prático fundamental	34
4	TESTES EM DADOS SINTÉTICOS	36
4.1	Modelo de um Dique Vertical	36
4.1.1	Limites de busca	36

4.1.2	Curva L	38
4.1.3	Resultados do AG hierárquico	38
4.2	Modelo de um Dique inclinado	42
4.2.1	Limites de busca	42
4.2.2	Curva L	43
4.2.3	Resultados do AG hierárquico	44
4.3	Modelo de uma Soleira	47
4.3.1	Limites de busca	48
4.3.2	Curva L	49
4.3.3	Resultados do AG hierárquico	50
5	APLICAÇÃO EM DADOS REAIS	54
5.1	Contexto Geológico Local	54
5.2	Anomalias magnéticas de Cabo Frio	58
5.2.1	Processamento dos dados	59
5.2.2	Limites de Busca	59
5.2.3	Curva L	61
5.2.4	Resultados do AG hierárquico	62
6	CONCLUSÕES	67
	REFERÊNCIAS	69

Lista de ilustrações

Figura 1 – (a) O modelo interpretativo 3D em coordenadas cartesianas. Em marrom translúcido tem-se uma fonte magnética em subsuperfície. (b) O arcabouço magnético da referida fonte representado por vários dipolos magnéticos elementares. As posições de observação na superfície são representadas por pontos pretos.	22
Figura 2 – Representação esquemática do dipolo magnético d_k (círculo rosa) e da coordenada de observação $P_j(x_j, y_j, z_j)$ (ponto preto). A flecha preta no interior do círculo rosa indica a direção do vetor momento de dipolo magnético \mathbf{m} , enquanto que i e d são a inclinação e declinação do vetor momento, respectivamente.	23
Figura 3 – Um exemplo de grafo. Os símbolos Z, X, Y representam os três vértices específicos e as linhas pretas são as arestas que os conectam. Retirado de Costa (2011)	26
Figura 4 – Exemplo de um (a) grafo formado pelos vértices (A, B, C, D) e as arestas com os pesos $(7, 5, 8, 10, 12, 11)$ e (b) as arestas em azul formando a MST após o uso do algoritmo de Kruskal $(5, 7, 10)$	27
Figura 5 – Fluxograma do AG hierárquico implementado neste trabalho.	30
Figura 6 – O mapa de correlação cruzada para definir o limites de busca da inclinação e declinação magnética. O retângulo em azul mostra a área de busca utilizada no AG. A cruz vermelha é o valor estimado $(-38.72^\circ, -45.76^\circ)$ e o símbolo em preto, o valor a magnetização verdadeira $(-33, -44)$ do dique vertical.	37
Figura 7 – Gráfico da curva L para a inversão da anomalia do dique vertical. O valor de λ tratado como ideal é 1.5.	38
Figura 8 – Gráficos de convergência ao longo das gerações para o teste do dique vertical. (a) Inclinação $i_{3000} = -38.80^\circ$, (b) declinação $d_{3000} = -42.38^\circ$ e (c) intensidade do momento magnético por dipolo $ \mathbf{m}_{3000} = 6.42 \times 10^8 A.m^2$. Os pontos vermelho e verde indicam os limites superior e inferior do espaço de busca, respectivamente. O pentágono azul é a estimativa e o triângulo preto é o valor verdadeiro de cada parâmetro magnético. Convergência da (d) função do ajuste $\phi(\mathbf{q})_{3000} = 0.62$, da (e) função de equidistância $\theta(\mathbf{p})_{3000} = 0.094$ e (f) da função mono-objetivo $\Gamma(\mathbf{q})_{3000} = 0.77$	39
Figura 9 – Solução da nuvem de dipolos para o dique vertical. Visão (a) aérea, (b) lateral e (c) 3D do dique vertical (prisma translúcido) e do conjunto de dipolos magnéticos, representados pelos pontos azuis.	40

- Figura 10 – Análise do ajuste dos dados magnéticos. (a) Sobreposição da anomalia de campo total observada (mapa de cores) e predita (isolinhas). (b) Mapa residual e (c) o histograma dos resíduos. 41
- Figura 11 – O mapa da correlação cruzada para definir o limites de busca da inclinação e declinação magnéticas. O retângulo em azul mostra a área de busca utilizada. A cruz vermelha é o valor estimado ($i = -33.83^\circ$, $d = -17.85^\circ$) e o símbolo em preto é a magnetização verdadeira ($i = -40^\circ$, $d = -16^\circ$) do dique inclinado. 43
- Figura 12 – Gráfico da curva L para a inversão da anomalia do dique inclinado. O valor de λ tratado como ideal é 7.5. 44
- Figura 13 – Gráficos de convergência dos parâmetros magnéticos ao longo das gerações para o teste do dique inclinado. (a) Inclinação $i_{3000} = -35.39^\circ$, (b) declinação $d_{3000} = -13.15^\circ$ e (c) intensidade do momento magnético por dipolo $|\mathbf{m}_{3000}| = 6.18 \times 10^8 \text{ A.m}^2$. Os pontos vermelho e verde indicam os limites superior e inferior do espaço de busca, respectivamente. O pentágono azul é a estimativa e o triângulo preto é o valor verdadeiro de cada parâmetro magnético. Convergência das funções de (d) ajuste $\phi(\mathbf{q})_{3000} = 0.63$, (e) equidistância $\theta(\mathbf{p})_{3000} = 0.045$ e (f) mono-objetivo $\Gamma(\mathbf{q})_{3000} = 0.69$ 45
- Figura 14 – Solução da nuvem de dipolos para o dique inclinado. Visão (a) aérea, (b) lateral e (c) 3D do dique vertical (prismas translúcidos) e do conjunto de dipolos magnéticos, representados pelos pontos azuis. 46
- Figura 15 – Análise do ajuste dos dados magnéticos. (a) Sobreposição da anomalia de campo total observada (mapa de cores) e predita (isolinhas). (b) Mapa residual e (c) o histograma dos resíduos. 47
- Figura 16 – O mapa da correlação cruzada para definir o limites de busca da inclinação e declinação magnéticas. O retângulo em azul mostra a área de busca utilizada. A cruz vermelha é o valor estimado ($i = 40.25^\circ$, $d = -19.25^\circ$) e o símbolo em preto é a magnetização verdadeira ($i = 40^\circ$, $d = -20^\circ$) do dique inclinado. 49
- Figura 17 – Gráfico da curva L para a inversão da anomalia produzida pela soleira. O valor de λ tratado como ideal é 4.2. 50

- Figura 18 – Gráficos de convergência dos parâmetros magnéticos ao longo das gerações para o teste da soleira. (a) Inclinação $i_{5000} = 39.60^\circ$, (b) declinação $d_{5000} = -22.46^\circ$ e (c) intensidade do momento magnético por dipolo $|\mathbf{m}_{5000}| = 4.90 \times 10^9 \text{ A.m}^2$. Os pontos vermelho e verde indicam os limites superior e inferior do espaço de busca, respectivamente. O pentágono azul é a estimativa e o triângulo preto é o valor verdadeiro de cada parâmetro magnético. Convergência das funções de (d) ajuste $\phi(\mathbf{q})_{5000} = 0.30$, (e) equidistância $\theta(\mathbf{p})_{5000} = 0.058$ e (f) mono-objetivo $\Gamma(\mathbf{q})_{5000} = 0.37$ 51
- Figura 19 – Solução da nuvem de dipolos para a soleira. Visão (a) aérea, (b) lateral e (c) 3D da soleira e do conjunto de dipolos magnéticos, representados pelos pontos azuis. 52
- Figura 20 – Análise do ajuste dos dados magnéticos. (a) Sobreposição da anomalia de campo total observada (mapa de cores) e predita (isolinhas). (b) Mapa residual e (c) o histograma dos resíduos. 53
- Figura 21 – Domínios tectônicos e principais estruturas da Província Mantiqueira. Retirado de [Delgado et al. \(2003\)](#). 54
- Figura 22 – Magmatismo no sul-sudeste do Brasil e no oeste africano. Composto pela Província Paraná-Etendeka, e os enxames de diques de Ponta Grossa, Florianópolis, Santos – Rio de Janeiro, Namíbia e Etendeka. Adaptado de [Marques e Ernesto \(2004\)](#). 56
- Figura 23 – Mapa da localidade dos principais corpos alcalinos mencionados ([FIGUEIREDO, 2019](#)). 56
- Figura 24 – Interpretação das intrusões encontradas na cidade de Arraial do Cabo, segundo [Bennio et al. \(2003\)](#). 57
- Figura 25 – Anomalia magnética de Cabo Frio. Em destaque a Ponta da Prainha, o Morro do Forno e a Ilha de Cabo Frio, as regiões com anomalias mais características da área de Arraial do Cabo. 58
- Figura 26 – Etapa de processamento dos dados. (a) Anomalia magnética da região do Morro do Forno, (b) continuação para cima de 400 metros e (c) a anomalia residual utilizada na inversão. 59
- Figura 27 – Mapa dos coeficientes de correlação cruzada para o caso real. A área em azul define o espaço de busca para o par inclinação e declinação. A cruz vermelha é o valor estimado pela correlação cruzada ($i = -28.50^\circ$, $d = 40.50^\circ$) 61
- Figura 28 – Gráfico da curva L para o caso real. Os valores de λ tratados neste caso são 4.7×10^{-2} (preto) e 4.7×10^0 (vermelho). 62

Figura 29 – Gráficos de convergência dos parâmetros magnéticos ao longo das gerações para o caso real. (a) Inclinação $i_{5000} = -30.67^\circ$, (b) declinação $d_{5000} = -36.15^\circ$ e (c) a intensidade do momento magnético por dipolo $\mathbf{m}_{5000} = 8.30 \times 10^7 \text{ A.m}^2$. Os pontos vermelho e verde indicam os limites superior e inferior do espaço de busca, respectivamente. O pentágono azul é a estimativa. Convergência das função (d) do ajuste $\phi(\mathbf{q})_{5000} = 6.11$, (e) de equidistância $\theta(\mathbf{p})_{5000} = 0.020$ e (f) mono-objetivo $\Gamma(\mathbf{q})_{5000} = 6.20$ 63

Figura 30 – Imagens referentes ao dado real. (a) Anomalia observada sobreposta à linha de costa, (b) visão aérea da nuvem de dipolos sobreposta à respectiva anomalia predita, (c) mapa residual entre anomalias observada e predita. (d) Histograma dos resíduos e (e) Distribuição espacial 3D da nuvem de dipolos. 64

Figura 31 – Solução da nuvem de dipolos para o caso real. 65

Lista de tabelas

Tabela 1 – Relação entre a geometria das fontes, os indicies estruturais da deconvolução de Euler e a fonte geológica. A profundidade estimada é relacionada ao centro da fonte.	33
Tabela 2 – Limites de busca para o caso do dique vertical.	37
Tabela 3 – Tabela com os limites de busca para o caso do dique inclinado.	42
Tabela 4 – Tabela com os limites de busca para o caso da soleira.	48
Tabela 5 – Limites de busca para o caso real.	60

Lista de abreviaturas e siglas

AG	Algoritmo Genético
AGE	Algoritmo Genético Elitista
AGH	Algoritmo Genético Hierárquico
AVO	Amplitude Versus Offset
AWO	Algorithm Whale Optimization
CSA	Clonal Selection Algorithm
Ma	Milhões de anos
MST	Minimum Spanning Tree
OGM	Otimização Global Metaheurística
PSO	Particle Swarm Optimization
PSO/ES	Otimização Enxame de Partículas e Estratégias de Evolução
PSO/GA	Particle Swarm Optimization and Genetic Algorithms
RTP	Reduction to the Pole
SSO	Social Spider Optimization

1 Introdução

A interpretação de dados magnéticos pode ser considerada uma valiosa busca pelo conhecimento da subsuperfície. As perturbações, ou anomalias, do campo magnético total medidas na superfície da Terra são as bases do método magnético. Essas perturbações são causadas por variações das propriedades magnéticas e/ou da geometria dos eventuais alvos geológicos em subsuperfície (ALMEIDA, 1986; BLAKELY, 1996; BARBOSA; SILVA, 2011). A caracterização das anomalias magnéticas é uma atividade desafiadora em função da magnetização total ser uma propriedade física vetorial, cujas componentes são induzida e remanescente (DANNEMILLER; LI, 2006; LELIÈVRE; OLDENBURG, 2009). A primeira depende do campo magnético indutor no local do levantamento e da susceptibilidade magnética da fonte causadora (BARBOSA; SILVA, 2011). A segunda, também conhecida como remanente, está associada à magnetização permanente adquirida pela fonte causadora durante a gênese da rocha (TELFORD et al., 1990). Normalmente, a componente remanente do vetor de magnetização total difere da direção do campo magnético indutor (TELFORD et al., 1990; BLAKELY, 1996; KEAREY; BROOKS; HILL, 2002). Com o efeito, as estimativas da intensidade e direção do vetor magnetização total de alvos geológicos a partir da anomalia magnética pode ser considerado um problema relevante da Geofísica aplicada. Duas são as alternativas para solucionar este problema: A primeira consiste na aplicação de técnicas de transformação dos dados magnéticos a fim de realçar simetrias específicas nos dados transformados (ROEST; PILKINGTON, 1993; FEDI; FLORIO; RAPOLLA, 1994; DANNEMILLER; LI, 2006; GEROVSKA; STAVREV, 2006; GEROVSKA; ARAÚZO-BRAVO; STAVREV, 2009; ZHANG et al., 2018; JIAN et al., 2022). Recentemente, Ribeiro-Filho, Bijani e Ponte-Neto (2020) apresentam uma generalização da correlação cruzada, proposta por Dannemiller e Li (2006), para baixas inclinações magnéticas. Os gradientes horizontal e total da anomalia magnética reduzida ao pólo são calculados no domínio do espaço em baixas inclinações magnéticas para uma malha de direções do vetor de magnetização total. O máximo valor do coeficiente de correlação indica a maior probabilidade de que a direção de magnetização total seja a verdadeira para o alvo geológico. Vale salientar que a técnica perde confiabilidade quando a anomalia magnética é produzida por fontes interferentes e/ou heterogêneas. Neste trabalho, utilizamos a correlação cruzada generalizada para aprimorar a estimativa da direção de magnetização total de fontes isoladas.

Outra possibilidade para estimar o vetor de magnetização total é através da inversão magnética. Essa, basicamente, é resolvida por meio da minimização de uma função que avalia o desajuste entre as anomalias magnéticas observada e predita. A predição de dados magnéticos é uma etapa fundamental e depende da consistência entre o modelo paramétrico e as leis físicas que regem o magnetismo (BLAKELY, 1996; TARANTOLA, 2005). No entanto,

as diversas ambiguidades entre a propriedade magnética e a geometria da fonte causadora exigem que restrições ao problema inverso sejam consideradas (BARBOSA; SILVA, 2011; OLIVEIRA et al., 2015; BIJANI et al., 2017; VITAL; JR; BARBOSA, 2021). Pioneiramente, Li e Oldenburg (1996) estimam a distribuição 3D de susceptibilidades magnéticas em um modelo interpretativo composto por prismas justapostos. Neste caso, os autores assumem que a direção de magnetização do modelo é induzida pelo campo magnético total local. Para estabilizar o problema, funções de ponderação em profundidade são consideradas em conjunto com a regularização de Tikhonov. Seguindo a mesma diretriz, Lelièvre e Oldenburg (2009) estimam a direção do vetor de magnetização total por meio da discretização da subsuperfície em prismas justapostos. Severas restrições topológicas são impostas ao modelo interpretativo para que as estimativas sejam consistentes. Reis (2016) propõe uma espécie de tomografia magnética, formulada no domínio do espaço, para inverter dados magnéticos em alta resolução e com isso determinar a direção do vetor de magnetização total de uma amostra de rocha. O modelo interpretativo neste caso consiste de alguns prismas retangulares justapostos em cujos a magnetização é uniforme e o problema é estabilizado pela regularização de Tikhonov de primeira ordem (TIKHONOV; ARSEININ, 1977). Liu et al. (2018) lidam com a remanência e a desmagnetização em um modelo 3D também composto por prismas com o propósito de estimar o vetor de magnetização total de forma estável. Jorgensen e Zhdanov (2021) apresentam uma nova metodologia para estimar a distribuição espacial do vetor de magnetização total de formações rochosas com magnetização remanente. Isso se dá através da inversão conjunta entre dados magnéticos e a gravimetria, cujas restrições de Graiman e estabilizadores de aglutinação conjunta são utilizados. Em todos os trabalhos supracitados, o modelo de blocos é utilizado para linearizar o problema inverso. Este modelo geofísico compromete a estimativa da geometria da fonte causadora. Como alternativa, (OLIVEIRA et al., 2015) estimam a direção do vetor de magnetização usando a anomalia magnética produzida por uma esfera cujas coordenadas cartesianas são determinadas pelo método da deconvolução de Euler (REID et al., 1990). Neste caso, a geometria da fonte foi severamente simplificada para que estimativa do vetor de magnetização fosse obtida. Seguimos diretriz semelhante e utilizamos um conjunto de dipolos elementares para estimar o arcabouço magnético de alvos geológicos isolados. Dessa forma, podemos conferir maior flexibilidade ao modelo interpretativo e estimar, simultaneamente, a direção do vetor de magnetização total e o arcabouço magnético da fonte causadora.

Além do vetor de magnetização, a inversão de anomalias magnéticas também estima a geometria das fontes causadoras em subsuperfície. Para isso, normalmente, presume-se que o vetor de magnetização total seja conhecido ou induzido pelo campo magnético total da Terra nas imediações (PORTNIAGUINE; ZHDANOV, 2002; DAVIS; OLDENBURG, 2012; BIJANI et al., 2017). Em geral, para solucionar este problema o modelo em blocos retangulares deixa de ser prioridade, sendo então substituído por configurações mais

complexas, que tornam o problema inverso não linear nas coordenadas (BLAKELY, 1996; ZHDANOV, 2002; BARBOSA; SILVA, 2011; BIJANI et al., 2017). Nessa linha, Zuo et al. (2021) propõe em seu trabalho uma inversão 3D para estimar a geometria de fontes magnéticas complexas em subsuperfície. O modelo interpretativo consiste de uma malha tetraédrica não estruturada cujas equações parciais de Maxwell e o método dos elementos finitos são utilizados. O processo de minimização do problema não linear se dá por meio do método dos Gradientes Conjugados Não-linear (NEWMAN; ALUMBAUGH, 2000). Seguindo a mesma problemática, Vital, Jr e Barbosa (2021) apresentam um método de inversão 3D da geometria de fontes geológicas a partir da anomalia magnética de campo total. Neste caso, o modelo interpretativo consiste da justaposição vertical de prismas poligonais, cujas coordenadas cartesianas dos vértices são os parâmetros a serem estimados durante a inversão não-linear. O método tem como premissa o conhecimento sobre a direção do vetor de magnetização total e impõe suavidade aos parâmetros por meio da regularização de Tikhonov de primeira ordem. A estratégia de Levenberg-Marquardt é utilizada para solucionar o problema não-linear de otimização numérica determinística.

Os métodos de otimização numérica determinísticos baseiam-se na avaliação da curvatura da função objetivo e são fortemente dependentes das estimativas iniciais (GOLDBERG, 1989). Alternativamente, a otimização numérica estocástica, cujos métodos são conhecidos como globais, são algoritmos computacionais que operam uma busca inteligente pelo espaço de soluções a fim de localizar a região ótima da função objetivo (GOLDBERG, 1989; PARKER, 1999). Um subgrupo particular, chamado de otimização global metaheurística (OGM) realiza uma busca aleatória e inteligente pelo espaço de soluções baseada na simulação de fenômenos observados na natureza, como por exemplo, o comportamento de uma colônia de formigas na busca por alimento ou ainda o processo de seleção natural das espécies, proposto por Charles Darwin. Este aspecto apresenta vantagens e desvantagens, tais como:

- Vantagens:

- fuga de eventuais mínimos locais de funções objetivo multi-modais (GOLDBERG, 1989);

- independência das estimativas iniciais (FONSECA; FLEMING et al., 1993);

- flexibilidade diante de funções objetivo singulares (PARKER, 1999; WIRSANSKY, 2020).

- Desvantagens:

- Não há garantias de convergência à solução ótima (SEN; STOFFA, 2013; MALIK et al., 2021);

- Definição do espaço de busca ideal do problema;

Gasto computacional elevado, a depender da parametrização do problema.

Definição de hiperparâmetros dos algoritmos.

Considerando os aspectos descritos anteriormente, há na literatura diversos trabalhos que utilizam a OGM aplicada em diferentes problemas inversos geofísicos. (BIJANI *et al.*, 2015) utiliza o algoritmo genético elitista (AGE) para recuperar o arcabouço de massa de fontes isoladas a partir da anomalia gravimétrica. A estabilização é feita através da minimização da função de equidistância, dada pela solução do problema da árvore espalhada de custo mínimo, que confere compacidade à nuvem de fontes pontuais. Testes em dados sintéticos e reais mostram a eficiência do método em promover uma boa aproximação para a localização do arcabouço estrutural da fonte Geológica em subsuperfície. Jamasb, Motavalli-Anbaran e Ghasemi (2019) propõe o uso do algoritmo híbrido PSO/ES (Otimização pelo Enxame de partículas e Estratégias de Evolução) para inversão 3D de anomalias gravimétricas. Já Essa *et al.* (2022) aplica o algoritmo PSO em anomalias gravimétricas 2D com objetivo de estimar diapiros de lama. A aplicação aos métodos sísmicos é exemplificada no trabalho de Yan *et al.* (2020), onde o algoritmo de seleção de clones (CSA) (CASTRO; ZUBEN, 2002) estima os parâmetros elásticos AVO (*Amplitude Versus Offset*, em inglês). Adentrando no método magnético, de forma mais específica na inversão de dados 2D, foram desenvolvidos métodos com o foco na estimativa de alvos mineralizados, baseando-se neste fato GOBASHY, ABDELAZEEM e ABDRABOU (2020) empregaram o algoritmo de otimização de baleias (AWO), bem como Ben *et al.* (2022) aplicaram a otimização social de aranhas (SSO) e também Sohoul, Molhem e Zare-Dehnavi (2022) que formularam o algoritmo híbrido PSO/GA, formado a partir da junção de operadores do algoritmo PSO e do Algoritmo Genético.

Neste trabalho, adaptamos a metodologia desenvolvida em Bijani *et al.* (2015) com o propósito de estimar o arcabouço magnético e a direção de magnetização de fontes homogêneas e isoladas. Inicialmente, apresentamos o problema magnético a ser solucionado. Em seguida, a formulação matemática do problema direto magnético é detalhada. Então defini-se o problema inverso estabilizado pela função de equidistância. Em seguida, apresentamos brevemente as bases conceituais para compreender a relevância da função de equidistância no contexto da teoria dos grafos e do problema da árvore espalhada de custo mínimo. Por fim, os detalhes da implementação do Algoritmo Genético Hierárquico (AGH) são discutidos e a determinação dos limites de busca dos parâmetros são realizadas por meio de técnicas semi-automáticas, tais como a deconvolução de Euler e a correlação cruzada generalizada. Como validação da metodologia, testes em dados sintéticos ruidosos produzidos por um dique vertical, um dique inclinado e uma soleira são apresentados juntamente com o comportamento de cada parâmetro ao longo das iterações do algoritmo genético hierárquico. Aplicamos também a metodologia na anomalia magnética de Cabo Frio, especialmente na região de Arraial do Cabo, próximo à ponta da

Prainha e ao Morro do Forno. O capítulo com as conclusões e perspectivas encerra este trabalho.

