

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA



FERNANDA DARCLÉ SILVA FREITAS

**MODELAGEM SÍSMICA VISCOELÁSTICA: AVALIAÇÃO  
PARAMÉTRICA FOCADA EM CENÁRIO DE EXPLORAÇÃO  
PETROLÍFERA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
DINÂMICA DOS OCEANOS E DA TERRA (DOT)

**Niterói  
02/2023**

FERNANDA DARCLÉ SILVA FREITAS

**MODELAGEM SÍSMICA VISCOELÁSTICA: AVALIAÇÃO  
PARAMÉTRICA FOCADA EM CENÁRIO DE EXPLORAÇÃO  
PETROLÍFERA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal Fluminense como requisito parcial do Programa de Pós-Graduação em Dinâmica dos Oceanos e da Terra para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Geologia e Geofísica.

**Orientador**

Prof. Dr. Luiz Alberto Santos

**Coorientador**

Prof. Dr. Marco Antonio Cetale Santos

**Niterói  
02/2023**

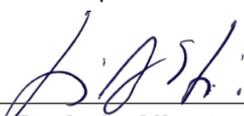
FERNANDA DARCLÉ SILVA FREITAS

**MODELAGEM SÍSMICA VISCOELÁSTICA: AVALIAÇÃO PARAMÉTRICA FOCADA EM CENÁRIO DE EXPLORAÇÃO PETROLÍFERA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal Fluminense como requisito parcial do Programa de Pós-Graduação em Dinâmica dos Oceanos e da Terra para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Geologia e Geofísica.

Aprovada em 28/02/2023 pela banca examinadora abaixo:



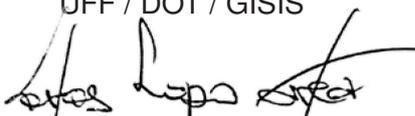
---

**Prof. Dr. Luiz Alberto Santos**  
UFF / DOT / GISIS  
Petrobras



---

**Prof. Dr. Marco Antonio Cetale Santos**  
UFF / DOT / GISIS



---

**Dr. Carlos Lopo Varela**  
Petrobras



---

**Dra. Danielle Martins Tostes**  
UFF / DOT / GISIS



---

**Prof. Dr. Roger Matsumoto Moreira**  
UFF / GISIS

**Niterói**  
**02/2023**

Ficha catalográfica automática - SDC/BIG  
Gerada com informações fornecidas pelo autor

F862m Freitas, Fernanda Darclé Silva  
Modelagem sísmica viscoelástica: avaliação paramétrica  
focada em cenários de exploração petrolífera / Fernanda  
Darclé Silva Freitas. - 2023.  
184 f.: il.

Orientador: Luiz Alberto Santos.  
Coorientador: Marco Antonio Cetale Santos.  
Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense,  
Instituto de Geociências, Niterói, 2023.

1. Modelagem sísmica. 2. Viscoelasticidade. 3. Produção  
intelectual. I. Santos, Luiz Alberto, orientador. II. Santos,  
Marco Antonio Cetale, coorientador. III. Universidade Federal  
Fluminense. Instituto de Geociências. IV. Título.

CDD - XXX

*Dedico esse trabalho a minha mãe, Vera Lúcia Sales Silva, e ao meu pai, Joselito Freitas Santos. Mãe, pai, eu amo vocês!*

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao programa de pós-graduação da Petrobras, ao meu coordenador Andrei Nissen e gerente Max Velasques pelo apoio ao meu projeto de mestrado e pela liberação de horas de trabalho para sua realização. Agradeço a Universidade Federal Fluminense (UFF), mais especificamente ao Programa de pós-graduação Dinâmica dos Oceanos e da Terra e ao Departamento de Geologia e Geofísica pela oportunidade oferecida e por toda estrutura física disponibilizada. Neste departamento tive a oportunidade de conhecer excelentes professores e alunos. Agradeço ao grupo de imageamento sísmico, o GISIS, por todas as discussões e trocas ao longo desses dois anos. Gostaria de reconhecer também as contribuições da equipe do projeto Búzios e as importantes colaborações dos colegas Danielle Tostes, Fabrício Augusto, Felipe Timóteo, Hugo Araújo, Paulo Bastos, Gustavo da Silva e Rodrigo Stern.

Aos meus amigos Alexandre Sardinha e Norton Ji, agradeço pelas consultorias em TI e programação, foram de grande valia para implementação dos códigos desenvolvidos. Também gostaria de agradecer o tempo dedicado a revisão do texto pelos amigos Juliana Rizzo e Lucas Balancin.

Devo um agradecimento especial ao meu orientador, o geofísico da Petrobras e professor da UFF, dr. Luiz Alberto Santos, que sempre se mostrou motivado e disposto a esclarecer minhas dúvidas. Luiz, obrigada por aceitar me orientar e por se dedicar a minha compreensão e ao desenvolvimento do tema proposto, todas as horas de discussões foram essenciais a realização desse trabalho. Gostaria também de reconhecer a cooperação de meu coorientador o professor da UFF, dr. Marco Antônio Cetale Santos.

Agradeço aos demais membros da banca, o geofísico da Petrobras dr. Carlos Lopo Varela, a pós-doutoranda da UFF dra. Danielle Martins Tostes e ao professor da UFF dr. Roger Matsumoto Pereira, por aceitarem avaliar minha dissertação. Suas contribuições são de grande relevância para o trabalho desenvolvido.

Não poderia esquecer todos os professores que participaram de meu processo de aprendizado, meu muito obrigada por escolherem essa profissão e se dedicarem a transmissão de conhecimento.

Minha trajetória acadêmica foi possível, em grande parte, pelo suporte fornecido

por minha família. Minha mãe, Vera Lúcia, pai, Joselito, e irmãos, Allan e Charles, foram a base que me permitiu estudar e me dedicar a construção de uma carreira, mesmo quando as condições não eram ideais. Lhes agradeço pelo apoio incondicional em todas as fases de minha vida.

Devo um agradecimento singular ao meu companheiro Gilson por todo amor, cuidado e dedicação no decorrer desse trabalho. Agradeço também pelas discussões geofísicas e pelo auxílio na revisão do texto.

Realizar o mestrado durante a pandemia foi desafiador em diversos aspectos. Gostaria de agradecer a Regina Serra, Érica Humpert e Roberta Cunha pelo suporte ao meu bem estar neste período.

Por fim, agradeço também o carinho dos amigos Leonardo Teixeira, Camilla Almeida, Rodrigo Penna, Carlos Fracalossi e Marcela Bastos. Especialmente, gostaria de agradecer a Ana Paula Coura, Camila Carvalho, Thalia Soares, Pilar Giraldo, Bruno Camerano, Fernanda Araújo e Pablo Varela por estarem tão presentes nesse período. Os momentos de descontração e desabafo foram imprescindíveis e me deram combustível para completar essa jornada.

***“Compreender as coisas que nos rodeiam é a melhor preparação para compreender o que há mais além.”***  
***Hipátia***

# Resumo

FREITAS, Fernanda Darclé Silva. **MODELAGEM SÍSMICA VISCOELÁSTICA: AVALIAÇÃO PARAMÉTRICA FOCADA EM CENÁRIO DE EXPLORAÇÃO PETROLÍFERA**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Fluminense. Niterói, p. 184. 2023.

À medida que uma onda sísmica se propaga em um material real, sua energia é dissipada devido a distintos mecanismos de perda. Observa-se deformação gradual do sinal pela redução do conteúdo de altas frequências e mudança de fase do pulso inicial. Aproximações elásticas não incorporam esses efeitos e, a depender das características do meio, não representam adequadamente a propagação do sinal. O fenômeno da absorção sísmica pode ser introduzido na aproximação viscoelástica através de modelos mecânicos construídos pela associação de molas e amortecedores. Atualmente o modelo mais aceito para representar a reologia de rochas é o de Zener e sua aplicação depende da parametrização de algumas variáveis, cuja escolha não é totalmente consonante entre publicações sobre o tema. Para melhor entendimento dos principais parâmetros envolvidos, foi implementado um código de modelagem viscoelástica por diferenças finitas para meios 2D isotrópicos. Em modelo de propriedades homogêneas, avaliou-se a escolha do limite elástico, o posicionamento da frequência de pico de dissipação de um mecanismo de Zener, o intervalo entre frequências de pico de dissipação em arranjo com três mecanismos e o número de mecanismos, de 1 a 6, distribuídos em um intervalo de frequência. Nesta etapa observou-se que, para adequada representação do comportamento viscoelástico, o limite elástico deve ser escolhido nas altas frequências, a frequência de pico do mecanismo deve ser próxima à frequência dominante da fonte sísmica, o intervalo ótimo entre frequências de pico do modelo de Zener Generalizado fica entre 1 e 3 oitavas, e cenários com pouca absorção são bem modelados utilizando apenas 1 mecanismo de Zener. Para meios mais absorptivos, o arranjo com 2 mecanismos apresentou resultado satisfatório na banda de frequência sísmica. Com a otimização dos parâmetros, seguiu-se para segunda etapa, onde o efeito do número de mecanismos foi testado em três cenários geológicos mais realistas com potencial interesse para exploração petrolífera. Foram avaliados arranjos com 1, 2 ou 4 mecanismos de Zener, sendo constatado que, mesmo em cenário com maior complexidade das propriedades e na presença de forte absorção, o arranjo com 2 mecanismos apresentou adequada representação do efeito da absorção sísmica.

**Palavras-chave:** Modelagem viscoelástica. Mecanismo de Zener. Análise de parâmetros. Frequência de referência. Frequência de dissipação. Número de mecanismos.

# Abstract

FREITAS, Fernanda Darclé Silva. **VISCOELASTIC SEISMIC MODELING: PARAMETRIC EVALUATION FOCUSED ON OIL EXPLORATION SCENARIO.**

Dissertation (Master of Science), Fluminense Federal University. Niterói, p. 184. 2023.

As a seismic wave propagates in a real material, its energy is dissipated due to different loss mechanisms. Gradual deformation of the signal is observed, caused by the reduction of high frequency content and phase shift of the initial pulse. Elastic approximations do not incorporate these effects and, depending on the characteristics of the medium, do not adequately represent the signal propagation. The seismic absorption phenomenon can be introduced in the viscoelastic approach through mechanical models constructed by associating springs and dampers. Nowadays, the most accepted model to represent the rheology of rocks is the Zener model and its application depends on the adequate parameterization of some variables, whose choice is not fully consonant among publications on the subject. For a better understanding of the main parameters of the viscoelastic approximation, a finite difference viscoelastic modeling code was implemented for isotropic 2D media. In a homogeneous model, I evaluated the choice of the elastic limit, the positioning of the peak dissipation frequency for one Zener mechanism, the interval between peak dissipation frequencies in arrangements with three mechanisms and the number of mechanisms, from 1 to 6, distributed over a frequency range. In this step I observed that for a adequate representation of the viscoelastic behavior, the elastic limit must be chosen at high frequencies, the peak frequency of the mechanism must be close to the dominant frequency of the seismic source, the optimum interval between peak frequencies of the Generalized Zener model is between 1 and 3 octaves, and low absorption scenarios are well modeled using only 1 Zener engine. In more absorptive media, the arrangement with 2 Zener mechanisms presents satisfactory results in the seismic frequency band. After analysing the optimization of the parameters, a second stage was carried out, in which the effect of the number of mechanisms was tested in 3 geological scenarios of relevance for oil exploration. Arrangements with 1, 2 or 4 Zener mechanisms were evaluated. The results agree with the conclusions reached for homogeneous models. Even in scenarios with more complex properties distributions and in the presence of strong absorption, the arrangement with 2 mechanisms is sufficient to adequately represent the effect of seismic absorption.

**Keywords:** Viscoelastic modeling. Zener mechanism. Parameter analysis. Reference frequency. Dissipation frequency. Mechanism number.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Modelo esquemático da relação típica entre tensão e deformação em um material sólido. Adaptado de Ikelle e Amundsen (2018). . . . .	41
Figura 2 – Modelo esquemático do comportamento reológico típico de sólidos viscoelásticos. <b>(a)</b> relação tensão-deformação; <b>(b)</b> teste de relaxação; <b>(c)</b> teste de fluência. Adaptado de Schuster (2017). . . . .	43
Figura 3 – Resultado isolado e conjunto da aplicação de atenuação e dispersão sobre um pulso Ricker com frequência dominante de 50 Hz. Efeito avaliado em intervalos de propagação de 100 ms. Considerado um fator $Q = 50$ . . . . .	48
Figura 4 – Modelo esquemático de arranjos mecânicos adaptado de Carcione (2015). <b>(a)</b> modelo mecânico de Maxwell: arranjo em série de uma mola com constante elástica $k$ e um amortecedor com viscosidade do fluido $\eta$ ; <b>(b)</b> modelo mecânico de Kelvin-Voigt: arranjo em paralelo de uma mola e um amortecedor; <b>(c)</b> modelo de Zener: arranjo em série de uma mola e um mecanismo de Kelvin-Voigt. . . . .	50
Figura 5 – Teste de relaxação e teste de fluência de um mecanismo de Maxwell com constante da mola $k = 20$ GPa e amortecedor com viscosidade $\eta = 120$ GPa.ms. $M_U$ representa o módulo não-relaxado que no modelo de Maxwell é igual a constante elástica da mola, ou seja, $M_U = k$ . . . . .	52
Figura 6 – Teste de relaxação e teste de fluência de um mecanismo de Kelvin-Voigt com constante da mola $k = 20$ GPa e amortecedor com viscosidade $\eta = 120$ GPa.ms. $M_R$ representa o módulo relaxado que no modelo de Kelvin-Voigt é igual a constante elástica da mola, $M_R = k$ . . . . .	53
Figura 7 – Teste de relaxação e teste de fluência de um mecanismo de Zener com constantes das molas $k_1 = 30$ GPa e $k_2 = 60$ GPa e amortecedor com viscosidade $\eta = 120$ GPa.ms. $M_R$ representa o módulo relaxado e $M_U$ o módulo não-relaxado. . . . .	56
Figura 8 – <b>(a)</b> velocidade de fase e <b>(b)</b> espectro de dissipação de um mecanismo de Zener com constantes das molas $k_1 = 30$ GPa e $k_2 = 60$ GPa e amortecedor com viscosidade $\eta = 120$ GPa.ms. $M_R$ representa o módulo relaxado e $M_U$ o módulo não-relaxado. . . . .	57