2 Metodologia

2.1 O problema magnético

Seja o modelo interpretativo 3D apresentado na Figura 1 (a), representado pelo sistema Cartesiano em que x é direcionado para o Norte, y para leste e z para baixo. Imagine que na subsuperfície deste modelo exista uma fonte magnética homogênea e isolada, conforme esquematizado na Figura 1 (a). Através de um levantamento magnético superficial nos arredores da fonte causadora, deseja-se estabelecer aproximadamente a localização em subsuperfície e o arcabouço magnético da mencionada fonte magnética. Para isso, dados da anomalia magnética de campo total produzida pela fonte em subsuperfície devem ser comparados com a anomalia predita por um modelo geofísico. Neste caso particular, propomos que um conjunto M de dipolos magnéticos homogêneos, conforme esquematizado na Figura 1(b), seja utilizado no ajuste das anomalias. Este deve ser obtido de forma iterativa no processo de inversão metaheurística que se utiliza, neste trabalho, do Algoritmo Genético hierárquico (GOLDBERG, 1989; PARKER, 1999). Os detalhes e a formulação matemática do problema são então abordados nas seções 2.2 e 2.3.

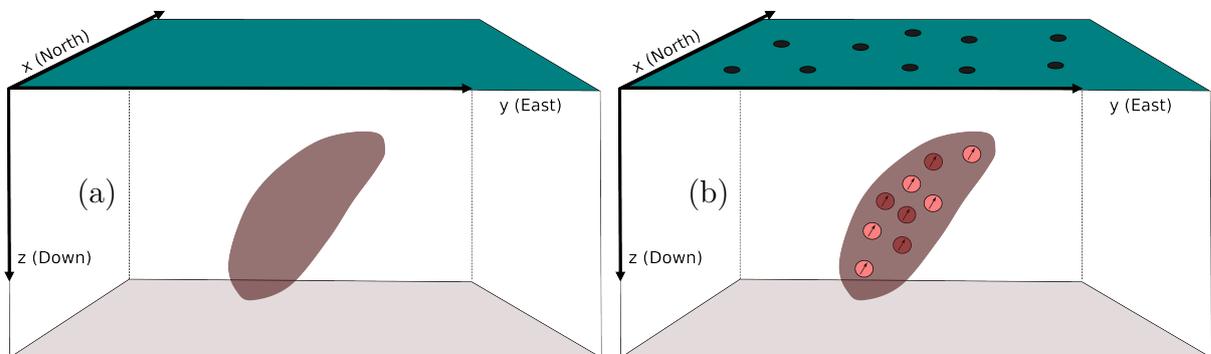


Figura 1 – (a) O modelo interpretativo 3D em coordenadas cartesianas. Em marrom translúcido tem-se uma fonte magnética em subsuperfície. (b) O arcabouço magnético da referida fonte representado por vários dipolos magnéticos elementares. As posições de observação na superfície são representadas por pontos pretos.

2.2 Formulação do problema direto

Seja um dipolo magnético d_k cuja posição é identificada pelas coordenadas cartesianas (x_k, y_k, z_k) , conforme indicado na Figura 2. Associado a este dipolo há um vetor momento de dipolo magnético \mathbf{m} , representado pela flecha em preto no centro do dipolo da

Figura 2, que dispõe de três quantidades fundamentais para ser definido univocamente: a inclinação (i), a declinação (d) e a intensidade $|\mathbf{m}|$. Essas são consideradas as propriedades magnéticas fundamentais do dipolo (BLAKELY, 1996). Portanto, o dipolo magnético d_k é capaz de produzir uma anomalia magnética de campo total que pode ser calculada em um ponto de observação $P_j(x_j, y_j, z_j)$, situado na superfície do modelo interpretativo, conforme indicado na Figura 2.

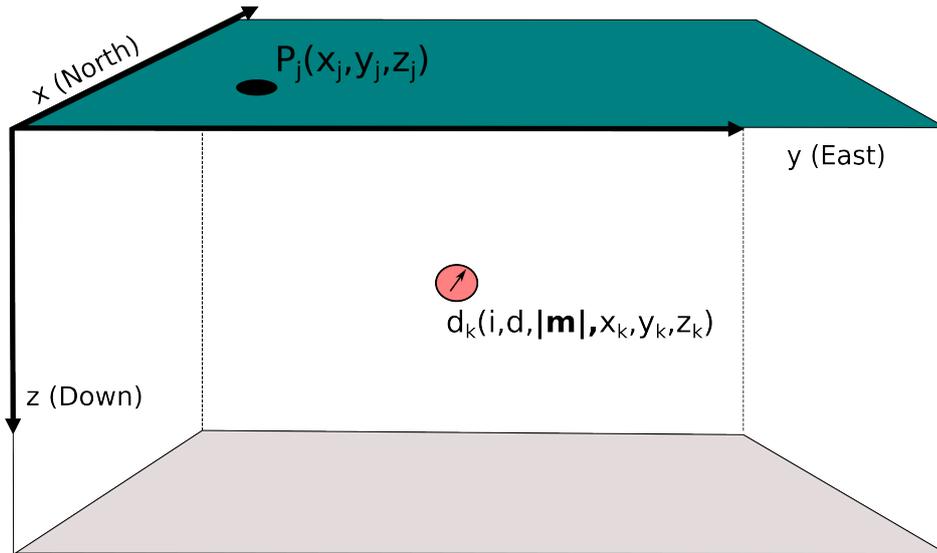


Figura 2 – Representação esquemática do dipolo magnético d_k (círculo rosa) e da coordenada de observação $P_j(x_j, y_j, z_j)$ (ponto preto). A flecha preta no interior do círculo rosa indica a direção do vetor momento de dipolo magnético \mathbf{m} , enquanto que i e d são a inclinação e declinação do vetor momento, respectivamente.

Imagine agora que tenhamos um conjunto de M dipolos magnéticos com as mesmas propriedades magnéticas i , d e $|\mathbf{m}|$. As coordenadas cartesianas de cada dipolo magnético estão no vetor $3M$ -dimensional $\mathbf{p} = (x_k, y_k, z_k)$, $k = 1, \dots, M$. Portanto, podemos convenientemente definir um vetor de dimensão $3M + 3$ da seguinte forma:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} i & d & |\mathbf{m}| \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_M & y_M & z_M \\ . & . & . \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Uma vez definido o vetor \mathbf{q} por meio da Equação 2.1, podemos calcular a anomalia magnética de campo total produzida pelo conjunto de M dipolos segundo a seguinte

expressão:

$$\Delta T_j(\mathbf{q}) = \left[\left(\sum_{k=1}^M B_{x_k} + F_x \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^M B_{y_k} + F_y \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^M B_{z_k} + F_z \right)^2 \right]^{1/2} - \|\mathbf{F}\| \quad (j = 1, \dots, N), \quad (2.2)$$

em que N é o número total de observações, F_x , F_y e F_z são as componentes Cartesianas do campo magnético principal, cujo módulo é $\|\mathbf{F}\| = [F_x^2 + F_y^2 + F_z^2]^{1/2}$, considerado constante em levantamentos magnéticos locais (BLAKELY, 1996; BARBOSA; SILVA, 2011). Os elementos B_{x_k} , B_{y_k} e B_{z_k} são as componentes cartesianas do campo de indução magnética produzido pelo k -ésimo dipolo, cujo cálculo é apresentado integralmente em Blakely (1996). Neste caso, as somatórias de $\sum_{k=1}^M$ representam o princípio da superposição para computar a anomalia produzida por todos os M dipolos que compõem o modelo geofísico.

Os elementos fundamentais para a resolução do problema direto foram adequadamente definidos. Por conseguinte, precisamos da estimativa automática de um vetor \mathbf{q} que produza uma anomalia predita que se ajuste satisfatoriamente à observada. Isso pode ser conseguido por meio da solução do problema magnético inverso, a ser formulado na seção 2.3.

2.3 Formulação do problema inverso

Seja $\Delta \mathbf{T}^{obs}$ um vetor N -dimensional contendo a anomalia magnética de campo total observada em posições conhecidas na superfície da Terra (isto é, os pontos pretos na Figura 1b). Imagine que uma fonte 3D em subsuperfície, com propriedades magnéticas e posição desconhecidas (i.e., o vetor \mathbf{q}), cause uma significativa perturbação em $\Delta \mathbf{T}^{obs}$. Como é possível obter as propriedades magnéticas e o arcabouço magnético da fonte causadora? A abordagem proposta neste trabalho consiste em estabelecer um conjunto M de dipolos magnéticos elementares com idênticas propriedades magnéticas (i.e., i, d e $|\mathbf{m}|$) e estimar o vetor de parâmetros (\mathbf{q}) de forma a minimizar a seguinte função do ajuste:

$$\phi(\mathbf{q}) = \left\| \Delta \mathbf{T}^{obs} - \Delta \mathbf{T}(\mathbf{q}) \right\|^2, \quad (2.3)$$

em que $\Delta \mathbf{T}(\mathbf{q})$ é o vetor N -dimensional contendo a anomalia magnética de campo total predita pelo conjunto de M dipolos. A Equação 2.3 calcula a diferença quadrática entre os dados observados e preditos nas mesmas posições de observação. A minimização desta relação funcional no sentido dos mínimos quadrados garante que os vetores $\Delta \mathbf{T}^{obs}$ e $\Delta \mathbf{T}(\mathbf{q})$ sejam próximos, indicando que os dados são parecidos. No entanto, a minimização da Equação 2.3 não garante que as inerentes ambiguidades do método magnético sejam plenamente contornadas. Com o objetivo de tornar o problema bem posto, definimos a função objetivo agregada ou mono-objetivo:

$$\Gamma(\mathbf{q}) = \phi(\mathbf{q}) + \lambda \theta(\mathbf{p}), \quad (2.4)$$

em que $\phi(\mathbf{q})$ é a já mencionada função do ajuste dos dados, $\theta(\mathbf{p})$ é a função de estabilização, a ser definida na seção 2.4 e λ é o coeficiente que equilibra as duas parcelas da Equação 2.4 durante o processo de minimização. Este número real não-negativo é chamado de parâmetro de regularização (HANSEN; O'LEARY, 1993; HANSEN, 1999; FARQUHARSON; OLDENBURG, 2004). Neste trabalho, seguimos a mesma estratégia de Bijani et al. (2015) e obtivemos o parâmetro de regularização ideal pelo método da curva-L (HANSEN; O'LEARY, 1993).

Uma alternativa à otimização mono-objetivo dada pela Equação 2.4 consiste na otimização multi-objetivo (BIJANI et al., 2017; SCHNAIDT et al., 2018; AYANI; MACGREGOR; MALLICK, 2020). Neste caso, as parcelas da Equação 2.4 são desmembradas e minimizadas simultaneamente, o que inutiliza o parâmetro de regularização. No entanto, o processo de otimização leva em consideração o critério de dominância (FONSECA; FLEMING et al., 1993; DEB et al., 2002; ZHOU et al., 2011). O alto custo computacional em problemas multi-funcionais configura-se em um entrave severo que ainda restringe o uso da otimização multi-objetivo em problemas inversos geofísicos com muitos parâmetros (KONAK; COIT; SMITH, 2006; RACHMAWATI; SRINIVASAN, 2009; SAMPAIO, 2011).

A estabilização de um problema inverso geofísico leva em consideração alguma informação geológica restritiva e/ou estratégia matemática que imponha restrições ao espaço de soluções (TARANTOLA, 2005). Neste último caso, as funções adicionam estabilidade matemática à estimativa do vetor de parâmetros. Normalmente, a estabilização confere certa concorrência entre a minimização das funções do ajuste e de estabilização (TIKHONOV; ARSENIN, 1977; TARANTOLA, 2005; ZHDANOV, 2015). Habitualmente, a regularização de Tikhonov (TIKHONOV; ARSENIN, 1977) é utilizada em diversos problemas inversos em geofísica (PORTNIAGUINE; ZHDANOV, 2002; WANG et al., 2004; FOMEL, 2009; MARTINS et al., 2011; HIDALGO-GATO; BARBOSA, 2019; VITAL; JR; BARBOSA, 2021; JIANG et al., 2022; SILVA-ÁVALOS et al., 2022), sendo particularmente desafiador implementar os regularizadores de Tikhonov ao problema inverso magnético proposto neste trabalho. Com efeito, o método de estabilização preferido é o mesmo formulado em Bijani et al. (2015), que é apresentado sucintamente na seção 2.4.

2.4 Estabilização do problema inverso

A ideia central da função de equidistância consiste em impor que o conjunto de dipolos magnéticos respeite uma distribuição espacial 3-D homogênea. Dessa forma, é possível garantir a compacidade da nuvem de dipolos, e a condição de estimar o arcabouço magnético de fontes isoladas seja satisfeita. A base conceitual da função de equidistância é a teoria dos grafos, por meio da solução do problema da árvore espalhada de custo mínimo (*Minimum Spanning Tree*, em inglês) cuja sigla é (MST).

2.4.1 Teoria dos Grafos

A teoria dos grafos é um ramo da matemática que estuda as possíveis relações entre os objetos de um determinado conjunto (NETTO, 2003; COSTA, 2011). Uma relação muito comum é a interconexão entre os objetos deste conjunto. Um grafo pode, simploriamente, ser definido como um conjunto de vértices conectados por arestas, que podem ser ponderadas ou não, conforme observado na Figura 3. Neste exemplo, o grafo é conexo (i.e., existe conexão entre quaisquer dois vértices), acíclico (não há formação de um circuito fechado), além de não-orientado (i.e., há uma relação de adjacência simétrica entre os vértices).

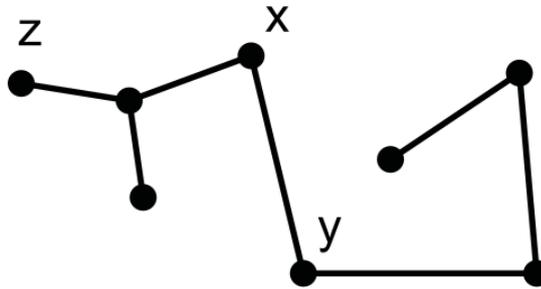


Figura 3 – Um exemplo de grafo. Os símbolos Z, X, Y representam os três vértices específicos e as linhas pretas são as arestas que os conectam. Retirado de Costa (2011).

2.4.2 Árvore espalhada de custo Mínimo

Tipos diferentes de grafos são extremamente utilizados na matemática aplicada (e.g economia, logística, otimização numérica, ciência de dados), porém neste trabalho são utilizadas as árvores espalhadas de custo mínimo. Em nosso caso, os pesos de cada aresta do grafo são calculadas pela distância euclidiana entre dois vértices adjacentes, conforme destacado:

$$d_{ij}(\mathbf{p}) = \sqrt{(x'_i - x'_j)^2 + (y'_i - y'_j)^2 + (z'_i - z'_j)^2}, \quad (2.5)$$

em que os índices i e j controlam o par vértices (i.e., dipolos magnéticos) a serem considerados e \mathbf{p} é o vetor de parâmetros espaciais com as coordenadas cartesianas de todos os dipolos. Em nosso caso, os pesos das arestas são calculados pela Equação 2.5.

Para que uma MST seja obtida a partir de um grafo pleno e ponderado, precisamos fazer uso de algum algoritmo que solucione o problema da árvore mínima. Neste trabalho utilizamos o algoritmo de Kruskal (KRUSKAL, 1956), que busca a conexão entre dipolos cujas arestas tenham as menores $d_{ij}(\mathbf{p})$ sem que ciclos sejam estabelecidos. A Figura 4 (a) apresenta um grafo qualquer composto por 4 vértices e 6 arestas ponderadas. Após a aplicação do algoritmo de Kruskal, a MST é então obtida, conforme pode ser verificado na Figura 4 (b)

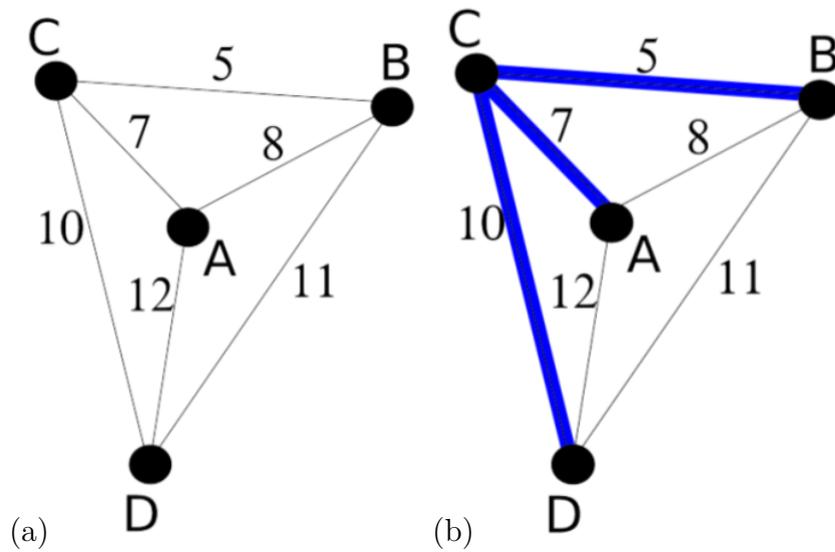


Figura 4 – Exemplo de um (a) grafo formado pelos vértices (A, B, C, D) e as arestas com os pesos $(7, 5, 8, 10, 12, 11)$ e (b) as arestas em azul formando a MST após o uso do algoritmo de Kruskal $(5, 7, 10)$.

2.4.3 Função de Equidistância

Assim que a MST é estabelecida, resta finalmente definir a função de equidistância tal como em [Bijani et al. \(2015\)](#):

$$\theta(\mathbf{p}) = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} [\mathbf{d}_i^{MST}(\mathbf{p}) - \bar{\mathbf{d}}_{MST}(\mathbf{p})]^2, \quad (2.6)$$

em que $\mathbf{d}_i^{MST}(\mathbf{p})$ é o vetor que armazena cada distância euclidiana entre os dipolos magnéticos que compõem a MST, $\bar{\mathbf{d}}_{MST}(\mathbf{p})$ é a respectiva média aritmética do vetor de distâncias euclidianas da MST e $M-1$ é o número mínimo de conexões para formar a MST. A função de equidistância 2.6 mensura a variância estatística das distâncias entre os dipolos que compõem a **MST**. Minimizar 2.6 impõe que as distâncias entre os dipolos da MST possuam a mesma distância em relação à média da MST. Portanto, se a função $\theta(\mathbf{p})$ é próxima de zero, então todos os dipolos estão à mesma distância da média da MST, o que confere compacidade à nuvem de dipolos. Para maiores detalhes, o leitor é convidado a [\(BIJANI et al., 2015\)](#).

3 Otimização Numérica

O termo otimização pode, simploriamente, ser entendido como o propósito de solucionar um problema da melhor forma possível. Matematicamente, a otimização implica na localização dos pontos de inflexão ¹ de uma função objetivo (LACERDA; CARVALHO, 1999). A otimização numérica surge como uma área da matemática aplicada com o objetivo de executar, computacionalmente, as estratégias estabelecidas pelos:

- Métodos Determinísticos de otimização:

Baseiam-se nos conceitos do cálculo variacional (MENKE, 2012; SEN; STOFFA, 2013) para estimar o vetor de parâmetros ótimo através das informações contidas no gradiente da função objetivo;

Sofrem com aprisionamento das soluções em mínimos locais e com a forte dependência da escolha de promissoras estimativas iniciais, para o caso de problemas não-lineares (WIRSANSKY, 2020);

Compõem o grupo da otimização numérica heurística, na qual a busca é realizada por meio do conhecimento da curvatura da função objetivo, que pode ser definida analítica e/ou numericamente (ZHDANOV, 2002);

- Métodos estocásticos de otimização:

São fortemente dependentes da definição adequada dos limites de busca²

seguem estratégias baseadas em concepções estatísticas (i.e., sorteios de parâmetros-chave, cálculo de médias e desvios padrão) e concentram esforços na busca exaustiva e sistemática pelo espaço de soluções pré-estabelecido nos limites de busca (SEN; STOFFA, 2013).

São menos reféns de boas estimativas iniciais e normalmente não ficam presos em mínimos locais indesejáveis (WIRSANSKY, 2020);

Grande parte dos algoritmos pertencem ao grupo da otimização numérica metaheurística (i.e., buscas por soluções ótimas baseadas em critérios diversificados, que vão além do cálculo variacional) (PARKER; PARKER, 1994; LACERDA; CARVALHO, 1999);

Devido à forte não-linearidade do problema magnético apresentado na seção 2.2 aliado à impossibilidade de calcular a curvatura da função de equidistância (i.e., Equação 2.6)

¹ Quando existem, são pontos onde a função objetivo muda de concavidade e podem ser determinados pela mudança de sinal da derivada de segunda ordem da função objetivo.

² Região do espaço de soluções definido pelo usuário. Em geral, se a solução desejada não estiver contida nos limites de busca, então esta nunca será obtida.

analiticamente, vamos trabalhar com métodos estocásticos de otimização numérica. Um deles em especial é apresentado na seção 3.1.

3.1 Algoritmos Genéticos(AGs)

Os Algoritmos Genéticos (AGs) são programas de computador baseados nos princípios da seleção natural proposto pelo naturalista britânico Charles Darwin (PARKER, 1999), cujo propósito é solucionar problemas de otimização numérica (HOLLAND et al., 1975). Basicamente, o processo de seleção natural consiste na capacidade de adaptação dos indivíduos de uma determinada espécie às mudanças do *habitat*. Desta forma, os AGs simulam computacionalmente a seleção natural e, dessa forma, realizam uma busca aleatória e sistemática pelo espaço de soluções, previamente definido pelo usuário (GOLDBERG, 1989). Algumas terminologias dos entusiastas do algoritmo genético devem ser destacadas para solidificar o entendimento dos principais aspectos de um AG:

- **Indivíduo:**

Um membro que compõe a população de uma determinada espécie (LACERDA; CARVALHO, 1999). No contexto do problema inverso descrito neste trabalho, um indivíduo é composto por um grupo de M dipolos magnéticos, ou seja, uma possível solução do problema (i.e., Equação 2.1);

- **População:**

Um conjunto de indivíduos cujo número é definido inicialmente pelo usuário. Seja, por exemplo, uma população composta por 100 indivíduos, então tem-se 100 vetores \mathbf{q} , definidos aleatoriamente. Uma população muito grande permite uma ampla varredura do espaço de soluções definido pelos limites de busca. No entanto, o custo computacional pode ser absolutamente proibitivo, a depender do problema (SEN; STOFFA, 2013; WIRSANSKY, 2020);

- **Gerações:**

Número de iterações do AG no processo de otimização. Em nosso contexto, é o número N_{gera} definido pelo usuário no início do processo. Há possibilidade de definir algum critério de parada eficiente para o AG, fazendo com que o número de gerações seja variado.

Para que um bom AG seja implementado, a população deve preservar a diversidade dos indivíduos ao longo das gerações (GOLDBERG, 1989; PARKER, 1999; WIRSANSKY, 2020). Os itens listados a seguir podem ser considerados os pilares da implementação de um AG:

- **Diversidade:**

As características (i.e., os parâmetros a serem estimados) dos indivíduos podem variar com o propósito de ampliar a busca pelo espaço de soluções.