Figura 9 – Visualização conjunta da resposta de relaxação <b>(a)</b> e comportamento de fluência <b>(b)</b> dos elementos mola, amortecedor e os mecanismos de Maxwell, Kelvin-Voigt ( $k = 20$ GPa, $\eta = 120$ GPa.ms) e Zener ( $k_1 = 30$ GPa, $k_2 = 60$ GPa e $\eta = 120$ GPa.ms) a aplicação de tensão unitária $H(t)$ . . . . .	58
Figura 10 – Espectro de dissipação dos mecanismos de Maxwell <b>(a)</b> , Kelvin-Voigt <b>(b)</b> e Zener <b>(c)</b> apresentados na figura 9. O modelo de Maxwell atenua mais fortemente as frequências mais baixas, enquanto o de Kelvin-Voigt apresenta comportamento oposto. O modelo de Zener exhibe espectro com pico de dissipação na frequência $w_0$ , associado a um fator de dissipação $1/Q_0$ e comportamento elástico nos limites baixa e alta frequência. . . . .	59
Figura 11 – Velocidade de fase dos mecanismos de Maxwell <b>(a)</b> , Kelvin-Voigt <b>(b)</b> e Zener <b>(c)</b> apresentados na figura 9. $M_U$ é o módulo não-relaxado e $M_R$ é o módulo relaxado, de cada mecanismo. . . . .	59
Figura 12 – Em <b>(a)</b> , <b>(c)</b> e <b>(e)</b> , a linha azul cheia retrata o $\bar{Q}$ desejado, as linhas tracejadas representam o espectro de dissipação de cada mecanismo de Zener do arranjo de SLPG, enquanto a linha preta cheia reproduz o espectro final do arranjo. Em <b>(b)</b> , <b>(d)</b> e <b>(f)</b> são mostradas as equivalentes velocidades de fase considerando 1, 3 ou 5 mecanismos e seus limites inferior e superior. Em <b>(g)</b> e <b>(h)</b> compara-se, respectivamente, os espectros de dissipação e velocidades de fase dos arranjos considerados. . . . .	64
Figura 13 – Malha intercalada para solução das equações da onda por diferenças finitas. Sendo indicadas as discretizações das componentes de velocidades de partícula $v_x$ e $v_z$ , das componentes de tensão $\sigma_{xx}$ , $\sigma_{zz}$ e $\sigma_{xz}$ , da densidade $\rho$ e as constantes de Lamé $\lambda$ e $\mu$ . Imagem adaptada de Schuster (2017). . . . .	74
Figura 14 – Comportamento dos coeficientes de atenuação de borda de Cerjan et al. (1985). $n_t$ é o número de traços dentro da janela de atenuação e o termo de controle da magnitude $a = 0,015$ . . . . .	80
Figura 15 – À esquerda, de cima para baixo: função Ricker original com frequência dominante de 25 Hz, função Ricker com correção (1) e função Ricker com correção 1 e 2. Correção 1: desfaz rotação de fase devido a propagação ser em 2 dimensões. Correção 2: evita distorção de fase devido a introdução do pulso em equação diferencial. A direita, os referentes espectros de amplitude. As linhas tracejadas são referência para análise de fase e de frequência dominante. . . . .	82

Figura 16 – Arranjo de aquisição para modelos de propriedades constante da tabela 2. Receptores em destaque mostram posição de análise entre modelagem e resposta analítica. . . . .	84
Figura 17 – <b>(a)</b> Ricker original com frequência dominante 10 Hz; <b>(b)</b> pulso <b>(a)</b> pós correção (1); <b>(c)</b> pulso <b>(a)</b> pós correções (1) e (2). . . . .	86
Figura 18 – Sismogramas de tiro comum propagados em meio elástico descrito pela tabela 2, sob configuração de aquisição ilustrada na figura 16, com fonte inserida nas componentes normais de tensão. <b>(a)</b> Fonte Ricker original; <b>(b)</b> Fonte Ricker pós correção (1); <b>(c)</b> Fonte Ricker pós correções (1) e (2). Destaque para traço central visto em detalhe na figura 19. . . . .	86
Figura 19 – Traços centrais dos sismogramas da figura 18. <b>(a)</b> Traço central do sismograma com Ricker original; <b>(b)</b> Traço central do sismograma com Ricker pós correção (1); <b>(c)</b> Traço central do sismograma com Ricker pós correções (1) e (2). . . . .	86
Figura 20 – Sismogramas gerados por solução analítica das componentes de velocidade $v_x$ e $v_z$ considerando propagação elástica e viscoelástica nos meios 1 e 2 da tabela 2. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas diretas elásticas P e S. Os triângulos azuis indicam a posição dos traços analisados em maior detalhe nas figuras 22, 23 e 24. . . . .	88
Figura 21 – Sismogramas gerados por modelagem numérica das componentes de velocidade $v_x$ e $v_z$ considerando propagação elástica e viscoelástica nos meios 1 e 2 da tabela 2. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas diretas elásticas P e S. Os triângulos azuis indicam a posição dos traços analisados em maior detalhe nas figuras 22, 23 e 24. . . . .	89
Figura 22 – Comparação entre solução analítica e dados modelados considerando propagação elástica no meio 1 ou 2 da tabela 2. Detalhe dos traços destacados nos tiros das figuras 20 e 21. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas diretas elásticas P e S. . . . .	90
Figura 23 – Comparação entre solução analítica e dados modelados considerando propagação viscoelástica no meio 1 da tabela 2. Detalhe dos traços destacados nos tiros das figuras 20 e 21. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas direta P e S, acrescidos do tempo de atraso da fonte, $1/f$ . . . . .	91

Figura 24 – Comparação entre solução analítica e dados modelados considerando propagação viscoelástica no meio 2 da tabela 2. Detalhe dos traços destacados nos tiros das figuras 20 e 21. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas diretas elásticas P e S. . . . .	91
Figura 25 – Fluxograma resumindo as etapas testadas em modelo com propriedades constante. $L$ indica o número de mecanismos considerado, $f_{ref}$ a frequência de referência do módulo relaxado (definição do limite elástico adotado), $f_{pico}$ é a frequência de pico de dissipação do mecanismo ou arranjo de mecanismos utilizado, $f_{fonte}$ a frequência dominante da fonte inserida na propagação da onda e $\Delta f_{pico}$ o intervalo entre as frequências de pico de dissipação dos mecanismos adotados. . . . .	94
Figura 26 – Geometria de aquisição utilizada na simulação de propagação de um tiro em meio homogêneo. Em vermelho a posição da fonte e em azul a distribuição dos receptores, sendo destacadas as posições dos traços analisados em maior detalhe. . . . .	96
Figura 27 – Espectros de dissipação <b>(a)</b> e curvas de velocidade de fase <b>(b)</b> para modelo de SLP com as propriedades acústicas apresentados na tabela 4. Modelo viscoelástico adotado: Zener com 1 mecanismo, limite elástico nas altas frequências e frequência de pico de dissipação em 10 Hz. . . . .	97
Figura 28 – Sismogramas de pressão no domínio do tiro comum simulados com as propriedades da tabela 4 e arranjo de aquisição da figura 26. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P para o caso elástico. Em azul, destaca-se as posições dos traços analisados em maior detalhe na figura 29. . . . .	98
Figura 29 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 28 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase. . . . .	99
Figura 30 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 28, considerando os casos $Q_p = 200$ e $Q_p = 20$ , os quais foram adotados como cenários de absorção fraca e absorção forte, respectivamente. . . . .	101
Figura 31 – <b>(a)</b> Espectros de dissipação de SLP com $Q_p = 200$ e diferentes frequência de referência do módulo relaxado. <b>(b)</b> Respectivas curvas de velocidade de fase teóricas. . . . .	103