- **Herança:**

As características dos indivíduos mais aptos à solucionar o problema são transmitidas, com maior probabilidade, para os seus descendentes.

- **Aptidão:**

Os indivíduos mais aptos são aqueles que localizam o(s) ótimo(s) do problema. Em nosso caso, possuem o valor mais baixo da função objetivo agregada $\Gamma(\mathbf{q})$.

Na seção 3.2 são apresentados maiores detalhes da implementação do AG mono-objetivo utilizado neste trabalho.

3.2 Arquitetura e implementação do Algoritmo Genético hierárquico Mono-objetivo

Na literatura há diversas arquiteturas disponíveis para um AG.

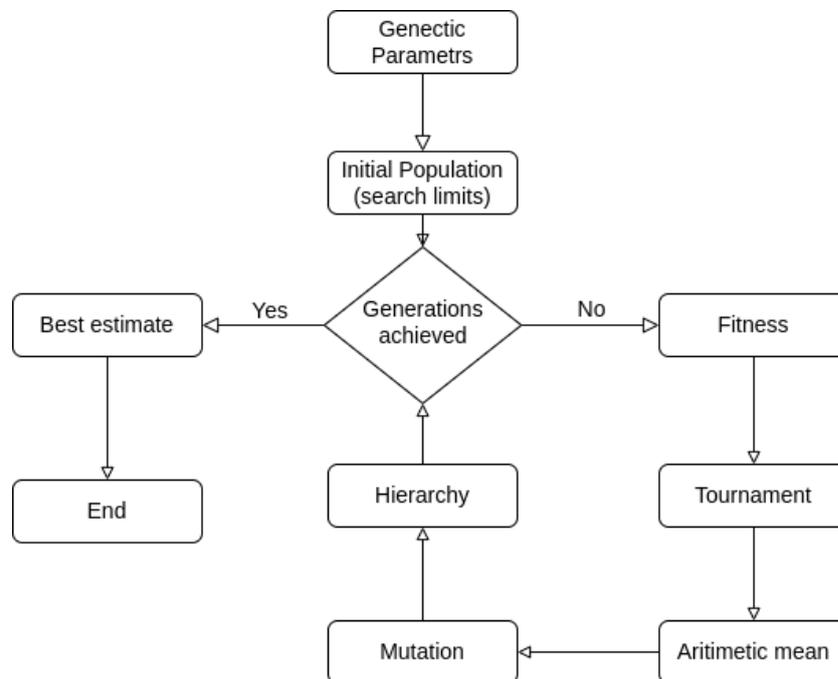


Figura 5 – Fluxograma do AG hierárquico implementado neste trabalho.

Seguimos um modelo padrão apresentado no fluxograma da Figura 5. Cada etapa, também chamada de operador genético, é então abordada nas subseções seguintes.

3.2.1 População inicial

A população inicial é um conjunto de indivíduos definidos aleatoriamente (WIRSANSKY, 2020). Os sorteios de N_{pop} vetores de parâmetros \mathbf{q} deve respeitar os limites de busca, particular de cada problema. Neste caso, os limites de busca são definidos pelos valores máximos e mínimos das coordenadas Cartesianas 3D que cada dipolo pode assumir, além do máximo e mínimo da direção e intensidade do vetor momento de dipolo magnético (i.e., i , d e \mathbf{m}). Mais detalhes acerca da definição dos limites de busca são apresentados na seção 3.3.

3.2.2 Avaliação da Função objetivo

Uma vez definida a população, precisamos classificar os indivíduos. Para isso, a função mono-objetivo dada pela Equação 2.4 deve ser calculada para cada membro da população. Em nosso caso, os valores mais baixos da função mono-objetivo $\Gamma(\mathbf{q})$ indicam indivíduos mais capazes de solucionar o problema.

3.2.3 Seleção dos cônjuges

Com a população devidamente classificada em função da aptidão, a etapa de seleção dos cônjuges consiste na escolha dos indivíduos mais aptos a gerarem filhos (ZHDANOV, 2015). Neste trabalho, optamos pela seleção por torneio, que opera da seguinte forma:

1. Os indivíduos são escolhidos de forma aleatória até formar uma subpopulação S , onde o tamanho de S é definido pelo usuário;
2. Um indivíduo mais apto dentro de S é escolhido para cônjuge e retirado de S ;
3. As etapas 1 e 2 são então executadas diversas vezes até o grupo de cônjuges esteja completo. Quanto maior este grupo, maior é a garantia de diversidade da seleção dos cônjuges (DEB et al., 2002; SEN; STOFFA, 2013; WIRSANSKY, 2020).

3.2.4 Cruzamento

Nesta etapa, o operador de cruzamento produz um novo indivíduo a partir da população de cônjuges. Dessa forma, é criada uma nova população, chamada de filhos, que compõe a próxima geração. O *crossover* ocorre com o compartilhamento de genes (i.e., parâmetros) entre os pais. Neste trabalho, foi implementado o cruzamento aritmético ponderado, que pode ser simbolizado pela seguinte expressão:

$$z_k = \frac{(z_i a + z_j b)}{a + b}, \quad (3.1)$$

em que z_k é o parâmetro do k -ésimo filho, z_i é o parâmetro do pai (1º cônjuge) e z_j representa o parâmetro da mãe (2º cônjuge). Os símbolos a e b na Equação 3.1 são ponderadores que simbolizam a semelhança genética entre pais e filhos. Neste trabalho os ponderados são números reais pseudo-aleatórios sorteados no intervalo entre 0 e 1. O cruzamento aritmético ponderado implementado aqui é baseado em [Davis \(1991\)](#).

3.2.5 Mutação

Como sabemos, a mutação é uma alteração rara que ocorre durante a cópia do material genético na etapa da divisão celular ([PARKER, 1999](#)). Dessa forma, a proposta deste operador é modificar de forma aleatória um ou mais parâmetros de um indivíduo filho, respeitando os limites de busca estabelecidos no início do processo. Com efeito, este operador auxilia na fuga dos eventuais máximos e mínimos locais, conferindo alguma variabilidade à população ([SEN; STOFFA, 2013](#); [CHEN et al., 2014](#)).

3.2.6 Hierarquia

Proposto por [Jong \(1975\)](#), a hierarquia, também conhecida como elitismo, tem a função de manter os melhores indivíduos na população de filhos. Isso garante a presença dos indivíduos mais aptos nas gerações derradeiras, auxiliando no processo de convergência, que pode ser arrefecido nas etapas de cruzamento e mutação ([GOLDBERG, 1989](#); [LACERDA; CARVALHO, 1999](#)). O operador de hierarquia utilizado neste trabalho substitui alguns dos piores indivíduos da população atual pelos os filhos mais aptos ([GUPTA; GHAFIR, 2012](#)).

3.3 Definição dos limites de busca

A determinação dos limites de busca de cada parâmetro é uma das etapas mais importantes do processo de otimização ([LACERDA; CARVALHO, 1999](#)). Normalmente, os limites de buscas são determinados pelo intérprete, a partir do seu conhecimento *a priori* do problema ([BIJANI et al., 2015](#)).

Com o propósito de especificar os limites de busca do problema magnético discreto 3D, utilizamos métodos semi-automáticos consagrados na literatura para estabelecer limites de busca promissores.

3.3.1 Coordenadas horizontais

Para determinar os limites de busca das coordenadas Cartesianas horizontais x e y , utilizamos a localização dos máximos e mínimos da anomalia de campo total observada ΔT^{obs} .

3.3.2 Momento de dipolo magnético

Os limites de busca da amplitude do vetor momento de dipolo magnético $|\mathbf{m}|$ são definidos via tentativa e erro, sempre levando em consideração o número total de dipolos magnéticos utilizados na inversão e a amplitude da anomalia.

3.3.3 Coordenada vertical

Para definir os limites de busca das profundidades, utilizamos o método da deconvolução de Euler, que foi proposto por [Thompson \(1982\)](#) e popularizado após os trabalhos de [Reid et al. \(1990\)](#). A referida técnica estima a posição tridimensional de fontes causadoras em subsuperfície, a partir da expressão:

$$(x - x_0) \frac{\partial f}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial f}{\partial y} + (z - z_0) \frac{\partial f}{\partial z} = -\eta f(x, y), \quad (3.2)$$

em que x , y e z são as coordenadas de observação, x_0 , y_0 e z_0 são as coordenadas da fonte em subsuperfície, f é o campo potencial a ser considerado (i.e., anomalia de campo total) e suas derivadas parciais ∂f e $-\eta$ é o índice estrutural intrinsecamente relacionado à forma da fonte, a ser utilizado para formas geométricas simples e também para feições geológicas mais complexas. Segundo [Thompson \(1982\)](#), [Reid et al. \(1990\)](#) e [Reid e Thurston \(2014\)](#) estes índices são:

Tabela 1 – Relação entre a geometria das fontes, os indicies estruturais da deconvolução de Euler e a fonte geológica. A profundidade estimada é relacionada ao centro da fonte.

Índice estrutural	Fonte magnética simples	Fonte geométrica magnetizada	Fonte geológica
0	-	Placas finas a diferentes profundidades	Contato Falha
1	Linha de polos	Placa fina Prisma horizontal	Soleira Dique
2	Linha de dipolo infinita/polo	Cilindro horizontal Cilindro vertical	Pipe horizontal Pipe vertical ou Chaminé
3	Dipolo	Esfera	Esfera ou câmara magmática

A Equação 3.2 é normalmente utilizada em uma janela de dados, em que as coordenadas horizontais e vertical da fonte são estimadas pelo método dos mínimos quadrados. Este processo ocorre em cada janela de dados assim produzindo um grande número de possíveis soluções, fato que pode ser agravado pelo desconhecimento da forma do corpo, criando assim a possibilidade da utilização de diferentes índices estruturais ([BARBOSA;](#)

SILVA, 2011). Neste trabalho, estamos interessados somente na coordenada vertical e por esse motivo, não houve qualquer janelamento no dado magnético. A coordenada z_0 foi estimada usando todos os índices estruturais η para que o melhor limite de busca fosse configurado.

3.3.4 Inclinação e Declinação magnética

Segundo Blakely (1996), a determinação da direção de magnetização está ligada a um processo de otimização numérica. No entanto, outras técnicas foram desenvolvidas com o passar do tempo (FEDI; FLORIO; RAPOLLA, 1994; DANNEMILLER; LI, 2006; GEROVSKA; ARAÚZO-BRAVO; STAVREV, 2009; SHI; GUO; GUO, 2014). Destaque para o método da correlação cruzada entre o gradiente vertical e total da anomalia magnética reduzida ao polo, em inglês *Reduction to the pole* (**RTP**) apresentada por Dannemiller e Li (2006) e generalizada no trabalho de Ribeiro-Filho, Bijani e Ponte-Neto (2020). As etapas estabelecidas em Ribeiro-Filho, Bijani e Ponte-Neto (2020) são basicamente mencionadas abaixo:

- Definição da malha de inclinações e declinações magnéticas (i, d) entre -90° e 90° , a fim de visualizar o comportamento dos coeficientes de correlação;
- Cálculo do gradiente total e vertical da **RTP** via domínio de Fourier para inclinações não críticas. Caso contrário (i.e., $i \in [\pm 15^\circ]$), o cálculo é realizado no domínio espacial, por meio da técnica da camada equivalente (DAMPNEY, 1969; EMILIA, 1973);
- Determinação dos coeficientes de correlação para cada par (i, d) da malha.
- Localização do ponto (i_0, d_0) da malha onde o coeficiente de correlação é máximo.

Neste trabalho, reproduzimos as etapas acima e definimos um intervalo conveniente ao redor do par ordenado (i_0, d_0) . Dessa forma, é possível impor uma severa restrição aos limites de busca da direção de magnetização da fonte causadora, o que pode ser considerado um método mais robusto e efetivo quando comparado com a tentativa e erro.

3.3.5 Aspecto prático fundamental

Vale ressaltar que todos os limites de busca devem ser minuciosamente verificados durante o processo de inversão. Caso as estimativas correntes do vetor \mathbf{q} estejam muito próximas dos extremos, os limites de busca devem ser reconfigurados de forma a manter as estimativas centralizadas em relação aos máximos e mínimos que configuram os limites de busca. Por isso, deve-se inicialmente rodar o AG por poucas gerações e verificar o comportamento de cada parâmetro individualmente. Outra boa conduta consiste em definir

limites de busca bastante amplos, especialmente para o caso de poucas informações *a priori* em relação ao espaço de busca.

4 Testes em dados sintéticos

Com o propósito de validar a metodologia descrita nos capítulos 2 e 3, apresentamos testes com dados sintéticos ruidosos produzidos por fontes magnéticas simples. Em todos os exemplos, o modelo interpretativo é composto por uma malha regular de ($N_x = N_y = 20$), totalizando 400 dados magnéticos, corrompidos com ruído Gaussiano de média zero e desvio padrão de ± 2.5 nT. A altura das observações é mantida constante e igual a 50 metros. Para todos os testes sintéticos apresentados, o nosso AG hierárquico foi configurado com 100 indivíduos da população, 5 % de probabilidade de mutação e 10 indivíduos para sofrerem hierarquização. No entanto, dois parâmetros genéticos importantíssimos variam entre os testes, o número de gerações e o número de dipolos, de modo que nos testes de dique vertical e inclinado foram utilizados 15 dipolos e 3000 gerações já no teste de soleira foi empregado 10 dipolos e 5000 gerações. Imagens 2D e 3D do arcabouço magnético das soluções, mapas de correlação cruzada, a curva L e gráficos da convergência dos parâmetros estimados são apresentados e analisados.

4.1 Modelo de um Dique Vertical

O modelo interpretativo apresenta um prisma vertical, com dimensões entre $x \in [-250 \text{ m}, 250 \text{ m}]$, $y \in [-1000 \text{ m}, 1000 \text{ m}]$, $z \in [100 \text{ m}, 1500 \text{ m}]$ com o propósito de simular a anomalia magnética de campo total produzida por um dique vertical. As propriedades magnéticas verdadeiras são $i = -33^\circ$, $d = -44^\circ$ e $|\mathbf{m}| = 1.9 \times 10^9 \text{ A.m}^2$. O campo principal é simulado com os seguintes valores $I = 5^\circ$, $D = 70^\circ$ e $\mathbf{F} = 23000 \text{ nT}$.

4.1.1 Limites de busca

A tabela 2 exibe os limites de busca para as coordenadas Cartesianas de cada dipolo além da inclinação, declinação e intensidade do momento de dipolo magnético a serem sorteados para cada indivíduo da população.

Os limites de busca da coordenada z foram adaptados a partir das estimativas da deconvolução de Euler (Equação 3.2), para cada índice estrutural, conforme discutido na seção 3.3. Os valores são $z_{(\eta=1)} = 469.54 \text{ m}$, $z_{(\eta=2)} = 814.56 \text{ m}$ e $z_{(\eta=3)} = 1259.58 \text{ m}$. Dessa forma, reduzimos o limite inferior e aumentamos o superior para ter um espaço de busca consistente, conforme pode ser observado na Tabela 2. Sem a utilização das técnicas semi-automáticas, podemos afirmar que a definição do espaço de busca ideal seria tremendamente mais desafiadora.

Tabela 2 – Limites de busca para o caso do dique vertical.

Parâmetro	Mínimo	Máximo
Inclinação i ($^{\circ}$)	-50	-30
Declinação d ($^{\circ}$)	-60	-10
Momento por dipolo $ \mathbf{m} $ ($A.m^2$)	6.0×10^8	6.6×10^8
Coordenada x (m)	-150	150
Coordenada y (m)	-1000	1000
Coordenada z (m)	0	2000

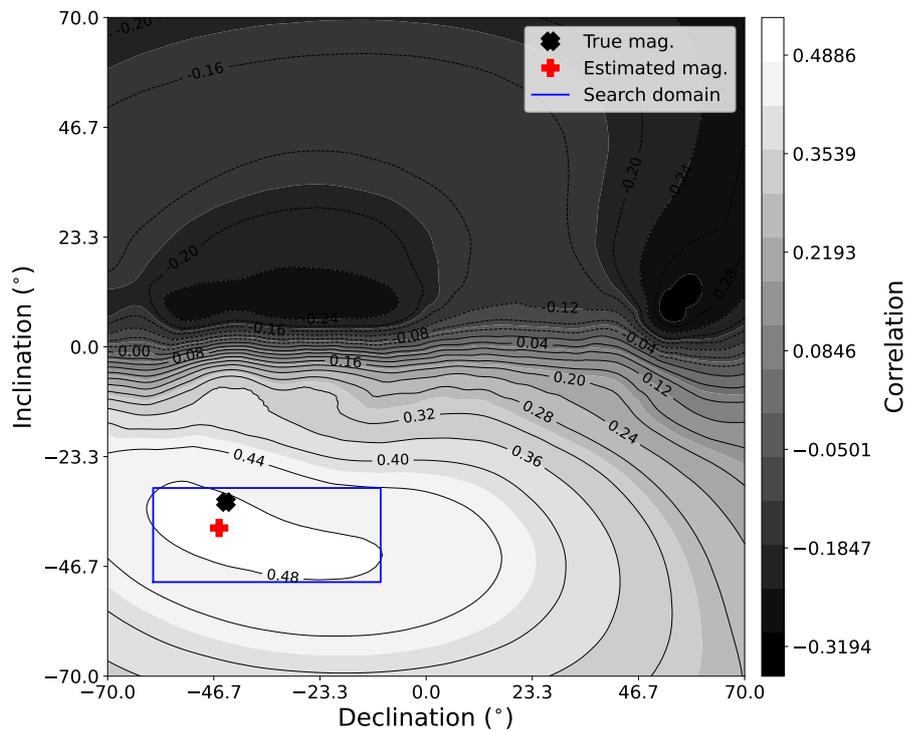


Figura 6 – O mapa de correlação cruzada para definir o limites de busca da inclinação e declinação magnética. O retângulo em azul mostra a área de busca utilizada no AG. A cruz vermelha é o valor estimado (-38.72° , -45.76°) e o símbolo em preto, o valor a magnetização verdadeira ($-33, -44$) do dique vertical.

Os limites de busca para a inclinação i e declinação d magnéticas foram definidos a partir do mapa de correlação cruzada, conforme pode ser observado na Figura 6. O valor verdadeiro ($i = -33^{\circ}, d = -44^{\circ}$) e o calculado pela correlação ($i = -38.72^{\circ}, d = -45.76^{\circ}$) estão em conformidade. Adicionalmente, o mapa de correlação cruzada mostra um único máximo bem definido, indicando uma anomalia magnética produzida por uma fonte homogênea e isolada. Com efeito, uma pequena área retangular delineada em azul foi definida ao redor do valor de (i_0, d_0) calculado pela correlação cruzada, conforme pode ser visto na Figura 6. Dessa forma, é possível definir com maior assertividade os limites de busca da direção de magnetização.

4.1.2 Curva L

A Figura 7 apresenta a curva L para o dique vertical. Foram rodadas 14 inversões com diferentes valores de λ , cuja variação é de uma ordem de grandeza. Cada ponto preto na Figura 7 é uma solução dada pelo melhor indivíduo da última geração. Utilizamos o valor de $\lambda = 1.5$ como o ideal para balancear a relação entre a função do ajuste $\phi(\mathbf{q})$ e $\theta(\mathbf{p})$ durante a minimização da função objetivo agregada $\Gamma(\mathbf{q})$.

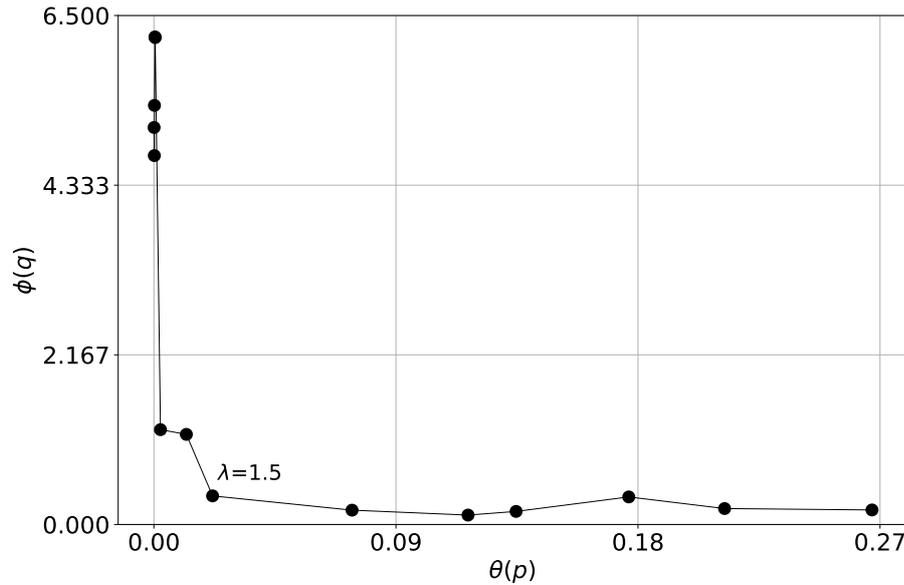


Figura 7 – Gráfico da curva L para a inversão da anomalia do dique vertical. O valor de λ tratado como ideal é 1.5.

4.1.3 Resultados do AG hierárquico

O painel 8 apresenta as estimativas dos parâmetros magnéticos e a convergência das funções $\theta(\mathbf{p})$, $\Gamma(\mathbf{q})$ e $\phi(\mathbf{q})$ ao longo das gerações do AGH para o dique vertical. A direção da magnetização verdadeira ($i = -33^\circ$, $d = -44^\circ$) é bem recuperada pelo AGH ($i = -38.80^\circ$, $d = -42.38^\circ$), conforme pode ser verificado nas Figuras 8 (a) e (b). Houve notória estabilidade da estimativa dos parâmetros que determinam a direção de magnetização da nuvem de dipolos ao longo das gerações, a partir da geração 800. Esse aspecto pode estar relacionado à redução de diversidade da população com o passar das gerações.

A estimativa da intensidade do momento magnético por dipolo é apresentado na Figura 8 (c). Como foram utilizados 15 dipolos na inversão, a estimativa do momento de dipolo total é $6.42 \times 10^8 \text{ A.m}^2$ multiplicado por 15, totalizando $|\mathbf{m}| = 9.57 \times 10^9 \text{ A.m}^2$. Esse valor é razoavelmente próximo do verdadeiro estabelecido para o dique vertical (i.e., $\mathbf{m} = 1.9 \times 10^9 \text{ A.m}^2$).