Figura 32 – Sismogramas no domínio do tiro comum modelados considerando o cenário de pouca absorção ( $Q_p = 200$ ). Comparação entre a modelagem elástica e os casos viscoelásticos com diferentes posicionamentos das frequências de referência. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta no caso elástico. Símbolos azuis mostram a posição dos traços analisados em maior detalhe na figura 33. . . . .	104
Figura 33 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 32 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase. . . . .	105
Figura 34 – Sismogramas no domínio do tiro comum computados utilizando a solução analítica de $Q$ -constante de Kjartansson. Para reproduzir a simulação elástica empregou-se um $Q = 200.000$ . Nos casos viscoelásticos foi utilizado o mesmo $Q = 200$ com frequências de referência $f_{ref} = 1$ Hz, $f_{ref} = 10$ Hz e $f_{ref} = 125$ Hz. A linha vermelha marca o tempo analítico elástico da onda direta P e o símbolo azul evidencia a posição dos traços analisados na figura 35. . . . .	106
Figura 35 – Traços do receptor 60 dos sismogramas computados com a solução analítica do $Q$ -constante de Kjartansson, apresentados na figura 34, sobrepostos aos correspondentes gerados por soluções elástica e viscoelástica do modelo de Zener apresentadas na figura 32. Também são apresentados seus respectivos espectros de amplitude e de fase. . . . .	107
Figura 36 – (a) Espectros de dissipação de SLP com $Q = 20$ e diferentes frequência de referência do módulo relaxado. (b) Respektivas curvas de velocidade de fase teóricas. . . . .	108
Figura 37 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum modelados considerando o cenário de absorção forte ( $Q_p = 20$ ). Comparação entre a modelagem elástica e os casos viscoelásticos com diferentes posicionamentos das frequências de referência. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta no caso elástico. Símbolos azuis mostram a posição dos traços analisados em maior detalhe na figura 38. . . . .	109
Figura 38 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 37 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase. . . . .	110

Figura 39 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum computados utilizando a solução analítica de $Q$ -constante de Kjartansson. Para reproduzir a simulação elástica empregou-se um $Q_p = 200.000$ . Nos casos viscoelásticos foi utilizado o mesmo $Q_p = 20$ com frequências de referência $f_{ref} = 1$ Hz, $f_{ref} = 10$ Hz e $f_{ref} = 125$ Hz. A linha vermelha marca o tempo analítico elástico da onda direta P e o símbolo azul destaca a posição dos traços analisados na figura 40. . . . .	111
Figura 40 – Traços do receptor 60 dos sismogramas computados com a solução analítica do $Q$ -constante de Kjartansson, apresentados na figura 39, com seus respectivos espectros de amplitude e de fase sobrepostos as correspondentes soluções elástica e viscoelástica do modelo de Zener apresentadas na figura 37. . . . .	112
Figura 41 – (a) Espectros de dissipação de SLP com $Q_p = 200$ e $f_{pico}$ posicionada em 4, 10 e 25 Hz. (b) Respectivas curvas de velocidade de fase teóricas. . . . .	113
Figura 42 – Da esquerda para direita temos os sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum da simulação com aproximação elástica, viscoelástica com $f_{pico} < f_{fonte}$ , viscoelástica com $f_{pico} = f_{fonte}$ e viscoelástica com $f_{pico} > f_{fonte}$ . A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolos azuis mostram as posições dos traços analisados na figura 43. Cenário de absorção fraca. . . . .	114
Figura 43 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 42 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase. . . . .	115
Figura 44 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas apresentados na figura 42 e seus respectivos espectros de amplitude e fase. . . . .	116
Figura 45 – (a) Sismograma computado com a solução analítica de $Q$ -constante de Kjartansson; (b) Comparação dos traços do receptor 60 coletados no sismograma obtido com simulação elástica, nos experimentos com formulação viscoelástica sob diferentes $f_{ref}$ e na solução de Kjartansson. A linha vermelha marca o tempo de trânsito da onda P direta para o caso elástico e o símbolo azul em (a) localiza a posição dos traços exibidos em (b). . . . .	116
Figura 46 – (a) Espectros de dissipação de SLP com $Q = 20$ e $f_{pico}$ posicionada em 4, 10 e 25 Hz. (b) Respectivas curvas de velocidade de fase teóricas. . . . .	117

Figura 47 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum da simulação com aproximação elástica e viscoelástica com $f_{pico} < f_{fonte}$ , $f_{pico} = f_{fonte}$ e $f_{pico} > f_{fonte}$ . A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolos azuis mostra as posições dos traços analisados na figura 48. Cenário de absorção forte. . . . .	118
Figura 48 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 47 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase. . . . .	119
Figura 49 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas apresentados na figura 47 e seus respectivos espectros de amplitude e fase. . . . .	120
Figura 50 – (a) Sismograma do campo de pressão no domínio do tiro comum computado com a solução analítica de $Q$ -constante de Kjartansson; (b) Comparação dos traços do receptor 60 coletados na modelagem elástica, nos experimentos com formulação viscoelástica com diferentes $f_{pico}$ e na solução de Kjartansson. A linha vermelha marca o tempo de trânsito da onda P direta para o caso elástico e o símbolo azul em <b>a</b> localiza a posição dos traços exibidos em <b>b</b> . . . . .	120
Figura 51 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidades de fase de 1 mecanismo de Zener e dos arranjos com 3 mecanismos distribuídos segundo descrito na tabela 7. As curvas coloridas em <b>c.</b> , <b>e.</b> , e <b>g.</b> , descrevem os espectros individuais de cada mecanismo, enquanto a curva preta mostra o espectro resultante de cada arranjo. As curvas pretas em <b>b.</b> , <b>d.</b> , <b>f.</b> , e <b>h.</b> , mostram as velocidades de fase dos arranjos, enquanto as curvas cinzas indicam a velocidade de fase do modelo de $Q$ -constante de Kjartansson. Cenário de absorção fraca. . . . .	122
Figura 52 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidade de fase apresentadas na figura 51. . . . .	123
Figura 53 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum com aproximações: (a) elástica, (b) viscoelástica com 1 mecanismo de Zener e arranjo de Zener generalizado com $L = 3$ . Para este último caso, é testado o intervalo entre frequências de pico de dissipação dos mecanismos: (c) $\Delta f_{pico} = 1$ oitava, (d) $\Delta f_{pico} = 2$ oitavas e (e) $\Delta f_{pico} = 3$ oitavas. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda direta P elástica. E o símbolo azul mostra as posições dos traços analisados na figura 54. Cenário de absorção fraca. . . . .	123
Figura 54 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 53 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase. . . . .	124

Figura 55 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas observados na figura 53 computados com aproximação viscoelástica com 1 mecanismo de Zener e viscoelástica com 3 mecanismos e variação de $\Delta f_{pico}$ em 1, 2 e 3 oitavas. Cenário de absorção fraca. . . . .	125
Figura 56 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidades de fase de 1 mecanismo de Zener e dos arranjos com 3 mecanismos distribuídos segundo descrito na tabela 7. As curvas coloridas em <b>c</b> , <b>e</b> , e <b>g</b> , descrevem os espectros individuais de cada mecanismo, enquanto a curva preta mostra o espectro resultante de cada arranjo. As curvas pretas em <b>b</b> , <b>d</b> , <b>f</b> , e <b>h</b> , mostram as velocidades de fase dos arranjos, enquanto as curvas cinzas indicam a velocidade de fase do modelo de $Q$ -constante de Kjartansson. Cenário de absorção forte. . . . .	126
Figura 57 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidade de fase apresentadas na figura 56. . . . .	127
Figura 58 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum computados com aproximações: <b>(a)</b> elástica, <b>(b)</b> viscoelástica com 1 mecanismo de Zener e arranjo de Zener generalizado com $L = 3$ . Para este último caso, é testado o intervalo entre frequências de pico de dissipação dos mecanismos: <b>(c)</b> $\Delta f_{pico} = 1$ oitava, <b>(d)</b> $\Delta f_{pico} = 2$ oitavas e <b>(e)</b> $\Delta f_{pico} = 3$ oitavas. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolos azuis mostram as posições dos traços analisados na figura 59. Cenário de absorção forte. . . . .	127
Figura 59 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 58 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase. . . . .	128
Figura 60 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas observados na figura 58 computados com aproximação viscoelástica com 1 mecanismo de Zener e viscoelástica com 3 mecanismos e variação de $\Delta f_{pico}$ em 1, 2 e 3 oitavas. Cenário de absorção forte. . . . .	129
Figura 61 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidades de fase dos arranjos de Zener Generalizado descritos na tabela 8. As curvas coloridas em <b>c.</b> , <b>e.</b> , <b>g.</b> , <b>i.</b> , e <b>k.</b> descrevem os espectros individuais de cada mecanismo, enquanto a curva preta mostra o espectro resultante de cada arranjo. As curvas pretas em <b>b.</b> , <b>d.</b> , <b>f.</b> , <b>h.</b> , <b>j.</b> e <b>l.</b> mostram as velocidades de fase dos arranjos, enquanto as curvas cinzas indicam a velocidade de fase do modelo de $Q$ -constante de Kjartansson. Cenário de absorção fraca. . . . .	131

Figura 62 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidade de fase apresentadas na figura 61. . . . .	132
Figura 63 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum computados com aproximações: elástica e viscoelástica com os arranjos de SLPG da tabela 8. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolo azuis mostram as posições dos traços analisados na figura 64. Cenário de absorção fraca. . . . .	132
Figura 64 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 63 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase. . . . .	133
Figura 65 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas apresentados na figura 63 e sismograma calculado com a solução analítica do modelo de Q-constante de Kjartansson (figura 45a). Cenário de absorção fraca. . . . .	134
Figura 66 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidades de fase dos arranjos de Zener Generalizado descritos na tabela 8. As curvas coloridas em <b>c.</b> , <b>e.</b> , <b>g.</b> , <b>i.</b> , e <b>k.</b> descrevem os espectros individuais de cada mecanismo, enquanto a curva preta mostra o espectro resultante de cada arranjo. As curvas pretas em <b>b.</b> , <b>d.</b> , <b>f.</b> , <b>h.</b> , <b>j.</b> e <b>l.</b> mostram as velocidades de fase dos arranjos, enquanto as curvas cinzas indicam a velocidade de fase do modelo de Q-constante de Kjartansson. Cenário de absorção forte. . . . .	136
Figura 67 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidade de fase apresentadas na figura 66. . . . .	137
Figura 68 – Gráficos da média absoluta dos erros entre as curvas de velocidade de fase do SLPG com diferentes números de mecanismos e $Q$ -constante de Kjartansson. Análise para os cenários de absorção fraca e forte. . . . .	137
Figura 69 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum computados com aproximações: elástica e viscoelástica com os arranjos de SLPG da tabela 8. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolos azuis mostram as posições dos traços analisados na figura 70. Cenário de absorção forte. . . . .	138
Figura 70 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 69 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase. . . . .	139

Figura 71 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas apresentados na figura 69 e tiro calculado com a solução analítica do modelo de $Q$ -constante de Kjartansson (figura 50a). Cenário de absorção forte. . . . .	140
Figura 72 – Modelo de contraste raso de fator $Q$ sobreposto pela geometria de aquisição utilizada para modelagem de 1 tiro. Valores das propriedades apresentados na tabela 10. A estrela vermelha representa a posição da fonte e os símbolos amarelos a disposição dos receptores utilizados na modelagem. . . . .	144
Figura 73 – Campos de onda no instante 0,575 s sobrepostos ao modelo de $Q_p$ da figura 72. Os números 1, 2 e 3 identificam os valores das propriedades apresentados na tabela 10. À esquerda, aproximação elástica e, à direita, aproximação viscoelástica com $L = 1$ . Descrição dos eventos: <b>(a)</b> onda direta P; <b>(b)</b> onda refletida P entre os meios 1 e 3; <b>(c)</b> onda transmitida P; <b>(d)</b> , <b>(e)</b> e <b>(f)</b> ondas refletidas P na anomalia de $Q_p$ . . . . .	145
Figura 74 – Sismogramas modelados com modelo de contraste de fator $Q$ da figura 72. <b>(a)</b> aproximação elástica; <b>(b)</b> aproximação viscoelástica com $L = 1$ ; <b>(c)</b> aproximação viscoelástica com $L = 2$ ; <b>(d)</b> aproximação viscoelástica com $L = 4$ ; <b>(e)</b> diferença entre <b>(b)</b> e <b>(a)</b> ; <b>(f)</b> diferença entre <b>(c)</b> e <b>(b)</b> ; <b>(g)</b> diferença entre <b>(d)</b> e <b>(c)</b> . Descrição dos eventos: <b>(1)</b> onda direta P; <b>(2)</b> onda refletida P entre os meios 1 e 3; <b>(3)</b> onda refletida S entre os meios 1 e 3; <b>(4)</b> e <b>(5)</b> ondas refletidas P na anomalia de $Q_p$ . Símbolos azuis mostram a posição dos traços comparados em detalhe na figura 75. . . . .	146
Figura 75 – Traços do receptor 200 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 74. Foco nas reflexões 2 e 3. . . . .	147
Figura 76 – Modelo de contraste raso de fator $Q$ sobreposto pela geometria de aquisição para introdução de onda plana como fonte da modelagem. As estrelas vermelhas representam as posições das fontes e os símbolos amarelos a disposição dos receptores. . . . .	147