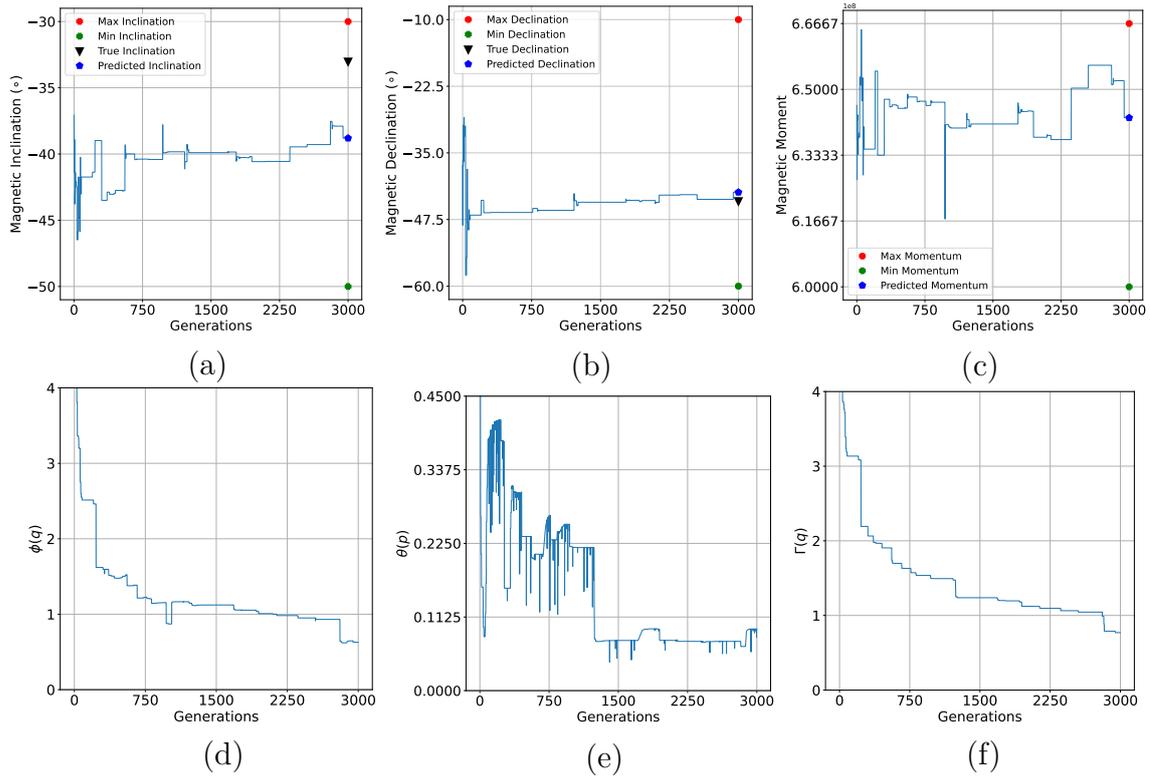


Figura 8 – Gráficos de convergência ao longo das gerações para o teste do dique vertical. (a) Inclinação $i_{3000} = -38.80^\circ$, (b) declinação $d_{3000} = -42.38^\circ$ e (c) intensidade do momento magnético por dipolo $|\mathbf{m}_{3000}| = 6.42 \times 10^8 A.m^2$. Os pontos vermelho e verde indicam os limites superior e inferior do espaço de busca, respectivamente. O pentágono azul é a estimativa e o triângulo preto é o valor verdadeiro de cada parâmetro magnético. Convergência da (d) função do ajuste $\phi(\mathbf{q})_{3000} = 0.62$, da (e) função de equidistância $\theta(\mathbf{p})_{3000} = 0.094$ e (f) da função mono-objetivo $\Gamma(\mathbf{q})_{3000} = 0.77$.

As Figuras 8 (d), (e) e (f) apresentam as curvas de convergência das funções do ajuste, de estabilização e mono-objetivo, respectivamente. Estas imagens são necessárias para verificar se a minimização das funções que compõem $\Gamma(\mathbf{q})$ é adequada ao longo do processo de inversão. Vale salientar a rápida convergência já nas primeiras gerações do AG hierárquico. Além disso, podemos observar que, próximo às gerações 750 e 3000, há uma notória competição entre as funções do ajuste e de estabilização, conforme visto nas Figuras 8 (d) e (e). Isso reforça a relação entre a compacidade da nuvem de dipolos e o ajuste adequado dos dados magnéticos. Observe também que a função $\theta(\mathbf{p})$ apresenta instabilidade durante a convergência. Esse padrão está relacionado a má definição do cotovelo da curva L, que dificulta a escolha do λ ideal (HANSEN; O'LEARY, 1993). Adicionalmente, a hierarquização prioriza os indivíduos mais aptos ao ajuste dos dados em detrimento da equidistância. Por fim, podemos analisar que a compacidade da nuvem de dipolos foi considerada durante a inversão, porém ajustes finos na escolha do λ ótimo são necessários.

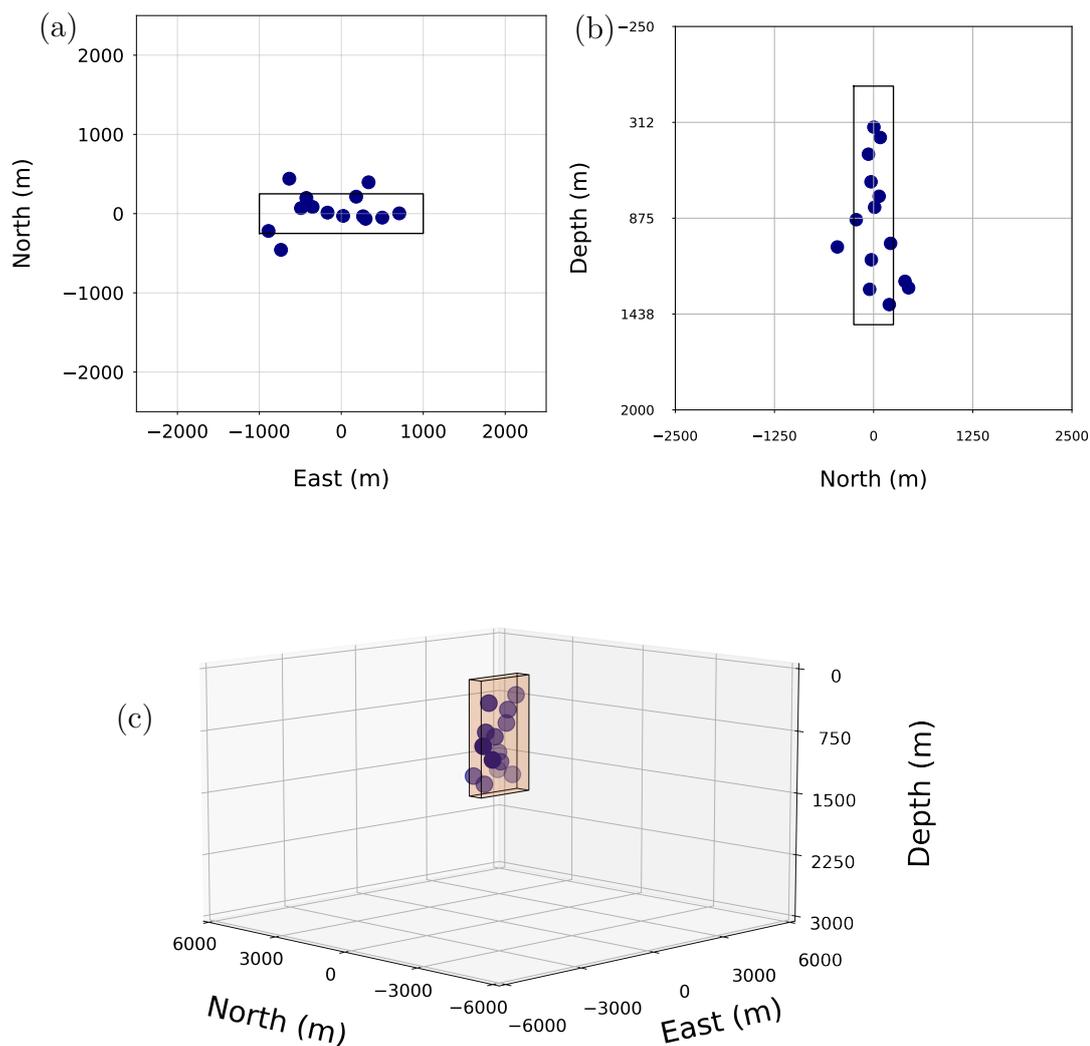


Figura 9 – Solução da nuvem de dipolos para o dique vertical. Visão (a) aérea, (b) lateral e (c) 3D do dique vertical (prisma translúcido) e do conjunto de dipolos magnéticos, representados pelos pontos azuis.

As Figuras 9 (a), (b) e (c) apresentam diferentes visadas da solução estimada pelo AG hierárquico. Podemos observar que a nuvem de dipolos magnéticos delineou satisfatoriamente o arcabouço magnético do dique vertical. Vale salientar que a premissa da distribuição espacial homogênea do conjunto de dipolos foi respeitada, já que não há dipolos dispersos pelo modelo interpretativo com valor final $\theta(\mathbf{p}) = 0.094$.

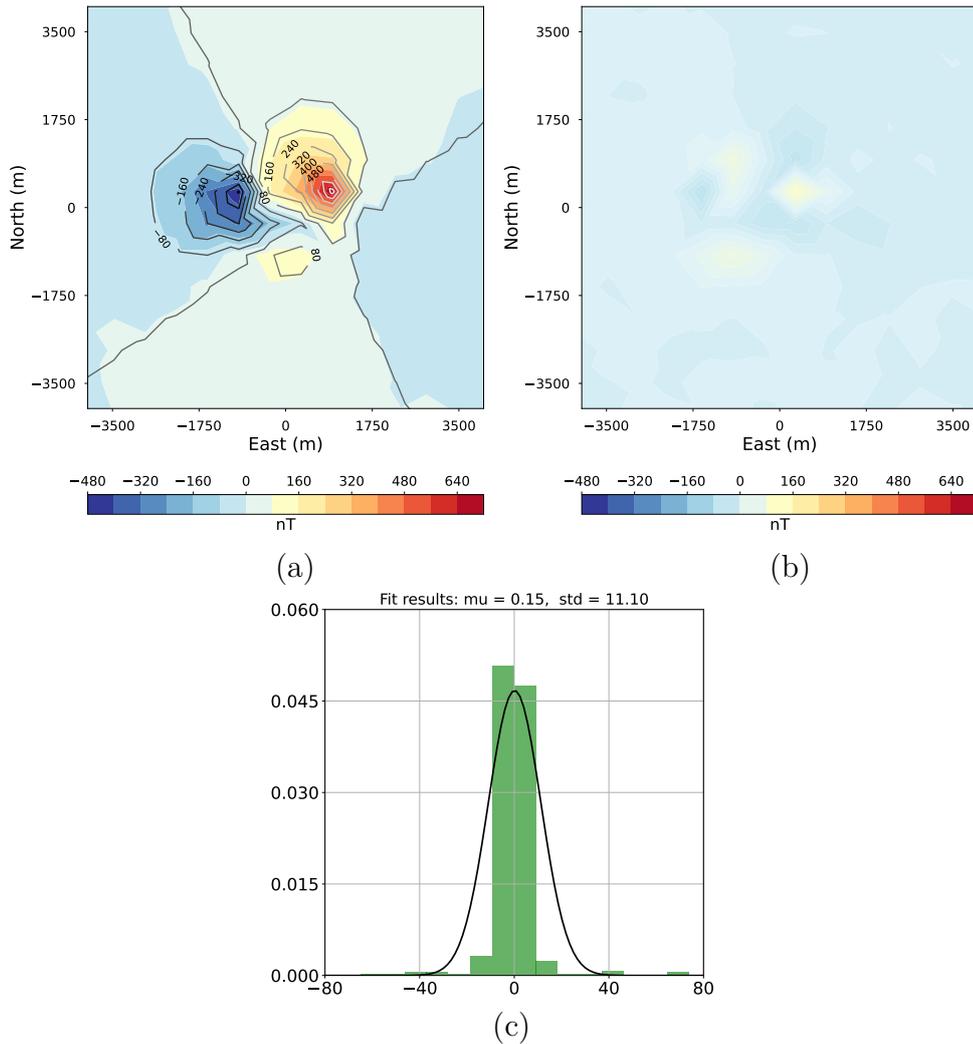


Figura 10 – Análise do ajuste dos dados magnéticos. (a) Sobreposição da anomalia de campo total observada (mapa de cores) e predita (isolinhas). (b) Mapa residual e (c) o histograma dos resíduos.

A Figura 10 (a) apresenta o mapa do ajuste das anomalias observada (mapa de cores) e predita (isolinhas). É possível verificar um bom ajuste dos dados, corroborado pelo mapa residual e o histograma dos resíduos apresentados nas Figuras 10 (b e c), respectivamente. A média próxima de zero ($\mu_{pred.} = 0.15$) no histograma dos resíduos indica que a anomalia magnética é não-tendenciosa.

Em linhas gerais, podemos afirmar que as estimativas apresentadas para este primeiro teste se mostraram absolutamente satisfatórias, indicando que o método de inversão magnética discreta 3D é capaz de ajustar a anomalia magnética de campo total produzida por um dique vertical homogêneo e isolado. Adicionalmente, o arcabouço magnético do dique vertical foi recuperado respeitando a premissa de compacidade imposta pelo método de estabilização escolhido.

4.2 Modelo de um Dique inclinado

O segundo teste sintético consiste na simulação da anomalia magnética de campo total produzida por um conjunto de prismas, unidos por uma de suas arestas, formando um dique inclinado. As dimensões entre o primeiro (mais raso) e o último (mais profundo) prisma variam entre $x \in [-1500 \text{ m}, 1500 \text{ m}]$, $y \in [-1000 \text{ m}, 1000 \text{ m}]$, $z \in [100 \text{ m}, 1450 \text{ m}]$. As propriedades magnéticas são $i = -40^\circ$, $d = -16^\circ$ e $|\mathbf{m}| = 7.2 \times 10^9 \text{ A.m}^2$. O campo principal é simulado com os seguintes valores $I = -30^\circ$, $D = -23^\circ$ e $\mathbf{F} = 23000 \text{ nT}$.

4.2.1 Limites de busca

A Tabela 3 apresenta os limites de busca das coordenadas Cartesianas para cada dipolo além da inclinação, declinação e a intensidade do momento de dipolo magnético por indivíduo da população, no exemplo do dique inclinado.

Tabela 3 – Tabela com os limites de busca para o caso do dique inclinado.

Parâmetro	Mínimo	Máximo
Inclinação i ($^\circ$)	-45	-30
Declinação d ($^\circ$)	-20	-7
Momento por dipolo $ \mathbf{m} $ (A.m^2)	5.3×10^8	6.6×10^8
Coordenada x (m)	-3000	3000
Coordenada y (m)	-3000	3000
Coordenada z (m)	0	2000

Os limites de busca da coordenada z foram adaptados a partir das estimativas da deconvolução de Euler, para cada índice estrutural, conforme discutido na seção 3.3. Os valores são $z_{(\eta=1)} = 403.83 \text{ m}$, $z_{(\eta=2)} = 751.66 \text{ m}$ e $z_{(\eta=3)} = 1099.49 \text{ m}$. Dessa forma, reduzimos o limite inferior e aumentamos o superior para adequar o espaço de busca deste teste, conforme pode ser observado na Tabela 3. Dessa forma, fica evidente a relevância das estratégias semi-automáticas para estabelecer os limites de busca.

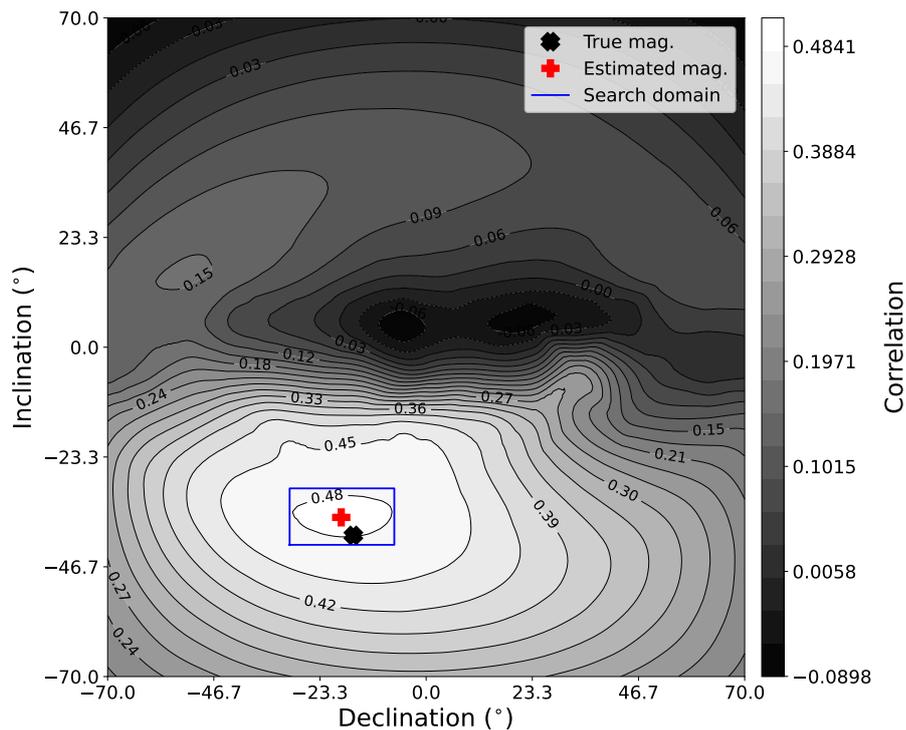


Figura 11 – O mapa da correlação cruzada para definir o limites de busca da inclinação e declinação magnéticas. O retângulo em azul mostra a área de busca utilizada. A cruz vermelha é o valor estimado ($i = -33.83^\circ$, $d = -17.85^\circ$) e o símbolo em preto é a magnetização verdadeira ($i = -40^\circ$, $d = -16^\circ$) do dique inclinado.

4.2.2 Curva L

A Figura 12 apresenta a curva L para o dique inclinado. Foram rodadas 14 inversões com diferentes valores de λ variando em uma ordem de grandeza.

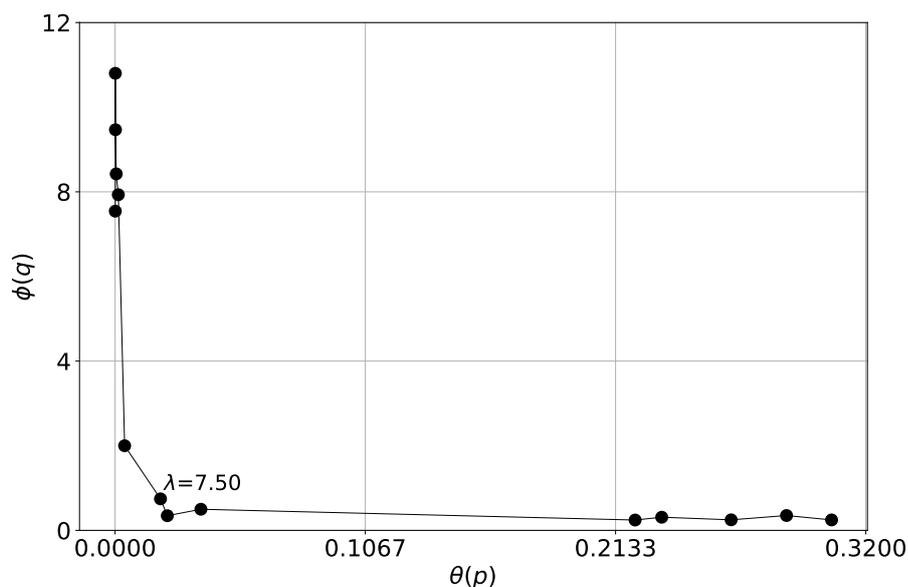


Figura 12 – Gráfico da curva L para a inversão da anomalia do dique inclinado. O valor de λ tratado como ideal é 7.5.

Especialmente neste exemplo, devido ao baixo custo computacional, a Curva L foi obtida por meio de diferentes faixas de incremento no parâmetro λ . Embora o padrão ideal de curva em formato de L não tenha sido plenamente obtido (cotovelo da curva), decidimos que, para este teste, o valor ideal para o parâmetro de regularização é $\lambda = 7.5$.

4.2.3 Resultados do AG hierárquico

A Figura 13 apresenta as estimativas ao longo das gerações do AG hierárquico para o dique inclinado. A direção da magnetização verdadeira ($i = -40^\circ$, $d = -16^\circ$) é bem recuperada pelo AGH ($i = -35.39^\circ$, $d = -13.15^\circ$), conforme pode ser verificado nas Figuras 13 (a) e (b).

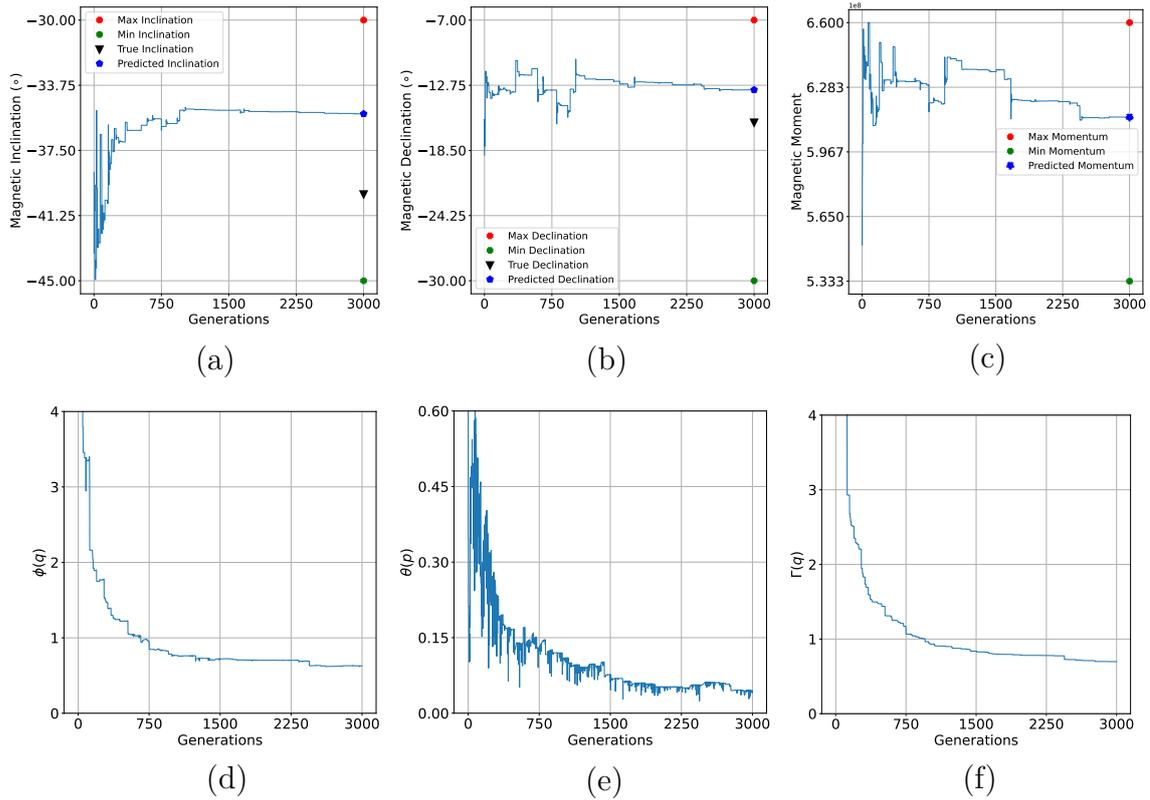


Figura 13 – Gráficos de convergência dos parâmetros magnéticos ao longo das gerações para o teste do dique inclinado. (a) Inclinação $i_{3000} = -35.39^\circ$, (b) declinação $d_{3000} = -13.15^\circ$ e (c) intensidade do momento magnético por dipolo $|\mathbf{m}_{3000}| = 6.18 \times 10^8 \text{ A.m}^2$. Os pontos vermelho e verde indicam os limites superior e inferior do espaço de busca, respectivamente. O pentágono azul é a estimativa e o triângulo preto é o valor verdadeiro de cada parâmetro magnético. Convergência das funções de (d) ajuste $\phi(\mathbf{q})_{3000} = 0.63$, (e) equidistância $\theta(\mathbf{p})_{3000} = 0.045$ e (f) mono-objetivo $\Gamma(\mathbf{q})_{3000} = 0.69$.

A boa convergência dos parâmetros mostra que os limites de busca foram novamente bem definidos para o problema, já que nenhum dos parâmetros estimados na última geração "grudou" em um dos extremos dos limites de busca. Vale salientar a estabilidade da inclinação e declinação magnéticas, ao redor da geração 1500. Esse padrão não se repete no caso da intensidade do momento magnético, devido à natureza do problema.

A estimativa da intensidade do momento magnético por dipolo é apresentada na Figura 13 (c). Como foram utilizados 15 dipolos na inversão, a estimativa do momento de dipolo total é $6.18 \times 10^8 \text{ A.m}^2$ multiplicado por 15, totalizando $|\mathbf{m}| = 9.27 \times 10^9 \text{ A.m}^2$. Esse valor é próximo do verdadeiro estabelecido para o dique inclinado (i.e., $|\mathbf{m}| = 7,2 \times 10^9 \text{ A.m}^2$). A Figura 13 (d), (e) e (f) apresentam as curvas de convergência das funções do ajuste, de estabilização e mono-objetivo, respectivamente. Vale salientar a rápida convergência já nas primeiras gerações do AGH. Observe, novamente, que a função $\theta(\mathbf{p})$ apresenta alguma instabilidade durante a convergência, porém bem menor que no teste do dique vertical. Isso indica que a compacidade está bem configurada para o problema do

dique inclinado (i.e., o $\lambda = 7.5$ é um valor ideal).

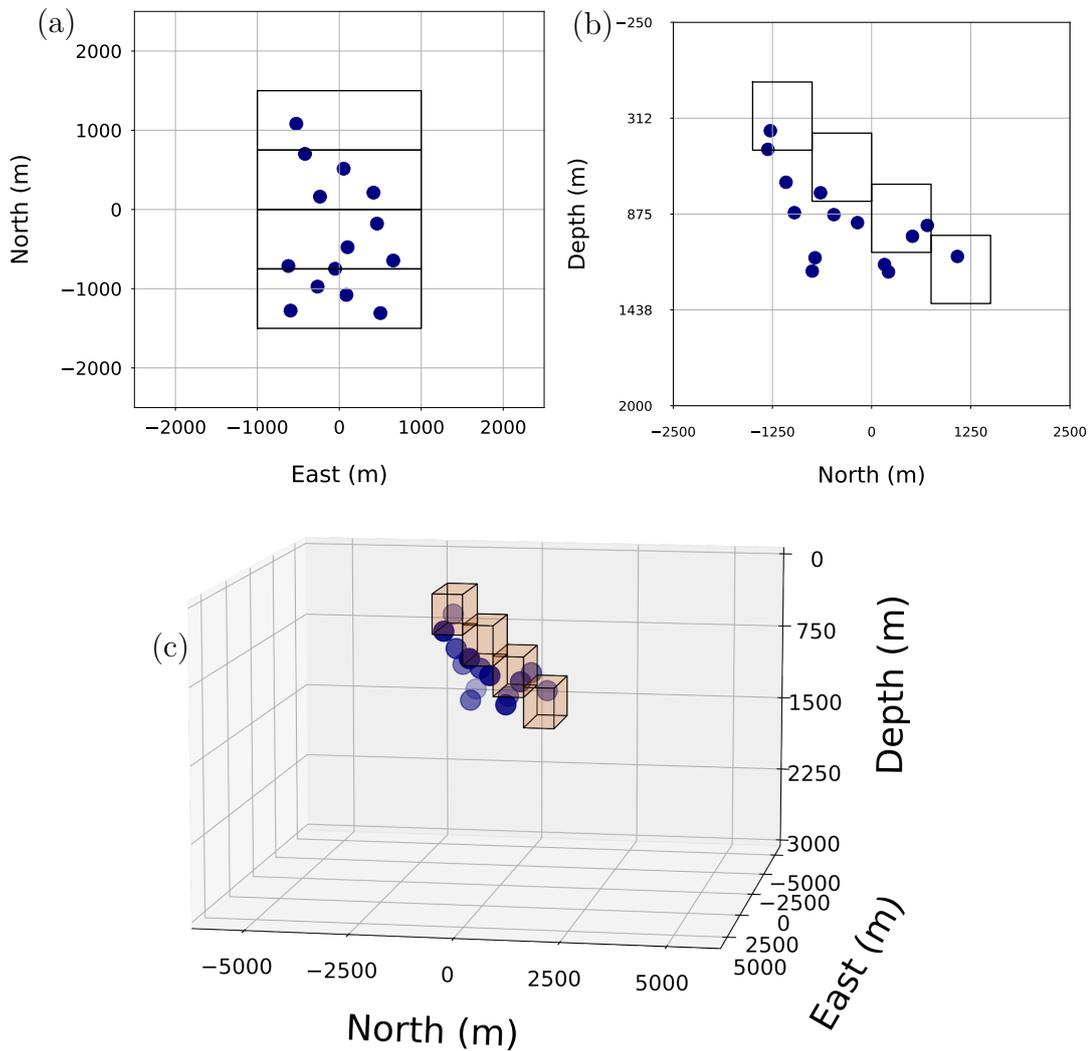


Figura 14 – Solução da nuvem de dipolos para o dique inclinado. Visão (a) aérea, (b) lateral e (c) 3D do dique vertical (prismas translúcidos) e do conjunto de dipolos magnéticos, representados pelos pontos azuis.

As Figuras 14 (a), (b) e (c) apresentam diferentes visadas da solução dada pelo melhor indivíduo da última geração do AG hierárquico para o modelo do dique inclinado. Podemos observar que a nuvem de dipolos magnéticos apresenta boa compactidade, mas teve certa dificuldade em determinar adequadamente a direção de mergulho do dique, especialmente os dipolos mais profundos. Podemos interpretar este comportamento como inerente às ambiguidades do dado magnético em profundidade. Adicionalmente, a profundidade do dique inclinado foi levemente superestimada. Este aspecto nos leva a crer que mais informação *a priori* sobre a direção de mergulho da fonte deve ser considerado. No entanto, a metodologia apresentada neste trabalho foi exitosa no delineamento do arcabouço magnético do dique inclinado, salvo a pequena incongruência na profundidade.

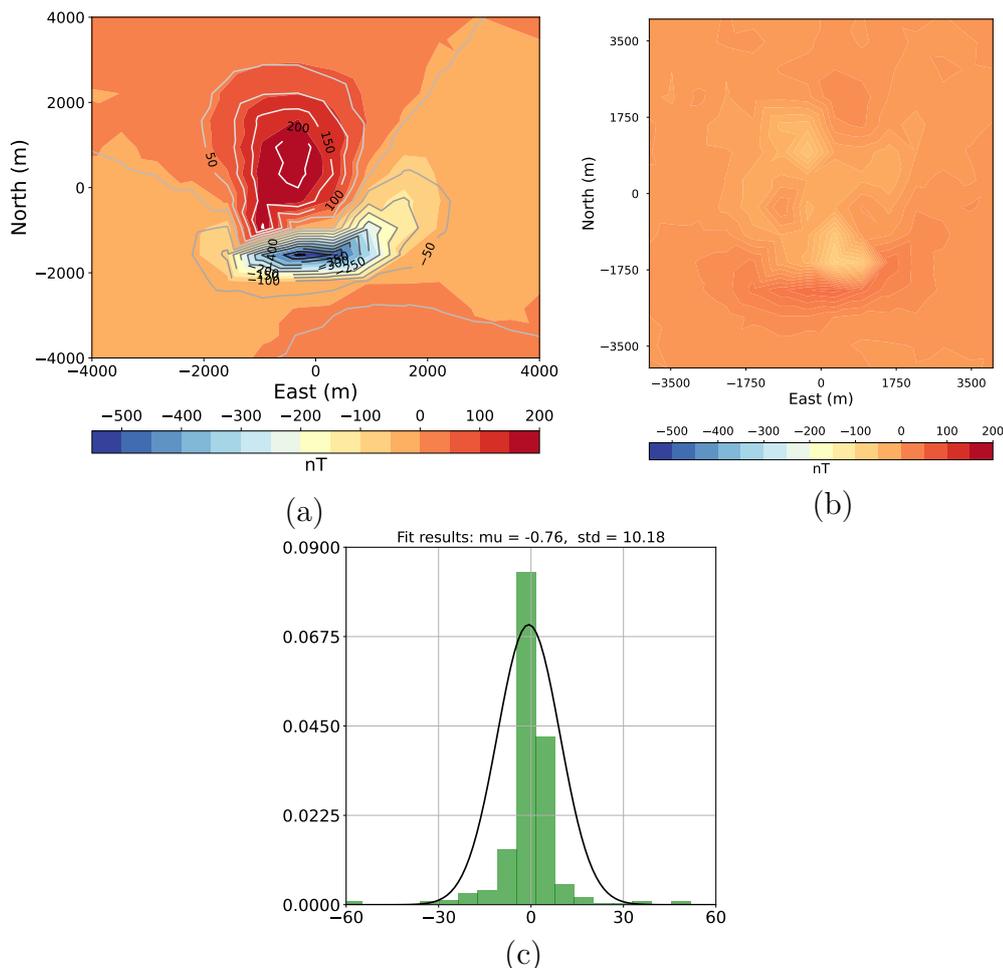


Figura 15 – Análise do ajuste dos dados magnéticos. (a) Sobreposição da anomalia de campo total observada (mapa de cores) e predita (isolinhas). (b) Mapa residual e (c) o histograma dos resíduos.

A Figura 15 (a) apresenta o mapa do ajuste das anomalias observada (mapa de cores) e predita (isolinhas). É possível verificar um bom ajuste dos dados, corroborado pelo mapa residual e o histograma dos resíduos apresentados nas Figuras 15 (b e c), respectivamente. O desvio padrão predito (10.18) é bastante superior ao verdadeiro (2.50), fato que pode ser associado aos piores ajustes nas maiores amplitudes do dado.

Podemos afirmar que as estimativas apresentadas para o dique inclinado são absolutamente consistentes. Com efeito, o método da inversão magnética discreta 3D estabilizado pela função de equidistância é capaz de ajustar a anomalia magnética de campo total produzida por um dique inclinado homogêneo e isolado. Outro aspecto mencionável é a importância em definir limites de busca adequados para os parâmetros do problema.

4.3 Modelo de uma Soleira

O terceiro teste sintético é composto por um prisma alongado nas direções horizontais, de forma a simular uma soleira em subsuperfície. As dimensões do prisma são

de $x \in [-1675 \text{ m}, 1675 \text{ m}]$, $y \in [-1675 \text{ m}, 1675 \text{ m}]$, $z \in [1575 \text{ m}, 1800 \text{ m}]$. A inclinação, declinação e a intensidade do momento de dipolo da soleira são $i = 40^\circ$, $d = -20^\circ$ e $|\mathbf{m}| = 5.2 \times 10^{10} \text{ A.m}^2$, respectivamente. A inclinação, declinação e intensidade do campo magnético principal foram simulados com os seguintes valores $I = -36^\circ$, $D = -20^\circ$ e $\mathbf{F} = 23000 \text{ nT}$.

4.3.1 Limites de busca

A Tabela 4 apresenta os limites de busca de cada parâmetro para o teste da soleira. As coordenadas Cartesianas de cada dipolo são definidas, assim como a inclinação, declinação e a intensidade do momento de dipolo magnético por indivíduo da população.

Tabela 4 – Tabela com os limites de busca para o caso da soleira.

Parâmetro	Mínimo	Máximo
Inclinação i ($^\circ$)	35	48
Declinação d ($^\circ$)	-28	-8
Momento por dipolo $ \mathbf{m} $ (A.m^2)	4.5×10^9	5.5×10^9
Coordenada x (m)	-4000	4000
Coordenada y (m)	-4000	4000
Coordenada z (m)	1200	2000

Baseando-se nas estimativas da deconvolução de Euler, os limites de busca da coordenada z foram determinados para cada índice estrutural, tendo como resultado $z_{(\eta=1)} = 1254.84 \text{ m}$, $z_{(\eta=2)} = 1791.25 \text{ m}$ e $z_{(\eta=3)} = 2015.96 \text{ m}$. Em contraste com os testes sintéticos anteriores, cuja espessura vertical das fontes causadoras é maior, o modelo de soleira apresenta variação de somente 225 m de profundidade entre topo e base, tornando a determinação do limite de busca na coordenada z mais sensível. Portanto, ajustamos os limites superiores e inferiores mais próximo da estimativas obtidas através dos índices estruturais escolhidos.

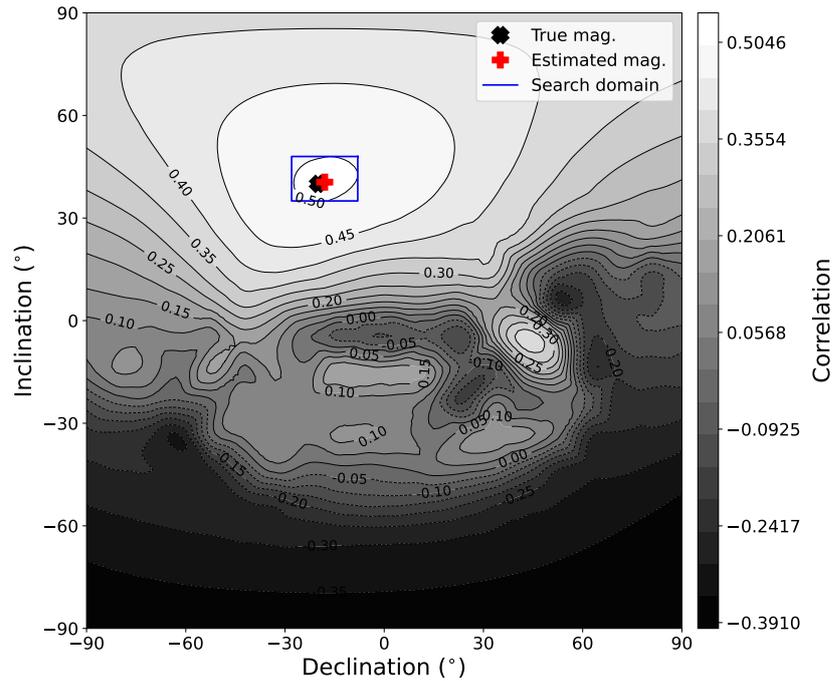


Figura 16 – O mapa da correlação cruzada para definir o limites de busca da inclinação e declinação magnéticas. O retângulo em azul mostra a área de busca utilizada. A cruz vermelha é o valor estimado ($i = 40.25^\circ$, $d = -19.25^\circ$) e o símbolo em preto é a magnetização verdadeira ($i = 40^\circ$, $d = -20^\circ$) do dique inclinado.

Os limites de busca para a inclinação i e declinação d magnéticas foram definidos a partir do mapa de correlação cruzada, conforme pode ser observado na Figura 16. O valor verdadeiro ($i = -40^\circ$, $d = -20^\circ$) e o calculado pela correlação ($i_0 = -40.25^\circ$, $d_0 = -19.25^\circ$) estão em conformidade. Adicionalmente, o mapa de correlação cruzada mostra um único máximo bem definido, indicando uma anomalia magnética produzida por uma fonte homogênea e isolada. Com efeito, uma pequena área retangular delineada em azul foi definida ao redor do valor de (i_0, d_0) calculado pela correlação cruzada, conforme pode ser visto na Figura 16. Dessa forma, é possível definir com maior assertividade os limites de busca da direção de magnetização.

4.3.2 Curva L

A Figura 17 apresenta a curva L para a soleira. Foram rodadas 10 inversões com diferentes valores de λ variando em uma ordem de grandeza.

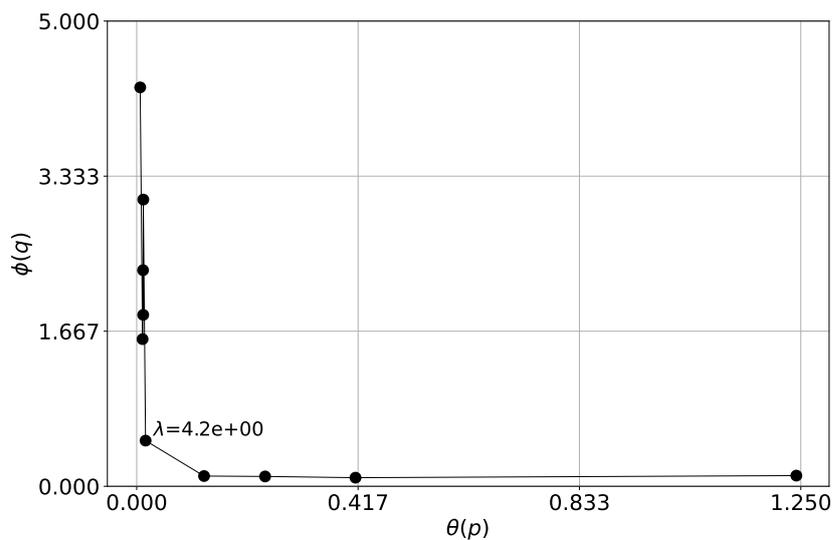


Figura 17 – Gráfico da curva L para a inversão da anomalia produzida pela soleira. O valor de λ tratado como ideal é 4.2.

Ainda que o formato desejado para a curva não tenha sido alcançado, um nítido cotovelo, o valor de $\lambda = 4.2$ foi escolhido como parâmetro de regularização ideal para o teste.

4.3.3 Resultados do AG hierárquico

A Figura 18 apresenta as estimativas ao longo das gerações do AG hierárquico para a soleira. A direção da magnetização verdadeira ($i = 40^\circ$, $d = -20^\circ$) é bem recuperada pelo AGH ($i = 39.60^\circ$, $d = -22.46^\circ$), conforme pode ser verificado nas Figuras 18 (a) e (b).

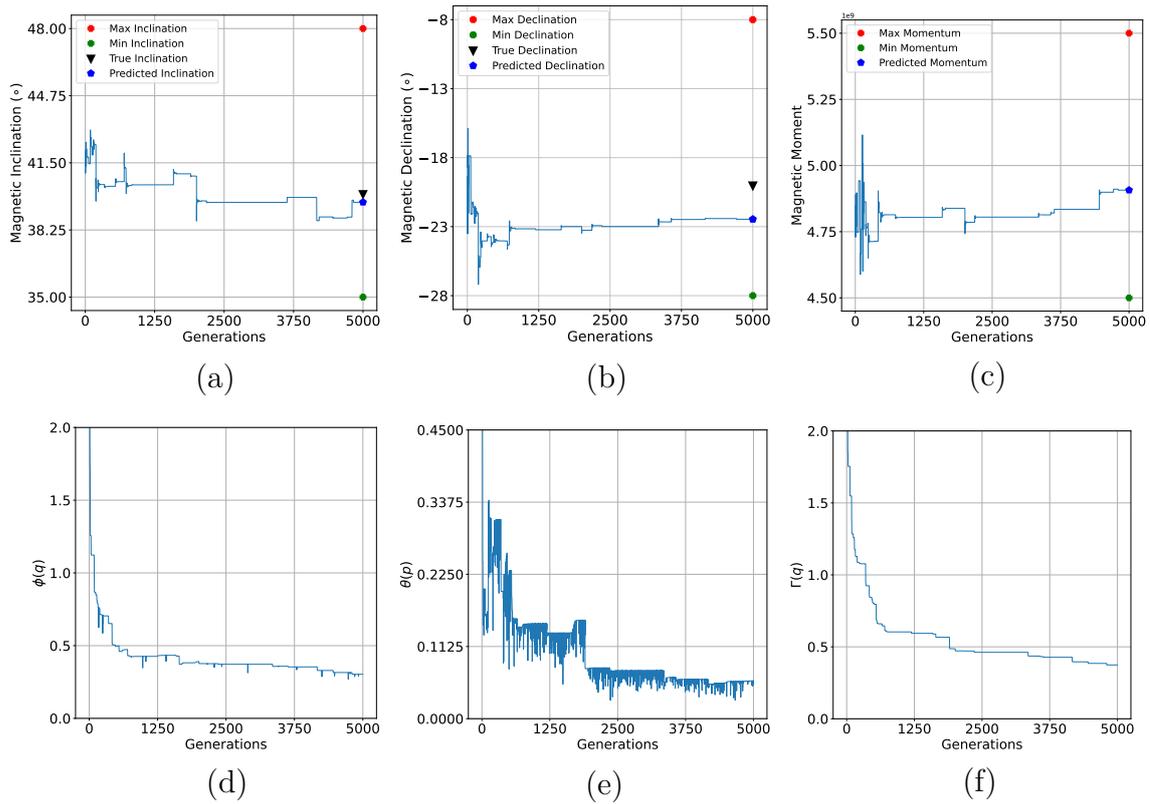


Figura 18 – Gráficos de convergência dos parâmetros magnéticos ao longo das gerações para o teste da soleira. (a) Inclinação $i_{5000} = 39.60^\circ$, (b) declinação $d_{5000} = -22.46^\circ$ e (c) intensidade do momento magnético por dipolo $|\mathbf{m}_{5000}| = 4.90 \times 10^9 A.m^2$. Os pontos vermelho e verde indicam os limites superior e inferior do espaço de busca, respectivamente. O pentágono azul é a estimativa e o triângulo preto é o valor verdadeiro de cada parâmetro magnético. Convergência das funções de (d) ajuste $\phi(\mathbf{q})_{5000} = 0.30$, (e) equidistância $\theta(\mathbf{p})_{5000} = 0.058$ e (f) mono-objetivo $\Gamma(\mathbf{q})_{5000} = 0.37$.

A ótima convergência dos parâmetros magnéticos demonstram que os limites de busca foram bem definidos para o teste. Durante a evolução das gerações, as estimativas não se aproximaram dos limites do espaço de busca. Adicionalmente, podemos destacar a boa estimativa da inclinação magnética, ilustrada pela pequena diferença de 0.40° entre o valor verdadeiro e o estimado.

A estimativa da intensidade do momento magnético por dipolo é apresentada na Figura 18 (c). Ao utilizar 10 dipolos na inversão, a estimativa do momento de dipolo total é $4.90 \times 10^9 A.m^2$ multiplicado por 10, totalizando $|\mathbf{m}| = 4.90 \times 10^{10} A.m^2$. Esse valor é próximo do verdadeiro estabelecido para a soleira (i.e., $|\mathbf{m}| = 5.2 \times 10^{10} A.m^2$). A Figura 18 (d), (e) e (f) expõem as curvas de convergência das funções do ajuste, de estabilização e mono-objetivo, respectivamente. O padrão de rápida convergência nas primeiras 1250 gerações do AGH e uma abrupta mudança para uma convergência mais lenta (em platôs) se repete nas funções. Vale salientar, a função $\theta(\mathbf{p})$ que apesar de apresentar uma considerável estabilidade ao longo das gerações uma convergência ocorre ao final do processo, indicando

que ainda é necessário uma melhor determinação do parâmetro de regularização (i.e., $\lambda = 4.2$).