Figura 77 – Seções modeladas com modelo contraste raso de fator $Q$ da figura 72 e fonte sísmica simulando uma onda plana . <b>(a)</b> aproximação elástica; <b>(b)</b> aproximação viscoelástica com $L = 1$ ; <b>(c)</b> aproximação viscoelástica com $L = 2$ ; <b>(d)</b> aproximação viscoelástica com $L = 4$ ; <b>(e)</b> diferença entre <b>(b)</b> e <b>(a)</b> ; f. diferença entre <b>(c)</b> e <b>(b)</b> ; <b>(g)</b> diferença entre <b>(d)</b> e <b>(c)</b> . Descrição dos eventos: <b>(1)</b> onda direta P; <b>(2)</b> onda refletida P entre meios 1 e 3; <b>(3)</b> onda refletida S entre meios 1 e 3; <b>(4)</b> ondas refletidas P na base da anomalia de $Q_p$ . Símbolos azuis mostram a posição dos traços comparados em detalhe na figura 78. . . . .	149
Figura 78 – Traços do receptor 200 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 77. . . . .	150
Figura 79 – Modelo de anticlinal sobreposto pela geometria de aquisição utilizada na modelagem de 1 tiro. Valores das propriedades apresentados na tabela 12. A estrela vermelha representa a posição da fonte e os símbolos amarelos a disposição dos receptores utilizados na modelagem. . . . .	150
Figura 80 – Sismogramas para o campo de pressão no domínio do tiro comum elástico <b>(a)</b> e viscoelástico <b>(b)</b> . As setas azuis e vermelhas indicam, respectivamente, o topo e base do reservatório, camada 5 do modelo da figura 79. . . . .	151
Figura 81 – Sismogramas modelados com modelo de anticlinal da figura 79. <b>(a)</b> aproximação elástica; <b>(b)</b> aproximação viscoelástica com $L = 1$ ; <b>(c)</b> aproximação viscoelástica com $L = 2$ ; <b>(d)</b> aproximação viscoelástica com $L = 4$ ; <b>(e)</b> diferença entre <b>(b)</b> e <b>(a)</b> ; f. diferença entre <b>(c)</b> e <b>(b)</b> ; <b>(g)</b> diferença entre <b>(d)</b> e <b>(c)</b> . Símbolos azuis destacam posição dos traços analisados na figura 82. . . . .	153
Figura 82 – Traços do receptor 1 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 81. As setas azul e vermelha indicam, respectivamente, a reflexão da onda P no topo e base do reservatório. . . . .	153
Figura 83 – Modelo de anticlinal sobreposto pela geometria de aquisição para introdução de onda plana como fonte da modelagem. As estrelas vermelhas representam a posição das fontes e os símbolos amarelos a disposição dos receptores. . . . .	154
Figura 84 – Sismogramas gerados por modelagens elástica e viscoelástica com $L = 1$ modelados com onda plana. As setas indicam as principais reflexões primárias da onda P, sendo: <b>(a)</b> fundo do mar; <b>(b)</b> topo da camada 3; <b>(c)</b> topo da camada 4; <b>(d)</b> topo do reservatório e <b>(e)</b> base do reservatório. . . . .	154

Figura 85 – Sismogramas modelados para o modelo de anticlinal da figura 79 empregando-se como fonte uma onda plana. <b>a.</b> aproximação elástica; <b>b.</b> aproximação viscoelástica com $L = 1$ ; <b>c.</b> aproximação viscoelástica com $L = 2$ ; <b>d.</b> aproximação viscoelástica com $L = 4$ ; <b>e.</b> diferença entre <b>b.</b> e <b>a.</b> ; <b>f.</b> diferença entre <b>c.</b> e <b>b.</b> ; <b>g.</b> diferença entre <b>d.</b> e <b>c.</b> . Símbolos azuis destacam posição dos traços analisados na figura 86. . . . .	155
Figura 86 – Traços do receptor 300 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 85. Foco nos eventos associados à entrada e saída do reservatório, indicadas pelas setas azul e vermelha, respectivamente.	155
Figura 87 – Modelo de propriedades construído a partir do dado de Búzios. . . .	157
Figura 88 – Sismograma com o campo de pressão no domínio do tiro comum modelados com aproximação elástica e viscoelástica ( $L = 1$ ) e correspondente dado real. As setas verdes indicam os eventos: fundo do mar ( <b>a</b> ), reflexões no Pós-sal ( <b>b</b> , <b>c</b> e <b>d</b> ), topo do sal ( <b>e</b> ), base do sal ( <b>f</b> ) e topo do embasamento ( <b>g</b> ). As setas vermelhas apontam ruídos criados no dado modelado devido a irregularidades no contraste das propriedades no fundo do mar e os polígonos 1 e 2 delimitam áreas expostas em maior detalhe nas figuras 89 e 90, respectivamente. . . . .	159
Figura 89 – Análise em detalhe da área 1 destacada na figura 88. As setas verdes indicam eventos correspondentes nos dados modelados e dado real. As setas vermelhas apontam difrações criadas por irregularidades presentes na superfície do fundo do mar do modelo de propriedades e devem ser desconsideradas nesta comparação. . . . .	160
Figura 90 – Análise em detalhe da área 2 destacada na figura 88. Percebe-se que os dados gerados por modelagem viscoelástica reproduzem mais adequadamente eventos presentes no dado real, como o indicado pela seta azul.. . . .	160
Figura 91 – Sismograma com o campo de pressão no domínio do tiro comum modelados com o modelo da figura 87. ( <b>a</b> ) aproximação elástica; ( <b>b</b> ) aproximação viscoelástica com $L = 1$ ; ( <b>c</b> ) aproximação viscoelástica com $L = 2$ ; ( <b>d</b> ) aproximação viscoelástica com $L = 4$ ; ( <b>e</b> ) diferença entre ( <b>b</b> ) e ( <b>a</b> ); ( <b>f</b> ) diferença entre ( <b>c</b> ) e ( <b>b</b> ); ( <b>g</b> ) diferença entre ( <b>d</b> ) e ( <b>c</b> ). Símbolos azuis apontam a posição dos traços analisados na figura 92. . . . .	161
Figura 92 – Traços do receptor 450 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 91. Foco em intervalo do traço com maior diferença entre as modelagens. . . . .	161