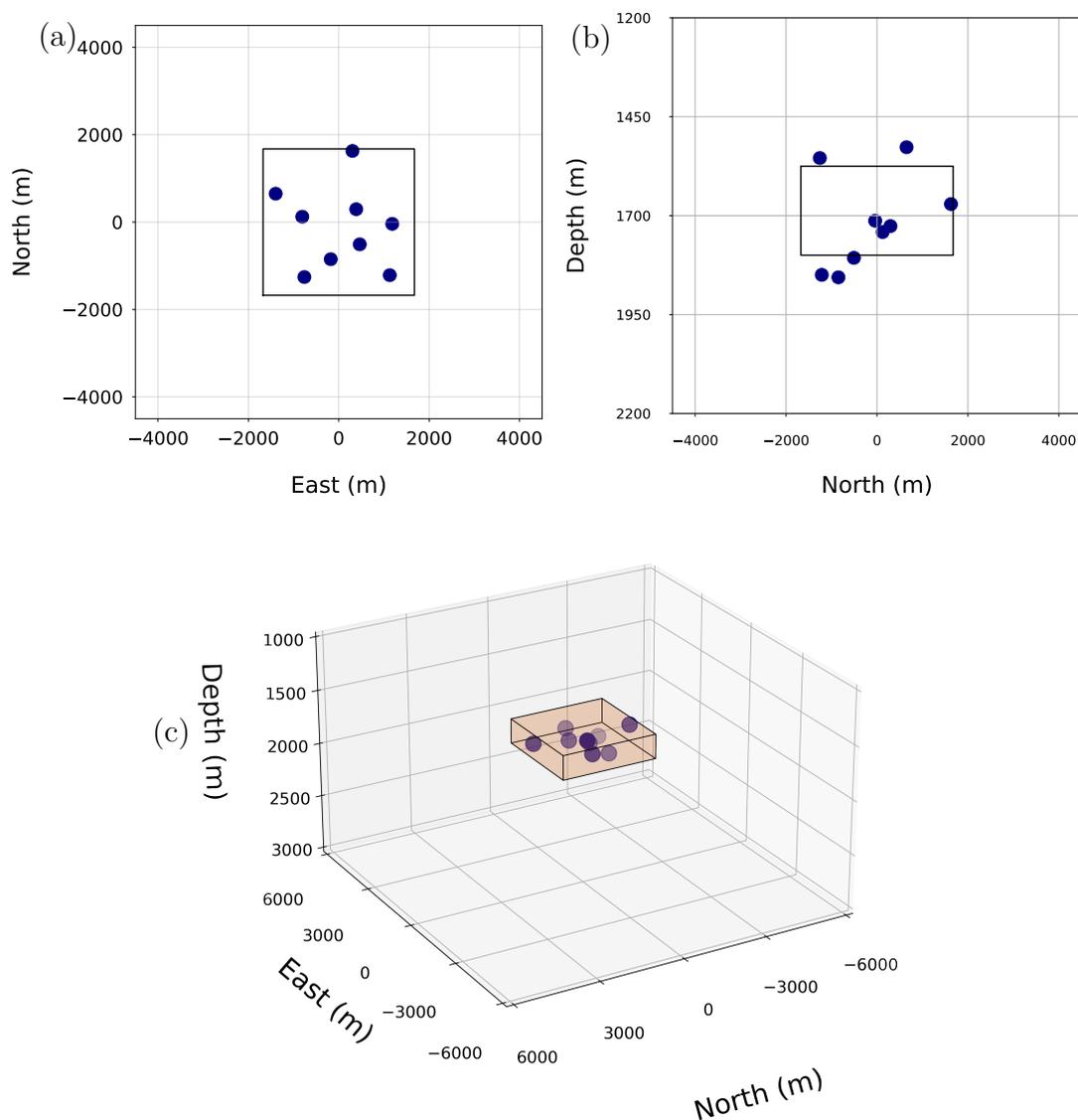


Figura 19 – Solução da nuvem de dipolos para a soleira. Visão (a) aérea, (b) lateral e (c) 3D da soleira e do conjunto de dipolos magnéticos, representados pelos pontos azuis.

As Figuras 19 (a), (b) e (c) apresentam distintas visadas da solução dada pelo melhor indivíduo da última geração do AG hierárquico para o modelo de soleira. Podemos observar que o arcabouço magnético apresenta uma boa distribuição horizontal Figura 19 (a), fato que não se repete em profundidade, conforme pode ser observado na Figura 19 (b). Esta configuração da nuvem de dipolos está relacionada a uma menor dimensão vertical do corpo, tornando mais difícil a recuperação da profundidade. Ainda assim, a metodologia foi bem sucedida na determinação do arcabouço magnético da soleira, excetuando-se algumas incongruências na profundidade.

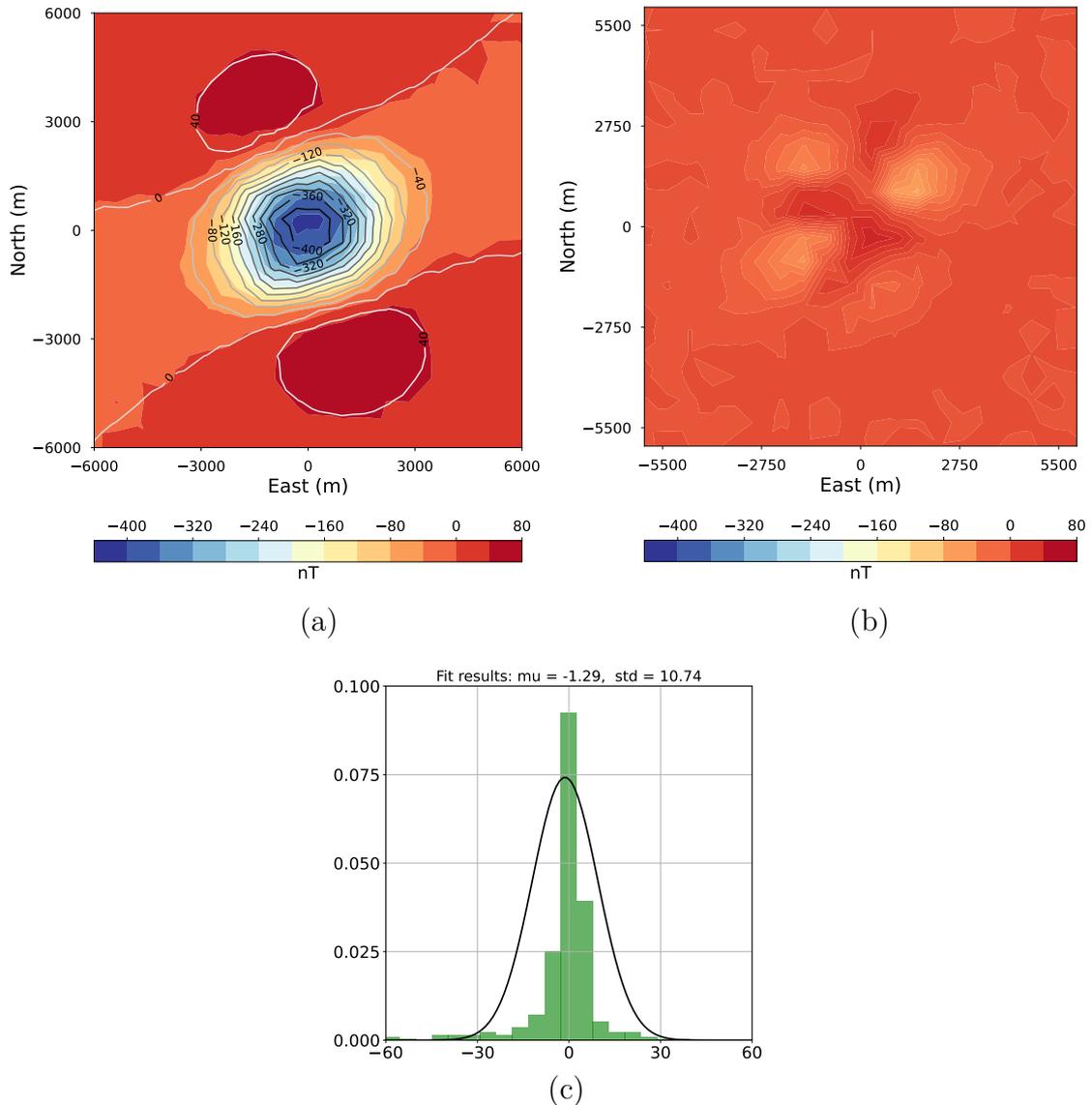


Figura 20 – Análise do ajuste dos dados magnéticos. (a) Sobreposição da anomalia de campo total observada (mapa de cores) e predita (isolinhas). (b) Mapa residual e (c) o histograma dos resíduos.

A Figura 20 (a) exibe o mapa do ajuste das anomalias observada (mapa de cores) e predita (isolinhas). Observamos um ajuste satisfatório dos dados, comprovando pelo mapa residual e o histograma dos resíduos apresentados nas Figuras 20 (b e c), respectivamente. A média predita (-1.29) no histograma dos resíduos indica que a anomalia magnética apresenta uma pequena tendência, ainda que esteja ao redor do valor nulo. Dessa forma, o valor elevado do desvio padrão predito (10.74) obtido pode ser entendido a partir da colaboração dos resíduos com menor frequência e com amplitudes altas, como podemos ver na Figura 20 (b). Através do teste exposto nesta seção, podemos certificar que o método da inversão magnética discreta 3D estabilizado pela função de equidistância é capaz de estimar de forma consistente o arcabouço magnético de uma soleira homogênea e isolada.

5 Aplicação em dados reais

5.1 Contexto Geológico Local

A região de estudo está localizada na cidade de Arraial do Cabo, região dos lagos do Rio de Janeiro. Basicamente, três momentos geológicos distintos configuram o local. O primeiro é a consolidação do embasamento durante a formação do Gondwana. O Segundo episódio é a dissolução do supercontinente Gondwana, dando início à formação do Oceano Atlântico Sul, findando com o magmatismo alcalino de Idade Eocretácea a Eocênica (MILANI; ZALÁN, 1999; SCHMITT et al., 2012).

A formação do Gondwana ou Orogenia Neoproterozóica Brasileiro-Pan Africana (ALMEIDA, 1986; ALMEIDA et al., 1981) foi o processo de amalgamação de paleocontinentes, que resultou na gênese dos orógenos: Araçuaí, Ribeira, Brasília meridional, Dom Feliciano e São Gabriel (HEILBRON et al., 2004). Dentre orógenos mencionados, o Ribeira é onde se encontra a região de interesse, em laranja na Figura 21.

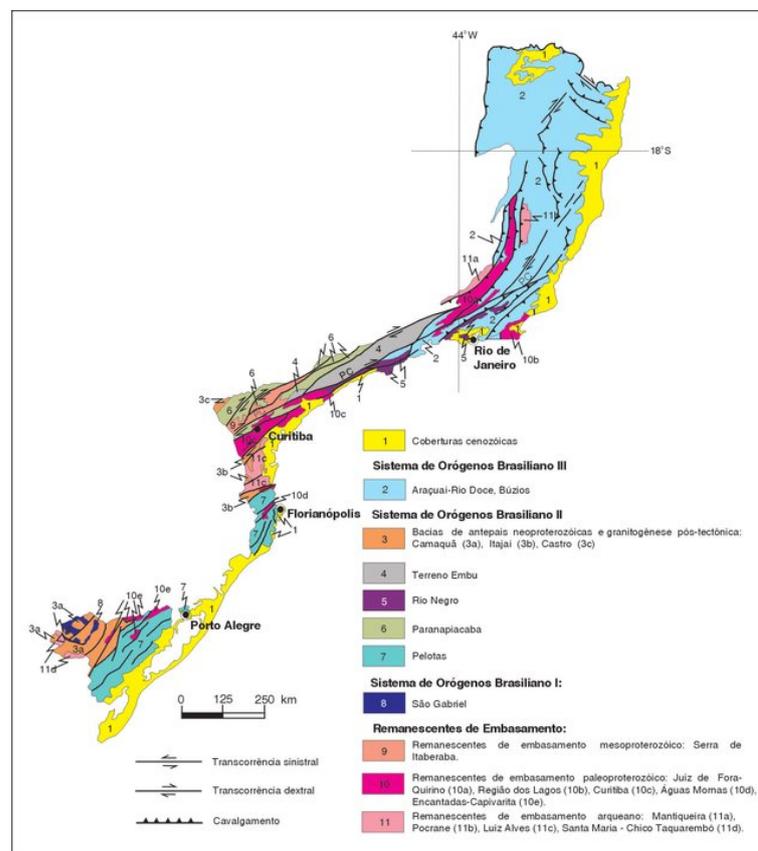


Figura 21 – Domínios tectônicos e principais estruturas da Província Mantiqueira. Retirado de Delgado et al. (2003).

A Faixa Ribeira é formada por colisões entre microplacas, placas e/ou arcos de ilhas com o Cráton do São Francisco, assim como a interação deste sistema com o sudoeste do Cráton do Congo (PEDROSA-SOARES et al., 1998). Segundo Heilbron et al. (2004), este processo de convergência entre os terrenos ocorreu em duas fases distintas. A primeira se deu em decorrência do empilhamento sofrido pelos terrenos Ocidental, Paraíba do Sul, Embu e Oriental, sendo iniciado a 580 Ma, na direção oblíqua E-WNW. Já o no segundo momento, o terreno Cabo Frio colidiu com o restante do sistema em torno dos 530 - 510 Ma, dando origem ao atual Terreno Cabo Frio (SCHMITT et al., 2012). Duas unidades estratigráficas fundamentais compõem o Terreno Cabo Frio:

1. Unidade Região dos Lagos:

São ortognaisses paleoproterozóicos de 1.9 Ga com intrusões de anfibolitos (SCHMITT et al., 2012);

2. Rochas metassedimentares de alto grau:

São formadas por paragnaisses pelíticos apsamíticos com lentes de anfibolitos e calcissilicáticas, chamadas de Unidade Forte de São Mateus e Búzios (SCHMITT; MANSUR; MONTEIRO, 2004).

Embora a estratigrafia do Domínio Cabo Frio seja dividida conforme mencionado, corpos magmáticos variados estão presentes na região de Arraial do Cabo, de forma que outros processos geológicos são de fundamental importância para o entendimento do contexto geológico no qual este trabalho está inserido. Com este intuito, abordamos dois eventos que estão relacionados com a gênese dos corpos magmáticos; i) a fragmentação do Gondwana e ii) o Alinhamento Alcalino Poços de Caldas - Cabo Frio. A fragmentação do Gondwana ocorreu cronologicamente no Cretáceo Inferior e o início do Cenozóico é relacionado à Província Paraná-Etendeka, evento composto por derrames basálticos e enxames de diques, como os de Ponta Grossa, de Florianópolis e o da Serra do Mar (ALMEIDA, 1986). No Brasil, observa-se que os diques e derrames localizam-se tanto em bacias sedimentares onshore e offshore, conforme mostra a Figura 22. Como sabemos, o enxame de diques da Serra do Mar localiza-se no litoral dos estados de São Paulo, Rio de Janeiro e Espírito Santo. O alinhamento desses corpos geológicos se dá na direção NE-SW e podem ser subdivididos em Ocidental, devido à alta concentração de óxido de titânio (TiO₂) e Oriental, pelo motivo oposto (SCHMITT et al., 2012). No trabalho de TETZNER e Almeida (2003), os Diques do grupo Ocidental, localizados na Região dos Lagos do Rio de Janeiro, foram relacionados aos derrames basálticos da Bacia de Campos. Analogamente, Dutra (2006) relacionou os diques, incluindo os do Pontal do Atalaia, com a Suíte Costa Azul, que deriva da Suíte Esmeralda presente no Sul da Província Paraná-Etendeka.

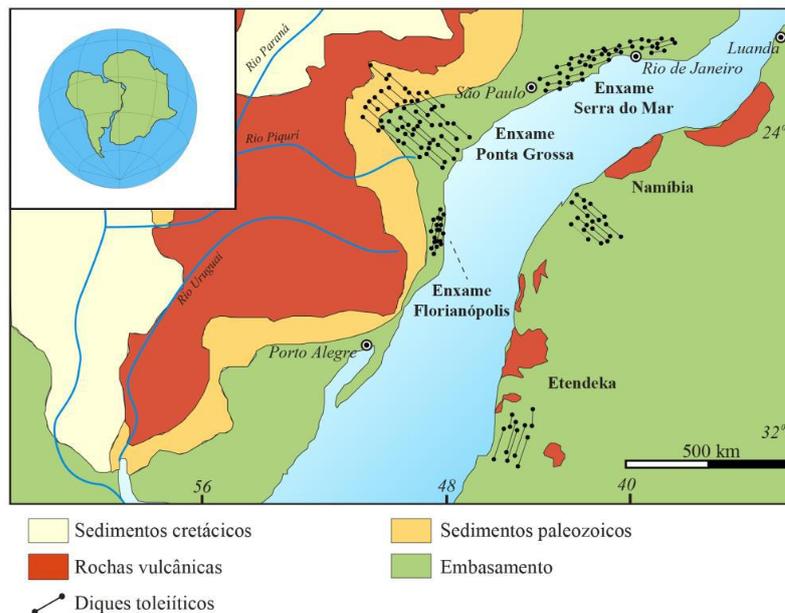


Figura 22 – Magmatismo no sul-sudeste do Brasil e no oeste africano. Composto pela Província Paraná-Etendeka, e os enxames de diques de Ponta Grossa, Florianópolis, Santos – Rio de Janeiro, Namíbia e Etendeka. Adaptado de Marques e Ernesto (2004).

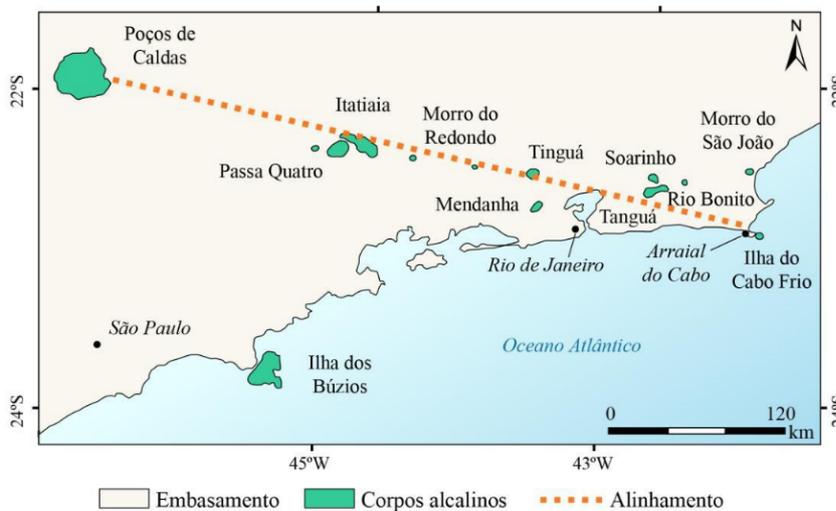


Figura 23 – Mapa da localidade dos principais corpos alcalinos mencionados (FIGUEIREDO, 2019).

O último evento magmático de grandes proporções na área de estudo está associado ao alinhamento alcalino Poços de Caldas e Cabo Frio (Figura 23), datado entre o Cretáceo Superior e o Eoceno (SCHMITT et al., 2012). Com efeito, houve o surgimento de corpos geológicos específicos, como *stocks*, *plugs*, diques e *sills*. Destacam-se os, conforme mostra a Figura 23, complexos alcalinos de Poços de Caldas, Passa Quatro, Itatiaia, Morro Redondo, Mendanha, Tinguá, Tanguá, Soarinho, Rio Bonito, Morro do São João e Ilha

do Cabo Frio, todos curiosamente orientados WNW-ESE. (ALMEIDA, 1986). As idades desses maciços alcalinos são decrescentes do interior para a costa, contribuindo com a interpretação associada ao caminho percorrido pelo ponto quente de Trindade sob a placa sul-americana (HERZ, 1977; FILHO; RODRIGUES, 1999). Os corpos magmáticos toleíticos e

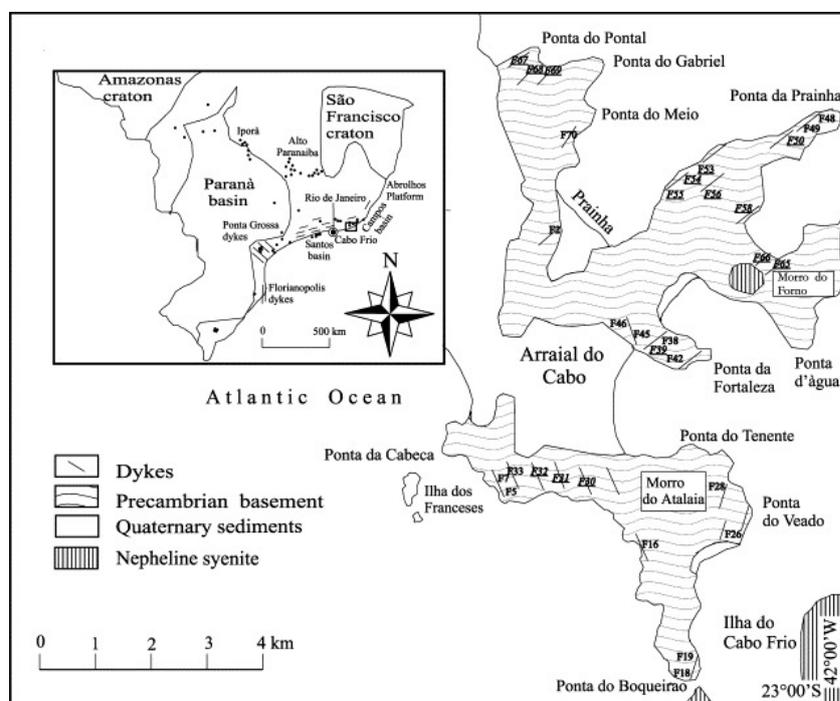


Figura 24 – Interpretação das intrusões encontradas na cidade de Arraial do Cabo, segundo Bennio et al. (2003).

alcalinos de Arraial do Cabo e da Ilha de Cabo Frio são amplamente estudados (e.g. Araújo (1995), Bennio et al. (2003), Motoki e Sichel (2008), Sichel et al. (2008)). Desta forma, é consenso na literatura a presença de diques de basaltos ao longo do litoral, orientados majoritariamente de forma bimodal (SW - NE and SE - NW). Sobre os alcalinos, Araújo (1995) descreveu os sienitos do morro do Forno e do Pontal do Atalaia, sendo o último uma extensão do sienito da Ilha de Cabo Frio, conforme mostra a Figura 24. Contudo, pesquisas mais recentes, como as de Motoki e Sichel (2008), estabelecem que a continuidade lateral do corpo sienítico é menor do que a anteriormente estimada. Com efeito, a Ilha de Cabo Frio é o alcalino mais novo pertencente ao alinhamento, com idades radiométricas Ar-Ar de 55 Ma (BENNIO et al., 2003). A ilha contém maior parte de sua área composta pela sienito intrudido sob o embasamento. No entanto, seus limites laterais são compostos por rochas diferentes, destacando-se o limite sudoeste, onde há uma rocha piroclástica oriunda de um conduto vulcânico (SICHEL et al., 2008).

Diante de tantos desafios ainda a serem compreendidos na região, a anomalia magnética de Cabo Frio, cujas fontes causadores foram inicialmente analisadas no trabalho de (FERRAZ; SILVA; FERRARI, 2008) tornou-se um objeto de estudo muito interessante.

Com o propósito de reforçar e ampliar as descobertas de Ferraz, Silva e Ferrari (2008), estabelecemos a região do morro do Forno, local onde diques são interpretados e mostrados na Figura 24 como alvo central da nossa aplicação.