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Coeficientes para cálculo de operadores de diferenças finitas ( $c_m^{(M)}$ ) de ordem 2 a 10. . . . .	76
Tabela 2 – Propriedades dos modelos homogêneos. . . . .	83
Tabela 3 – Média percentual absoluta dos erros entre a modelagem e a solução analítica computada com precisão de 2 casas decimais. Foram consideradas as aproximações elástica e viscoelástica com propriedades descritas pelos meios 1 e 2 da tabela 2. . . . .	90
Tabela 4 – Propriedades dos modelos homogêneos utilizadas no Teste 1: avaliação do valor do fator $Q$ . . . . .	96
Tabela 5 – Valores mínimos e máximos de velocidade de fase do modelo de Zener segundo a frequência de referência do módulo relaxado escolhida. Cenário com absorção fraca. . . . .	103
Tabela 6 – Valores mínimos e máximos de velocidade de fase do modelo de Zener segundo a frequência de referência do módulo relaxado escolhida. Cenário com absorção fraca. . . . .	108
Tabela 7 – Valores de frequência de pico de um SLPG com 3 mecanismos segundo intervalo $\Delta f_{pico}$ . . . . .	121
Tabela 8 – Valores aproximados das frequências de pico, $f_{pico}$ , e intervalo entre estas, $\Delta f_{pico}$ , de cada arranjo com $L$ mecanismos distribuídos equiespaçadamente em $\log(f)$ . Intervalo de frequência de distribuição: 0,5 a 125 Hz. . . . .	129
Tabela 9 – Sumário das principais observações constatadas nos experimentos em modelo de propriedades constantes. São destacados os parâmetros com melhores resultados para modelo de SLPG, segundo os critérios analisados. . . . .	141
Tabela 10 – Propriedades do modelo de baixo contraste de fator $Q$ exibido na figura 72. . . . .	143
Tabela 11 – Valores aproximados das frequências de pico, $f_{pico}$ , e intervalo entre estas, $\Delta f_{pico}$ , de cada arranjo com $L$ mecanismos distribuídos equiespaçadamente em $\log(f)$ . Intervalo de frequência de distribuição: 0,5 a 125 Hz. . . . .	144
Tabela 12 – Propriedades do modelo de anticlinal exibido na figura 79. . . . .	151

Tabela 13 – Valores aproximados das frequências de pico, $f_{pico}$ , e intervalo entre estas, $\Delta f_{pico}$ , de cada arranjo com $L$ mecanismos distribuídos equiespaçadamente em $\log(f)$ . Intervalo de frequência de distribuição: 0,1 a 100 Hz. . . . .	152
Tabela 14 – Tempos para simulação de 1 tiro segundo aproximação da equação da onda utilizada. . . . .	159
Tabela 15 – Coeficientes do operador de diferenças finitas de 8 <sup>a</sup> ordem. . . . .	178

# Lista de abreviaturas e siglas

ANP	Agência Nacional do Petróleo
AVO	<i>Amplitude Variation with Offset</i>
CDP	<i>Common Depth Point</i>
CFL	<i>Courant-Friedrichs-Lewy</i>
DC	<i>Direct Current</i>
DF	<i>Diferenças Finitas</i>
BDEP	Banco de Dados de Exploração e Produção
GISIS	Grupo de Imageamento e Inversão Sísmica
PSDM	<i>Pre-Stack Depth Migration</i>
RAM	<i>Random Access Memory</i>
SLP	Sólido Linear Padrão
SLPG	Sólido Linear Padrão Generalizado
SRMA	<i>Surface Related Multiple Attenuation</i>
UFF	Universidade Federal Fluminense

# Lista de símbolos

$a$	Termo que controla a magnitude final do traço na borda de Cerjan
$\alpha$	Fator de atenuação
$\beta$	Número de amostras por comprimento de onda
$\langle D \rangle$	Densidade de energia dissipada no tempo
$\delta$	Deslocamento de fase entre tensão e deformação
$\delta$	Função delta
$\Delta f_{pico}$	Intervalo entre frequências da pico de dissipação do arranjo de SLPG
$\epsilon$	Deformação
$\eta$	Viscosidade
$f_d$	Frequência dominante do pulso
$f_{fonte}$	Frequência dominante da fonte
$f_i$	Forças atuantes no corpo
$f_{pico}$	Frequência do pico de dissipação do mecanismo de Zener
$\Gamma$	Função Gama
$h$	Intervalo de amostragem espacial
$H$	Função degrau
$i$	Unidade imaginária
$k$	Constante elástica da mola
$k$	Número de onda
$K_b$	Módulo de Bulk
$k_c$	Número de onda complexo
$\lambda$	Primeiro parâmetro de Lamé
$L$	Número de mecanismos
$M_c$	Módulo complexo
$M_R$	Módulo relaxado
$M_U$	Módulo não relaxado
$\mu$	Módulo de cisalhamento ou segundo parâmetro de Lamé

$p$	Pressão
$\psi$	Função relaxação
$Q$	Fator de qualidade
$r$	Variável de memória
$\rho$	densidade
$\sigma$	Tensão
$t$	Tempo
$\Delta t$	Intervalo de amostragem temporal
$\tau$	Tempo de relaxação
$\tau_\epsilon$	Tempo de relaxação da deformação
$\tau_\sigma$	Tempo de relaxação da tensão
$u_i$	Deslocamento da partícula na direção $i$
$\langle V \rangle$	Densidade de energia de deformação
$v_c$	Velocidade complexa
$v_f$	Velocidade de fase
$v_g$	Velocidade de grupo
$v_i$	Velocidade de partícula na direção $i$
$v_p$	Velocidade da onda P
$v_{ref}$	Velocidade de referência
$v_s$	Velocidade da onda S
$x, y, z$	Direções do eixo cartesiano
$\chi$	Função de fluência
$w$	Frequência angular
*	Operação de convolução

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>30</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>33</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>38</b>
<b>3.1</b>	<b>Teoria da Viscoelasticidade</b>	<b>38</b>
3.1.1	Princípio de superposição de Boltzmann	39
3.1.2	Relação tensão-deformação	41
3.1.2.1	Meio elástico	41
3.1.2.2	Meio viscoelástico	42
3.1.3	O módulo complexo e o fator $Q$	44
3.1.4	Absorção: atenuação e dispersão	45
<b>3.2</b>	<b>Modelos mecânicos</b>	<b>49</b>
3.2.1	Modelo de Maxwell	50
3.2.2	Modelo de Kelvin-Voigt	52
3.2.3	Modelo de Zener	53
3.2.4	Comparação entre os modelos mecânicos	57
3.2.5	Modelo de Zener Generalizado	59
<b>3.3</b>	<b>Modelo de <math>Q</math> quase-constante</b>	<b>60</b>
<b>3.4</b>	<b><math>Q</math> constante de Kjartansson</b>	<b>64</b>
<b>3.5</b>	<b>Equação de propagação da onda</b>	<b>66</b>
3.5.1	Meios elásticos isotrópicos	66
3.5.2	Meios viscoelásticos isotrópicos	67
<b>3.6</b>	<b>Propagação da onda por diferenças finitas</b>	<b>72</b>
3.6.1	Malha intercalada	73
3.6.2	O método das diferenças finitas	74
3.6.3	Condições de estabilidade e dispersão numérica	76
3.6.4	A solução da propagação da onda	78
<b>3.7</b>	<b>Tratamento das bordas</b>	<b>79</b>
<b>3.8</b>	<b>Fonte Sísmica</b>	<b>80</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>83</b>
<b>4.1</b>	<b>Solução numérica da propagação da onda para meios elásticos e viscoelásticos</b>	<b>84</b>
<b>4.2</b>	<b>Produtos das modelagens</b>	<b>85</b>
<b>4.3</b>	<b>Avaliação da fase da fonte inserida</b>	<b>85</b>
<b>4.4</b>	<b>Dados modelados e solução analítica</b>	<b>87</b>
<b>4.5</b>	<b>Fluxograma de trabalho</b>	<b>92</b>
4.5.1	Etapas para modelagem	92
4.5.2	Testes realizados	93
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>95</b>
<b>5.1</b>	<b>Modelos homogêneos</b>	<b>95</b>