5.2 Anomalias magnéticas de Cabo Frio

A Figura 25 mostra a anomalia magnética de Cabo Frio, representada por uma amostragem de 10201 dados regularmente espaçados ($N_x=N_y=101$). A aeromagnetometria realizada pela Fugro-Lasa em 2003 possui espaçamento de 500 metros entre linhas, com altura média de vôo de 150 metros, na direção de N 30° W (FERRAZ; SILVA; FERRARI, 2008). A inclinação e declinação magnética do campo principal são $I = -36.35^\circ$ e $D = -21.82^\circ$, respectivamente. A intensidade média do campo principal é $|\mathbf{F}| = 23472.09$ nT. Linhas de controle foram utilizadas a cada 2000 metros. Por fim, esta anomalia foi recortada na região da Ponta da Prainha e o Morro do Forno.

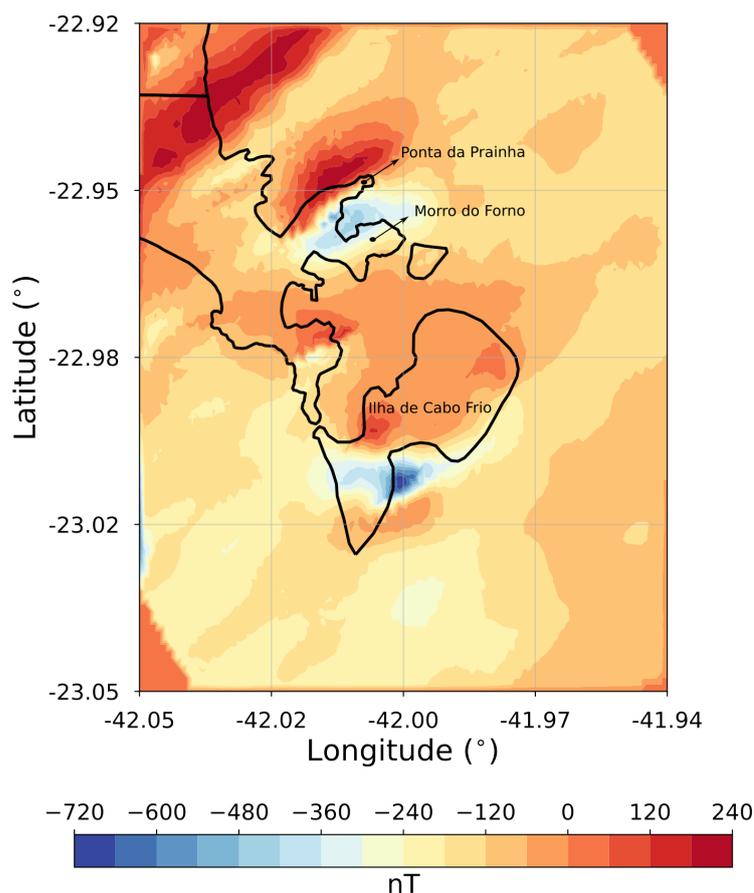


Figura 25 – Anomalia magnética de Cabo Frio. Em destaque a Ponta da Prainha, o Morro do Forno e a Ilha de Cabo Frio, as regiões com anomalias mais características da área de Arraial do Cabo.

As diversas anomalias de curto comprimento de onda podem ser observadas na

região, especialmente a anomalia dipolar (i.e., polo positivo acima do negativo) localizada na região do Morro do Forno. Há também outra anomalia dipolar reversa (i.e., polo negativo acima do positivo) localizada na Ilha de Cabo Frio, ao Sul. Segundo o trabalho de [Sichel et al. \(2008\)](#), esta pode estar relacionada a um fluxo piroclástico oriundo de um conduto subvulcânico. Não obstante, definimos o recorte da anomalia residual próxima ao Morro do Forno, com o intuito de buscar informações adicionais a respeito do magnetismo crustal dessa área.

5.2.1 Processamento dos dados

Com o propósito de realçar os conteúdos de alta frequência da anomalia a ser invertida, foi realizada uma continuação para cima de 400 metros na anomalia magnética recortada.

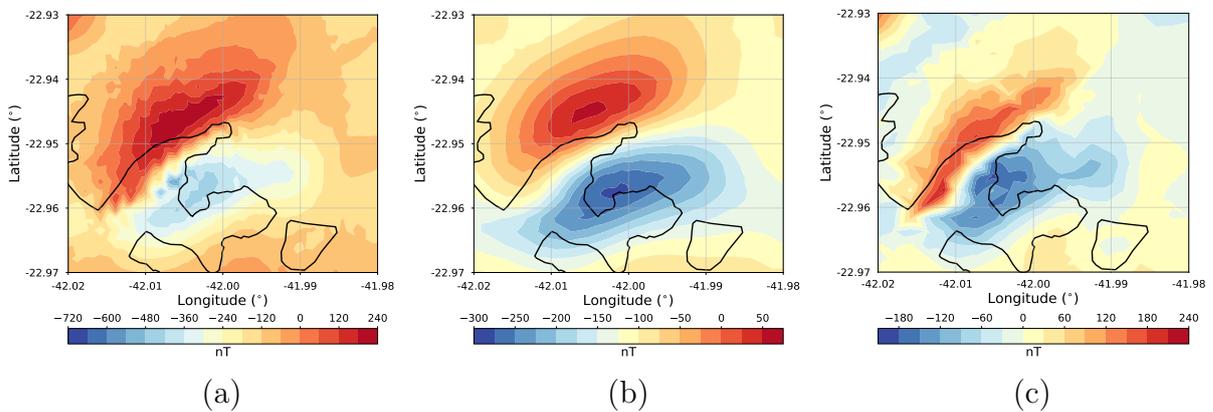


Figura 26 – Etapa de processamento dos dados. (a) Anomalia magnética da região do Morro do Forno, (b) continuação para cima de 400 metros e (c) a anomalia residual utilizada na inversão.

Por fim, a subtração da anomalia recortada (i.e., Figura 26 a) daquela obtida pela continuação para cima (i.e., Figura 26 b) produz a anomalia residual representada pela Figura 26 (c). Com esse processamento, podemos afirmar que a anomalia magnética residual na região do Morro do Forno é produzida por fontes rasas ([ARAÚJO, 1995](#); [FERRAZ; SILVA; FERRARI, 2008](#); [SCHMITT et al., 2012](#)).

5.2.2 Limites de Busca

A tabela 5 apresenta os valores máximos e mínimos estabelecidos como espaço de busca para os parâmetros a serem estimados, no caso da investigação real.

Tabela 5 – Limites de busca para o caso real.

Parâmetro	Mínimo	Máximo
Inclinação i ($^{\circ}$)	-35	-25
Declinação d ($^{\circ}$)	-45	-30
Momento por dipolo $ \mathbf{m} $ ($A.m^2$)	2.6×10^8	5.0×10^8
Coordenada x (UTM-N)	$7.457 \times 10^6 m$	$7.459 \times 10^6 m$
Coordenada y (UTM-E)	$8.05 \times 10^5 m$	$8.05 \times 10^5 m$
Coordenada z (m)	$0 m$	$1000 m$

Assim como nos casos sintéticos apresentados anteriormente, utilizamos a deconvolução de Euler para definir o espaço de busca para as coordenadas verticais z . Os valores estimados, para cada índice estrutural, são : Os valores são $z_{(\eta=1)} = 219.70 m$, $z_{(\eta=2)} = 389.95 m$ e $z_{(\eta=3)} = 560.21 m$. Novamente, reduzimos o limite inferior e aumentamos o superior de tal forma a definirmos um espaço de busca consistente, conforme pode ser observado na Tabela 5.

A Figura 27 apresenta o mapa de correlação cruzada aplicado à anomalia magnética do Morro do Forno e Ponta da Prainha. Observe que os limites de busca para a magnetização total, especialmente para a declinação, são bastante amplos, já que o mapa não possui um máximo isolado. Além disso, o valor de 0.40 indica uma possibilidade moderada do par ($i = -28.50^{\circ}$, $d = 40.50^{\circ}$) ser o verdadeiro, uma vez que valores acima de 0.60 são mais assertivos (DANNEMILLER; LI, 2006). Durante as etapas do AGH, a necessidade de redefinir os limites de busca da declinação ficou evidente, tanto que o valor estimado pelo AG hierárquico é $d = -36.15^{\circ}$, valor suplementar ao 40.50° calculado pela correlação. Isso reforça a natureza ambígua deste e dos demais parâmetros magnéticos.

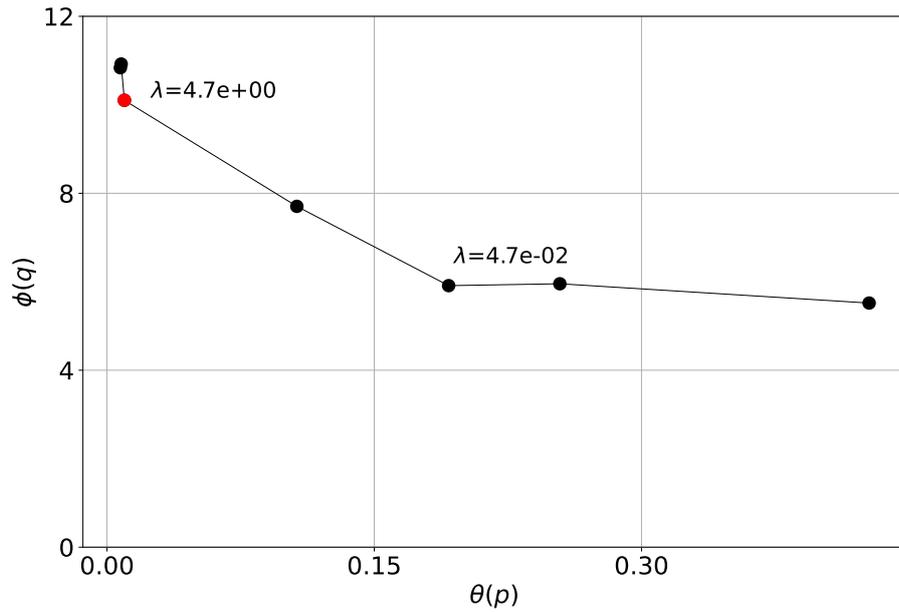


Figura 28 – Gráfico da curva L para o caso real. Os valores de λ tratados neste caso são 4.7×10^{-2} (preto) e 4.7×10^0 (vermelho).

Utilizamos o valor de $\lambda = 4.7 \times 10^0$ em detrimento do 4.7×10^{-2} como o ideal para melhorar o balanço entre a função do ajuste $\phi(\mathbf{q})$ e $\theta(\mathbf{p})$ durante a minimização da função objetivo agregada $\Gamma(\mathbf{q})$. O segundo valor para λ não promoveu uma convergência adequada e simultânea das funções $\theta(\mathbf{p})$ (i.e., Equação 2.6) e $\phi(\mathbf{q})$ (i.e., Equação 2.3). Para este caso, observa-se que a Figura 28 não apresenta um cotovelo bem definido, o que novamente dificulta a escolha do parâmetro de regularização adequado.

5.2.4 Resultados do AG hierárquico

O painel 29 apresenta as estimativas dos parâmetros magnéticos e das funções $\theta(\mathbf{p})$, $\phi(\mathbf{q})$ e $\Gamma(\mathbf{q})$ ao longo das gerações do AG hierárquico para a aplicação real. A direção da magnetização estimada pelo AGH é $(i = -30.67^\circ, d = -36.15^\circ)$, conforme pode ser verificado nas Figuras 29 (a) e (b). Estes valores indicam uma baixa remanência $(I = -36.35^\circ, D = -21.82^\circ)$ para as fontes crustais da região. Observamos também que ocorre uma estabilização dos parâmetros inclinação, declinação e intensidade do momento por volta da geração 2500, e que nenhum dos referidos parâmetros está "grudado" em um dos extremos do limite de busca, validando o teste.

A estimativa da intensidade do momento magnético por dipolo é $\mathbf{m} = 8.30 \times 10^7 A.m^2$, cujo gráfico de convergência é apresentado na Figura 29 (c). Como foram utilizados 15 dipolos na inversão, a estimativa do momento de dipolo total é $1.245 \times 10^9 A.m^2$. Podemos destacar que a convergência dos parâmetros magnéticos é estável a partir da geração 2500.

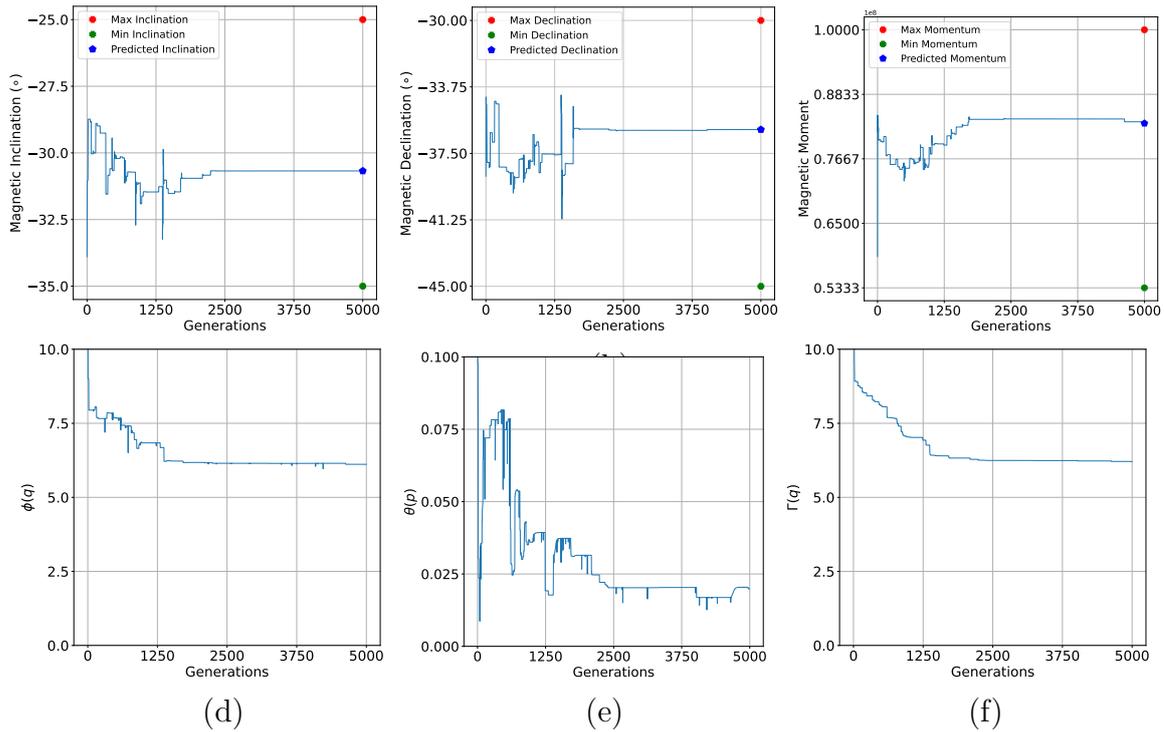


Figura 29 – Gráficos de convergência dos parâmetros magnéticos ao longo das gerações para o caso real. (a) Inclinação $i_{5000} = -30.67^\circ$, (b) declinação $d_{5000} = -36.15^\circ$ e (c) a intensidade do momento magnético por dipolo $\mathbf{m}_{5000} = 8.30 \times 10^7 \text{ A.m}^2$. Os pontos vermelho e verde indicam os limites superior e inferior do espaço de busca, respectivamente. O pentágono azul é a estimativa. Convergência das função (d) do ajuste $\phi(\mathbf{q})_{5000} = 6.11$, (e) de equidistância $\theta(\mathbf{p})_{5000} = 0.020$ e (f) mono-objetivo $\Gamma(\mathbf{q})_{5000} = 6.20$.

As Figuras 29 (d), (e) e (f) apresentam as curvas de convergência das funções do ajuste, de estabilização e mono-objetivo, respectivamente. Vale salientar a rápida convergência já nas primeiras gerações do AGH e o padrão "dente de serra" da curva de convergência da função $\theta(\mathbf{p})$. Observe que esta apresenta alguma instabilidade durante o processo. Adicionalmente, a convergência da função de estabilização para zero reforça que o critério da compacidade imposto pela minimização da função de equidistância é satisfatório. As Figuras 29 (d e f) apresentam padrões semelhantes na evolução das gerações, que estagnaram ao redor de 6.0. Isso mostra uma dificuldade em minimizar adequadamente a função mono-objetivo, devido a complexidade geológica da área de estudo.

As Figuras 30 (a), (b) e (c) apresentam a anomalia magnética residual, a anomalia predita pelos dipolos e o mapa dos resíduos, respectivamente.

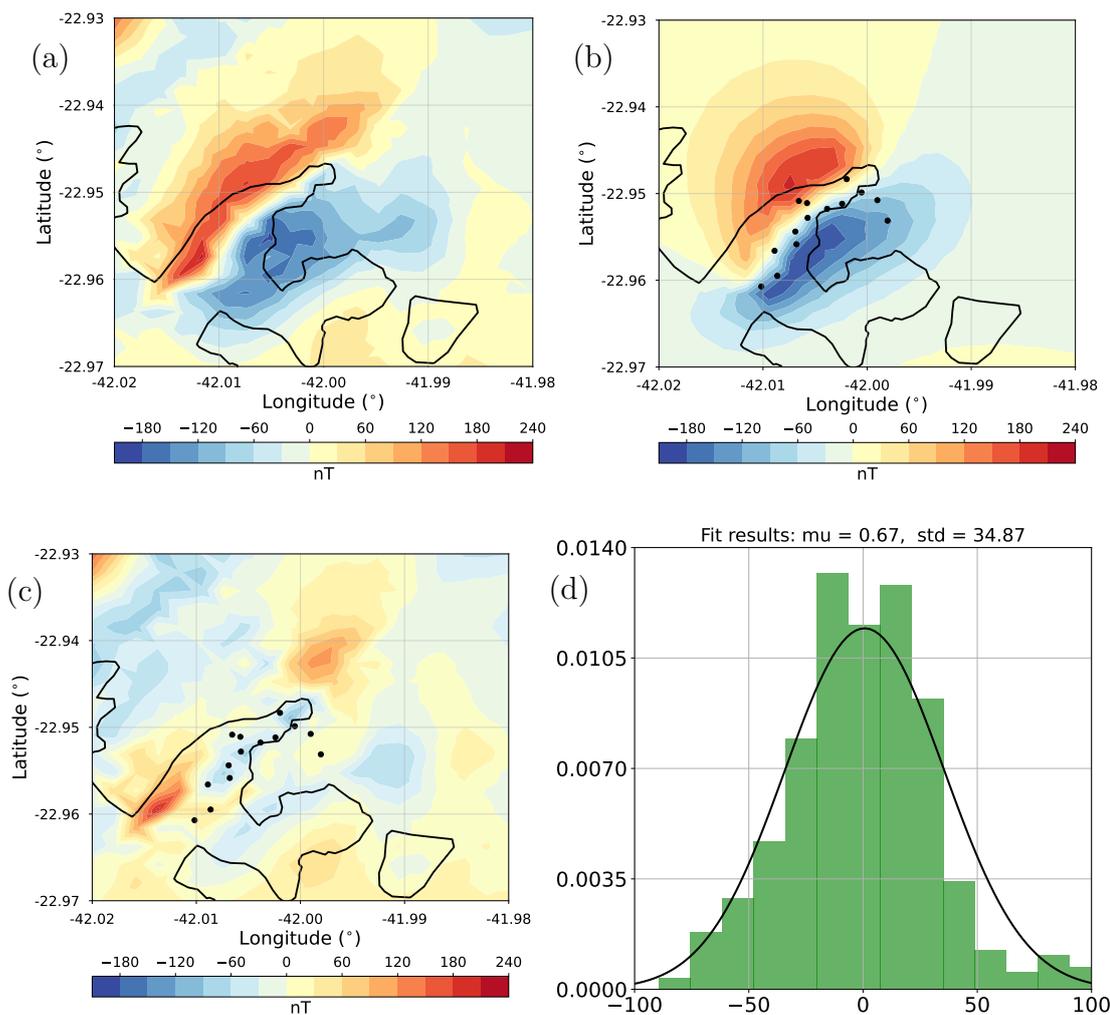


Figura 30 – Imagens referentes ao dado real. (a) Anomalia observada sobreposta à linha de costa, (b) visão aérea da nuvem de dipolos sobreposta à respectiva anomalia predita, (c) mapa residual entre anomalias observada e predita. (d) Histograma dos resíduos e (e) Distribuição espacial 3D da nuvem de dipolos.

A distribuição da nuvem de dipolos observada na Figura 30 (b) está majoritariamente localizada em subsuperfície e ao redor da ponta da Prainha, apresentando boa compacidade imposta pela minimização da função de equidistância. A anomalia magnética predita apresenta padrão semelhante à observada, especialmente nas amplitudes. No entanto, o formato alongado do polo positivo na direção Sudoeste-Nordeste não é adequadamente ajustado, conforme pode ser verificado no mapa dos resíduos da Figura 30 (c). Observe que o mapa dos resíduos indica ainda uma região de alta intensidade próxima à latitude -22.96° e longitude -42.01° aproximadamente. Isso se deve, possivelmente, à interferência do sinal magnético produzido pelo conjunto de diques da região. Com efeito, a premissa de fonte isolada e homogênea fica comprometida. O histograma dos resíduos (i.e., Figura 30 d) indica média próxima de zero e desvio padrão bastante elevado, da ordem de 35 nT, o que pode significar desajuste de altas amplitudes.

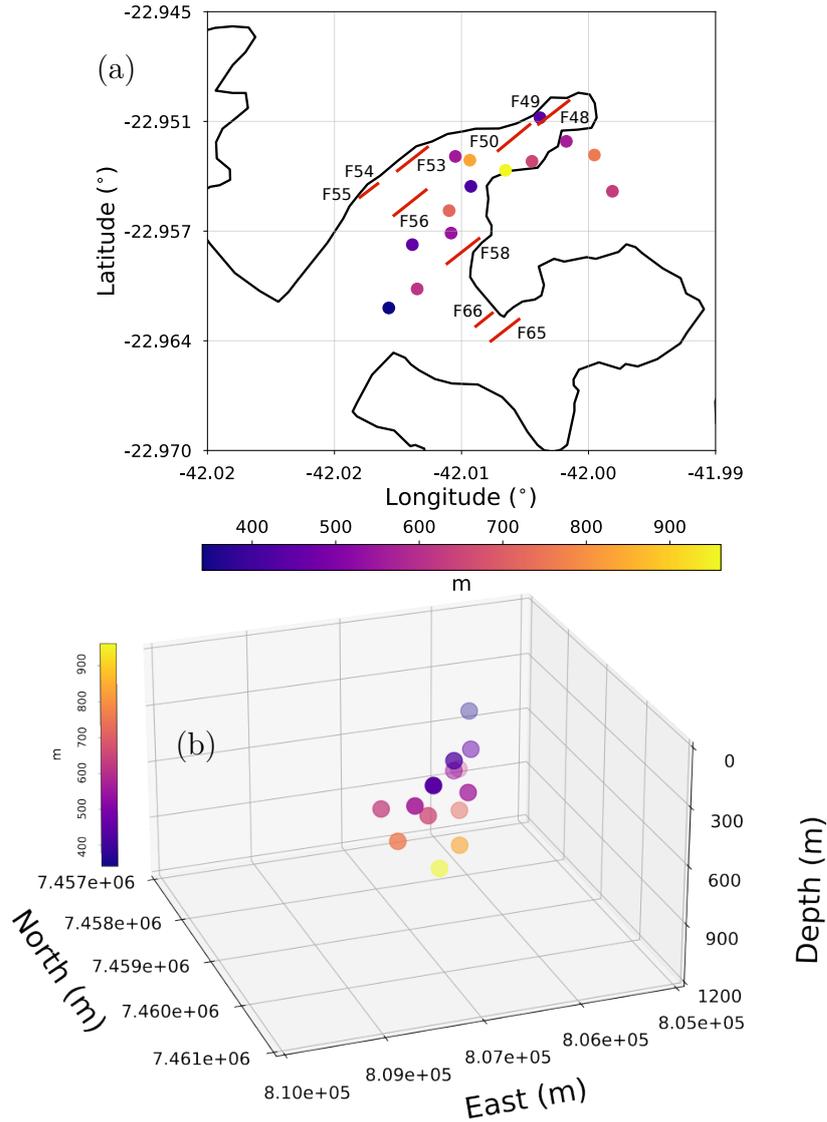


Figura 31 – Solução da nuvem de dipolos para o caso real.

A Figura 31 (a) mostra a integração entre a nuvem de dipolos estimada pelo AG hierárquico e a interpretação geológica realizada por [Bennio et al. \(2003\)](#). Observe que a região é dominada por diques com orientação Sudoeste-Nordeste. Dessa forma, podemos afirmar que a anomalia magnética residual é basicamente produzida pelo enxame de diques. Adicionalmente, podemos analisar a direção de mergulho do arcabouço magnético da região, cuja variação em profundidade é apresentada na Figura 31 (b). Vale salientar que a parte mais profunda do arcabouço magnético estimado (i.e., entre 800 e 900 metros) está localizado próximo aos diques F53 e F50. A borda Sudoeste do arcabouço estimado é próximo dos diques F66 e F65, a cerca de 500 metros de profundidade.

A estimativa da distribuição de dipolos indica que a anomalia magnética residual pode não estar univocamente associada ao enxame de diques basálticos. As amplitudes do sinal e a estimativa 3D do arcabouço denotam que a fonte causadora pode ser a conjunção

dos diques em profundidade ou heterogeneidades no embasamento Pré-cambriano da região (ARAÚJO, 1995; BENNIO et al., 2003).

6 Conclusões

Nesta dissertação é apresentada uma inversão magnética discreta tridimensional com o objetivo de estimar o arcabouço magnético e o vetor de magnetização total de fontes homogêneas e isoladas em subsuperfície. Para isso, defini-se um modelo interpretativo composto por um conjunto de dipolos magnéticos, que compartilham um único vetor de magnetização total. Estes dipolos são capazes de prever uma anomalia magnética de campo total próxima da observada quando as coordenadas cartesianas e o vetor de magnetização são adequadamente estimados. Para conter as ambiguidades da inversão magnética, utilizamos a função de equidistância para restringir a distribuição espacial do conjunto de fontes dipolares. A minimização desta função de estabilização confere compacidade à nuvem de dipolos pois associa a variância estatística desta ao problema da árvore espalhada de custo mínimo. Propomos a minimização agregada da função de desajuste e de equidistância por meio da função mono-objetivo 2.4. Para definir o equilíbrio entre as funções durante o processo de minimização, definimos o parâmetro de regularização λ ideal por meio do cotovelo da curva L. Em razão da natureza não linear do problema, o algoritmo genético hierárquico é implementado e os limites de busca do vetor de magnetização e das coordenadas verticais dos dipolos são definidos através da correlação cruzada generalizada e da deconvolução de Euler, respectivamente.

Afim de verificar a eficiência da metodologia proposta neste trabalho, testes em dados sintéticos ruidosos simulam, a partir de prismas uniformes, ambientes geológicos compostos por intrusões ígneas (i.e., diques vertical, dique inclinado e soleira). As estimativas demonstram que o método é capaz de recuperar o arcabouço magnético e a direção do vetor de magnetização de forma estável, desde que a premissa de fonte isolada seja respeitada. Observa-se a rápida convergência do algoritmo genético hierárquico em todos os testes realizados. As técnicas semi-automáticas para definir os limites de busca ideais podem ser consideradas um ótimo alicerce à metodologia.

A aplicação da metodologia na anomalia magnética de Cabo Frio, na região de Arraial do Cabo indica que a direção do vetor de magnetização total estimado apresenta pequena remanência magnética. Já o arcabouço magnético recuperado possui orientação Sudoeste-Nordeste, fato que concorda com os estudos geológicos locais. Entretanto, não podemos afirmar que a nuvem de dipolos está associada aos inúmeros diques alcalinos da região, pois o método está formulado com a premissa de fonte isolada. A eficácia do método pode estar associada à determinação adequada do espaço de busca.

Os resultados deste trabalho mostram a eficácia do método em estimar o arcabouço magnético em diferentes conjunturas geológicas, quando as mesmas respeitam as premissas

do método, sendo de grande valia na prospecção de localidades onde os conhecimentos a priori são limitados. A aplicação possível para a inversão proposta é a sua utilização como modelo inicial, para inversões mais específicas que buscam definir a forma do corpo. Outra vantagem deste método consiste na sua independência de outras informações geológicas (i.e, direção de mergulho e suscetibilidade magnética das rochas.). Podemos destacar as boas estimativas do vetor direção de magnetização total.

Como perspectivas futuras, mostra-se interessante a implementação da otimização multi-objetivo de forma que a minimização seja independente da escolha de um λ ótimo. Outro desafio futuro seria transformar este algoritmo em um pacote de inversão a ser disponibilizado para a comunidade geofísica. Por fim, o AGH apresenta potencial para ser paralelizado, o que promoveria aumento da quantidade de parâmetros a serem estimados, melhorando as soluções obtidas.

Referências

- ALMEIDA, F. D. et al. Brazilian structural provinces: an introduction. *Earth-Science Reviews*, Elsevier, v. 17, n. 1-2, p. 1–29, 1981.
- ALMEIDA, F. F. D. Distribuição regional e relações tectônicas do magmatismo pós-paleozóico no brasil. *Revista Brasileira de Geociências*, v. 16, n. 4, p. 325–349, 1986.
- ARAÚJO, A. *Geologia, geoquímica e petrologia das rochas alcalinas da ilha do Cabo Frio e das áreas continentais adjacentes, Arraial do Cabo-RJ*. [S.l.]: Niterói, Brazil: Department of Geology, Federal Fluminense University . . . , 1995.
- AYANI, M.; MACGREGOR, L.; MALLICK, S. Inversion of marine controlled source electromagnetic data using a parallel non-dominated sorting genetic algorithm. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 220, n. 2, p. 1066–1077, 2020.
- BARBOSA, V. C.; SILVA, J. B. Reconstruction of geologic bodies in depth associated with a sedimentary basin using gravity and magnetic data. *Geophysical Prospecting*, European Association of Geoscientists & Engineers, v. 59, n. Advances in Electromagnetic, Gravity and Magnetic Methods for Exploration, p. 1021–1034, 2011.
- BEN, U. C. et al. Novel methodology for the geophysical interpretation of magnetic anomalies due to simple geometrical bodies using social spider optimization (sso) algorithm. *Heliyon*, Elsevier, v. 8, n. 3, p. e09027, 2022.
- BENNIO, L. et al. The tholeiitic dyke swarm of the arraial do cabo peninsula (se brazil): 39ar/40ar ages, petrogenesis, and regional significance. *Journal of South American Earth Sciences*, Elsevier, v. 16, n. 2, p. 163–176, 2003.
- BIJANI, R. et al. Physical-property-, lithology-and surface-geometry-based joint inversion using pareto multi-objective global optimization. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 209, n. 2, p. 730–748, 2017.
- BIJANI, R. et al. Three-dimensional gravity inversion using graph theory to delineate the skeleton of homogeneous sources. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 80, n. 2, p. G53–G66, 2015.
- BLAKELY, R. J. *Potential theory in gravity and magnetic applications*. [S.l.]: Cambridge university press, 1996.
- CASTRO, L. N. D.; ZUBEN, F. J. V. Learning and optimization using the clonal selection principle. *IEEE transactions on evolutionary computation*, IEEE, v. 6, n. 3, p. 239–251, 2002.
- CHEN, C. et al. Diversity controlling genetic algorithm for order acceptance and scheduling problem. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi, v. 2014, 2014.
- COSTA, P. P. d. Teoria dos grafos e suas aplicações. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2011.

- DAMPNEY, C. The equivalent source technique. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 34, n. 1, p. 39–53, 1969.
- DANNEMILLER, N.; LI, Y. A new method for determination of magnetization direction. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 71, n. 6, p. L69–L73, 2006.
- DAVIS, K.; OLDENBURG, D. 3D magnetic inversion in highly magnetic environments using an octree mesh discretization. In: *ASEG Extended Abstracts 2012: 22nd Geophysical Conference*. Australian Society of Exploration Geophysicists (ASEG), 2012, (ASEG Extended Abstracts). p. 1–4. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1071/ASEG2012ab154>>.
- DAVIS, L. Handbook of genetic algorithms. CumInCAD, 1991.
- DEB, K. et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, IEEE, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.
- DELGADO, I. et al. Geotectônica do escudo atlântico geotectonics of the atlantic shield. In: _____. [S.l.: s.n.], 2003. p. 227–334.
- DUTRA, T. Petrogênese dos basaltos de baixo-tio₂ do enxame de diques da serra do mar na região dos lagos, rj. *Rio de Janeiro*, 111p, 2006.
- EMILIA, D. A. Equivalent sources used as an analytic base for processing total magnetic field profiles. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 38, n. 2, p. 339–348, 1973.
- ESSA, K. S. et al. A full interpretation applying a metaheuristic particle swarm for gravity data of an active mud diapir, sw taiwan. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, p. 110683, 2022.
- FARQUHARSON, C. G.; OLDENBURG, D. W. A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems. *Geophysical Journal International*, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 156, n. 3, p. 411–425, 2004.
- FEDI, M.; FLORIO, G.; RAPOLLA, A. A method to estimate the total magnetization direction from a distortion analysis of magnetic anomalies 1. *Geophysical Prospecting*, Wiley Online Library, v. 42, n. 3, p. 261–274, 1994.
- FERRAZ, A. E. P. P. D.; SILVA, A. d.; FERRARI, A. L. Estudo comparativo entre duas anomalias magnéticas de corpos alcalinos no alto de cabo frio e em áreas proximais da bacia de santos apoiado por deconvolução de euler. *Revista Brasileira de Geofísica*, SciELO Brasil, v. 26, p. 469–480, 2008.
- FIGUEIREDO, G. R. *Caracterização petrográfica e geoquímica do magmatismo Pontal do Atalaia, município de Arraial do Cabo - RJ*. 2019.
- FILHO, A. T.; RODRIGUES, A. L. O alinhamento de rochas alcalinas poços de caldas-cabo frio (rj) e sua continuidade na cadeia vitória-trindade. *Brazilian Journal of Geology*, v. 29, n. 2, p. 189–194, 1999.
- FOMEL, S. Adaptive multiple subtraction using regularized nonstationary regression. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 74, n. 1, p. V25–V33, 2009.

- FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J. et al. Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation discussion and generalization. In: CITESEER. *Icga*. [S.l.], 1993. v. 93, n. July, p. 416–423.
- GEROVSKA, D.; ARAÚZO-BRAVO, M. J.; STAVREV, P. Estimating the magnetization direction of sources from southeast bulgaria through correlation between reduced-to-the-pole and total magnitude anomalies. *Geophysical Prospecting*, European Association of Geoscientists & Engineers, v. 57, n. 4, p. 491–505, 2009.
- GEROVSKA, D.; STAVREV, P. Magnetic data analysis at low latitudes using magnitude transforms. *Geophysical Prospecting*, v. 54, n. 1, p. 89–98, 2006.
- GOBASHY, M.; ABDELAZEEM, M.; ABDRABOU, M. Minerals and ore deposits exploration using meta-heuristic based optimization on magnetic data. *Contributions to Geophysics and Geodesy*, v. 50, n. 2, p. 161–199, 2020.
- GOLDBERG, D. E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. addison. *Reading*, 1989.
- GUPTA, D.; GHAFIR, S. An overview of methods maintaining diversity in genetic algorithms. *International journal of emerging technology and advanced engineering*, Citeseer, v. 2, n. 5, p. 56–60, 2012.
- HANSEN, P. C. The l-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems. Citeseer, 1999.
- HANSEN, P. C.; O'LEARY, D. P. The use of the l-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. *SIAM journal on scientific computing*, SIAM, v. 14, n. 6, p. 1487–1503, 1993.
- HEILBRON, M. et al. Província mantiqueira. *Geologia do continente sul-americano: evolução da obra de Fernando Flávio Marques de Almeida*, Beca São Paulo, p. 203–235, 2004.
- HERZ, N. Timing of spreading in the south atlantic: Information from brazilian alkalic rocks. *Geological Society of America Bulletin*, Geological Society of America, v. 88, n. 1, p. 101–112, 1977.
- HIDALGO-GATO, M. C.; BARBOSA, V. C. Fast 3d magnetic inversion of a surface relief in the space domain. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 84, n. 5, p. J57–J67, 2019.
- HOLLAND, J. H. et al. *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. [S.l.]: University of Michigan press, 1975.
- JAMASB, A.; MOTAVALLI-ANBARAN, S.-H.; GHASEMI, K. A novel hybrid algorithm of particle swarm optimization and evolution strategies for geophysical non-linear inverse problems. *Pure and Applied Geophysics*, Springer, v. 176, n. 4, p. 1601–1613, 2019.
- JIAN, X. et al. A new method to estimate the total magnetization direction from magnetic anomaly: Multiple correlation. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 87, n. 5, p. 1–74, 2022.

JIANG, C. et al. Bayesian inversion for surface magnetic resonance tomography based on geostatistics. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, IEEE, 2022.

JONG, K. A. D. *An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*. [S.l.]: University of Michigan, 1975.

JORGENSEN, M.; ZHDANOV, M. S. Recovering magnetization of rock formations by jointly inverting airborne gravity gradiometry and total magnetic intensity data. *Minerals*, MDPI, v. 11, n. 4, p. 366, 2021.

KEAREY, P.; BROOKS, M.; HILL, I. *An introduction to geophysical exploration*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2002. v. 4.

KONAK, A.; COIT, D. W.; SMITH, A. E. Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial. *Reliability engineering & system safety*, Elsevier, v. 91, n. 9, p. 992–1007, 2006.

KRUSKAL, J. B. On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical society*, JSTOR, v. 7, n. 1, p. 48–50, 1956.

LACERDA, E. G. de; CARVALHO, A. D. Introdução aos algoritmos genéticos. *Sistemas inteligentes: aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais*, v. 1, p. 99–148, 1999.

LELIÈVRE, P. G.; OLDENBURG, D. W. A 3D total magnetization inversion applicable when significant, complicated remanence is present. *Geophysics*, v. 74, n. 3, p. L21–L30, maio 2009. ISSN 0016-8033, 1942-2156. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/10.1190/1.3103249>>.

LI, Y.; OLDENBURG, D. W. 3-d inversion of magnetic data. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 61, n. 2, p. 394–408, 1996.

LIU, S. et al. Three-dimensional inversion of magnetic data in the simultaneous presence of significant remanent magnetization and self-demagnetization: example from Daye iron-ore deposit, Hubei province, China. *Geophysical Journal International*, v. 215, n. 1, p. 614–634, 07 2018. ISSN 0956-540X.

MALIK, H. et al. *Metaheuristic and evolutionary computation: algorithms and applications*. [S.l.]: Springer, 2021.

MARQUES, L. S.; ERNESTO, M. O magmatismo toleítico da bacia do paraná. *Geologia do continente sul-americano: evolução da obra de Fernando Flávio Marques de Almeida*, Beca São Paulo, p. 245–263, 2004.

MARTINS, C. M. et al. Total variation regularization for depth-to-basement estimate: Part 1—mathematical details and applications. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 76, n. 1, p. I1–I12, 2011.

MENKE, W. *Geophysical data analysis: discrete inverse theory: MATLAB edition*. [S.l.]: Academic press, 2012. v. 45.

MILANI, E. J.; ZALÁN, P. V. An outline of the geology and petroleum systems of the paleozoic interior basins of south america. *Episodes Journal of International Geoscience*, International Union of Geological Sciences, v. 22, n. 3, p. 199–205, 1999.

- MOTOKI, A.; SICHEL, S. E. Hydraulic fracturing as a possible mechanism of dyke-sill transitions and horizontal discordant intrusions in trachytic tabular bodies of arraial do cabo, state of rio de janeiro, brazil. *Geofísica internacional*, Instituto de Geofísica, UNAM, v. 47, n. 1, p. 13–25, 2008.
- NETTO, P. O. B. *Grafos: teoria, modelos, algoritmos*. [S.l.]: Editora Blucher, 2003.
- NEWMAN, G. A.; ALUMBAUGH, D. L. Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients. *Geophysical journal international*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 140, n. 2, p. 410–424, 2000.
- OLIVEIRA, V. C. et al. Estimation of the total magnetization direction of approximately spherical bodies. *Nonlinear Processes in Geophysics*, v. 22, 2, p. 215–232, abr. 2015. ISSN 1607-7946. Disponível em: <<http://www.nonlin-processes-geophys.net/22/215/2015/>>.
- PARKER, P. B. *Genetic algorithms and their use in geophysical problems*. [S.l.]: University of California, Berkeley, 1999.
- PARKER, R. L.; PARKER, R. L. *Geophysical inverse theory*. [S.l.]: Princeton university press, 1994. v. 1.
- PEDROSA-SOARES, A. C. et al. Neoproterozoic oceanic remnants in eastern brazil: further evidence and refutation of an exclusively ensialic evolution for the araquai–west congo orogen. *Geology*, Geological Society of America, v. 26, n. 6, p. 519–522, 1998.
- PORTNIAGUINE, O.; ZHDANOV, M. S. 3-d magnetic inversion with data compression and image focusing. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 67, n. 5, p. 1532–1541, 2002.
- RACHMAWATI, L.; SRINIVASAN, D. Multiobjective evolutionary algorithm with controllable focus on the knees of the pareto front. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, IEEE, v. 13, n. 4, p. 810–824, 2009.
- REID, A. B. et al. Magnetic interpretation in three dimensions using euler deconvolution. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 55, n. 1, p. 80–91, 1990.
- REID, A. B.; THURSTON, J. B. The structural index in gravity and magnetic interpretation: Errors, uses, and abuses. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 79, n. 4, p. J61–J66, 2014.
- REIS, A. L. A. dos. Inversao magnética 3d para estimar a distribuicao de magnetizacao de uma amostra de rocha. 2016.
- RIBEIRO-FILHO, N.; BIJANI, R.; PONTE-NETO, C. Improving the crosscorrelation method to estimate the total magnetization direction vector of isolated sources: A space-domain approach for unstable inclination values. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 85, n. 4, p. J59–J70, 2020.
- ROEST, W. R.; PILKINGTON, M. Identifying remanent magnetization effects in magnetic data. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 58, n. 5, p. 653–659, 1993.
- SAMPAIO, P. R. *Teoria, métodos e aplicações de otimização multiobjetivo*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011.

- SCHMITT, R.; MANSUR, K.; MONTEIRO, M. Contribuição geológica para o tombamento de duas áreas no município de armação dos búzios como patrimônio histórico-cultural do estado do rio de janeiro. In: *CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOLOGIA*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 42.
- SCHMITT, R. d. S. et al. *Geologia e recursos minerais das folhas Rio das Ostras e Cabo Frio SF. 24-YA-IV e SF. 23-ZB-VI: estado do Rio de Janeiro*. [S.l.], 2012.
- SCHNAIDT, S. et al. Pareto-optimal multi-objective inversion of geophysical data. *Pure and Applied Geophysics*, Springer, v. 175, n. 6, p. 2221–2236, 2018.
- SEN, M. K.; STOFFA, P. L. *Global optimization methods in geophysical inversion*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013.
- SHI, L.; GUO, L. H.; GUO, F. Y. A new method of cross-correlation by magnetic dipole for estimating magnetization direction under the influence of remanent magnetization. In: *TRANS TECH PUBL. Applied Mechanics and Materials*. [S.l.], 2014. v. 644, p. 3459–3462.
- SICHEL, S. E. et al. Subvolcanic vent-filling welded tuff breccia of cabo frio island, state of rio de janeiro, brazil. *Rem: Revista Escola de Minas, SciELO Brasil*, v. 61, p. 423–432, 2008.
- SILVA-ÁVALOS, R. U. et al. Non-linear 3d satellite gravity inversion for depth to the basement estimation in a mexican semi-arid agricultural region. *Applied Sciences*, MDPI, v. 12, n. 14, p. 7252, 2022.
- SOHOULI, A.; MOLHEM, H.; ZARE-DEHNAVI, N. Hybrid pso-ga algorithm for estimation of magnetic anomaly parameters due to simple geometric structures. *Pure and Applied Geophysics*, Springer, v. 179, n. 6, p. 2231–2254, 2022.
- TARANTOLA, A. *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. [S.l.]: SIAM, 2005.
- TELFORD, W. M. et al. *Applied geophysics*. [S.l.]: Cambridge university press, 1990.
- TETZNER, W.; ALMEIDA, J. Registros da abertura do oceano atlântico sul no cabo de búzios: os diques toleíticos. *Anais do IX Simpósio Nacional de Estudos Tectônicos, Búzios, RJ*, p. 250–253, 2003.
- THOMPSON, D. Eulph: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 47, n. 1, p. 31–37, 1982.
- TIKHONOV, A. N.; ARSEININ, V. Y. *Solutions of ill-posed problems*. *VH Winston & Sons*. [S.l.]: Washington, DC: John Wiley & Sons, New York, 1977.
- VITAL, L.; JR, V. O.; BARBOSA, V. Magnetic radial inversion for 3-d source geometry estimation. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 226, n. 3, p. 1824–1846, 2021.
- WANG, X.-T. et al. A comparison of different downward continuation methods for airborne gravity data. *Chinese journal of Geophysics*, Wiley Online Library, v. 47, n. 6, p. 1143–1149, 2004.

WIRSANSKY, E. *Hands-on genetic algorithms with Python: applying genetic algorithms to solve real-world deep learning and artificial intelligence problems*. [S.l.]: Packt Publishing Ltd, 2020.

YAN, X. et al. Clonal selection based intelligent parameter inversion algorithm for prestack seismic data. *Information Sciences*, Elsevier, v. 517, p. 86–99, 2020.

ZHANG, H. et al. Improved total magnetization direction determination by correlation of the normalized source strength derivative and the reduced-to-pole fields. *Geophysics*, v. 83, 6, p. J75–J85, 2018.

ZHDANOV, M. S. *Geophysical inverse theory and regularization problems*. [S.l.]: Elsevier, 2002. v. 36.

ZHDANOV, M. S. *Inverse theory and applications in geophysics*. [S.l.]: Elsevier, 2015. v. 36.

ZHOU, A. et al. Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art. *Swarm and evolutionary computation*, Elsevier, v. 1, n. 1, p. 32–49, 2011.

ZUO, B. et al. 3-d magnetic unstructured inversion. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Wiley Online Library, v. 126, n. 11, p. e2021JB022668, 2021.