5.1.1	Teste 1: Avaliação do valor do fator $Q$ . . . . .	97
5.1.2	Teste 2: Avaliação da frequência de referência . . . . .	102
5.1.2.1	Cenário com absorção fraca . . . . .	102
5.1.2.2	Cenário com absorção forte . . . . .	107
5.1.3	Teste 3: Avaliação do posicionamento da frequência de pico de dissipação do mecanismo de Zener . . . . .	112
5.1.3.1	Cenário com absorção fraca . . . . .	113
5.1.3.2	Cenário com absorção forte . . . . .	117
5.1.4	Teste 4: Avaliação do intervalo entre mecanismos no modelo de Zener Generalizado . . . . .	121
5.1.4.1	Cenário com absorção fraca . . . . .	121
5.1.4.2	Cenário com absorção forte . . . . .	125
5.1.5	Teste 5: Avaliação do número de mecanismos no modelo de Zener Generalizado . . . . .	129
5.1.5.1	Cenário com absorção fraca . . . . .	130
5.1.5.2	Cenário com absorção forte . . . . .	134
<b>5.2</b>	<b>Cenários geológicos . . . . .</b>	<b>143</b>
5.2.1	Modelo de anomalia rasa com baixo fator $Q$ . . . . .	143
5.2.2	Modelo de anticlinal . . . . .	150
5.2.3	Modelo com camada de sal . . . . .	156
<b>6</b>	<b>DISCUSSÕES . . . . .</b>	<b>162</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>166</b>
<b>8</b>	<b>ESTUDOS FUTUROS . . . . .</b>	<b>168</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>169</b>
	<b>APÊNDICES . . . . .</b>	<b>174</b>
	<b>APÊNDICE A – SOLUÇÃO ANALÍTICA DO MODELO DE Q-CONSTANTE PARA MEIO VISCOACÚSTICO . . . . .</b>	<b>175</b>
	<b>APÊNDICE B – SOLUÇÃO POR DIFERENÇAS FINITAS DAS EQUAÇÕES DA ONDA PARA MEIO ELÁSTICO E ISOTRÓPICO BIDIMENSIONAL . . . . .</b>	<b>177</b>
	<b>APÊNDICE C – SOLUÇÃO POR DIFERENÇAS FINITAS DAS EQUAÇÕES DA ONDA PARA MEIO VISCOELÁSTICO E ISOTRÓPICO BIDIMENSIONAL . . . . .</b>	<b>179</b>
	<b>APÊNDICE D – SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA MEIO VISCOELÁSTICO . . . . .</b>	<b>183</b>



# 1 Introdução

A propagação de onda com aproximação acústica é mais comumente utilizada no processamento de dados sísmicos. Esse modelo tem sido aplicado com relativo sucesso em meios isotrópicos e anisotrópicos, no entanto, não contempla efeitos elásticos e de atenuação intrínseca, necessários para a adequada representação do fenômeno de propagação da onda (GUO; MCMECHAN; REN, 2019). Em aproximações elásticas, a energia da resposta sísmica é controlada pelo espalhamento geométrico, reflexão e transmissão da onda nas interfaces dos meios. Embora elasticidade seja uma boa premissa para propagação de ondas, nenhum material real é perfeitamente elástico. Na realidade, à medida que as ondas se propagam, sua energia é dissipada devido a vários mecanismos de perda. Neste processo, a conversão de energia potencial em cinética não é perfeitamente reversível e parte da energia é gasta em processos descritos genericamente como efeitos de atrito interno, como movimentos ao longo do deslocamento mineral e aquecimento por cisalhamento nos contornos dos grãos (CARCIONE, 2015), além do fenômeno, em escala mesoscópica, do fluxo de fluido induzido pela passagem da onda (QUINTAL et al., 2013).

A depender das características do meio, a absorção das ondas pode ser bastante expressiva e, se negligenciada, pode ser fonte de erros em processos de análise de AVO, modelagem, inversão e imageamento sísmico (SAMEC; BLANGY, 1992). Ademais, trabalhos acadêmicos desde a década de 80 do século passado, associam os efeitos da absorção ao conteúdo fluido nos poros da rocha e a características petrofísicas, como porosidade e permeabilidade, resultados que trazem grandes expectativas em aplicações práticas para indústria de exploração petrolífera (JONES, 1986; BEST; MCCANN, 1995; PICOTTI; CARCIONE; JING, 2019).

A absorção da onda constitui-se mais especificamente nos fenômenos de atenuação e dispersão que alteram amplitude e fase do sinal ao longo de sua propagação. Um parâmetro que quantifica esses efeitos é a variável adimensional conhecida como fator  $Q$ , que pode ser definido através dos conceitos de densidade de energia de deformação e densidade de energia dissipada ao longo do tempo (SCHUSTER, 2017).

Os processos que causam absorção da onda sísmica são descritos macroscopicamente como anelásticos e podem ser representados por um modelo viscoelástico (ROBERTSSON; BLANCH; SYMES, 1994; IKELLE; AMUNDSEN, 2018). Diferentemente do material elástico, um corpo viscoelástico apresenta defasagem entre força e deformação, ou seja, um tempo de atraso entre causa e efeito. Esse tempo é denominado tempo de relaxação e pode ser estimado através de modelos mecânicos construídos pela associação de molas e amortecedores. Dentre esses modelos mecânicos, o modelo de Zener, também conhecido como Sólido Linear Padrão (SLP), associação de uma mola em série com um sub-arranjo em paralelo de uma mola e um amortecedor, é considerado o que atualmente melhor descreve a reologia de rochas da crosta terrestre (CARCIONE, 2015). Para representação mais fidedigna ao modelo de  $Q$  constante na frequência, proposto por Kjartansson (1979), pode-se utilizar o modelo de Sólido Linear Padrão Generalizado (SLPG), associação de  $L$  mecanismos de Zener em paralelo, para aumentar o espectro de  $Q$ -constante no intervalo de frequência desejado (LIU; ANDERSON; KANAMORI, 1976). Com a inclusão dos tempos de relaxação na equação de propagação, são adicionados os efeitos de atenuação e dispersão sofridos ao longo do trajeto da onda. A aplicação dessa teoria teve contribuição de diversos autores (EMMERICH; KORN, 1987; DAY; MINSTER, 1984; CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988a), até a publicação da aproximação isotrópica viscoelástica 2D, proposta por Robertsson, Blanch e Symes (1994). Sua aplicação necessita da determinação de alguns parâmetros, como: limite elástico, posicionamento de frequência de pico de dissipação do mecanismo, número de mecanismos no arranjo de SLPG e intervalo entre mecanismos. A escolha de alguns desses parâmetros varia entre publicações sobre o tema. O limite elástico, por exemplo, costuma ser posicionado no extremo inferior ou superior do espectro, ou ainda na frequência dominante da fonte (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988b; ZHU; CARCIONE; HARRIS, 2013; GUO; MCMECHAN; REN, 2019). Por outro lado, o número ideal de mecanismos no arranjo de SLPG não é unânime, variando comumente entre 1 e 4 (ROBERTSSON; BLANCH; SYMES, 1994; BLANCH; ROBERTSSON; SYMES, 1995; FAN et al., 2016).

O objetivo deste trabalho é entender a atuação dos principais parâmetros da modelagem viscoelástica, propondo uma parametrização mais adequada para representação da absorção sísmica em cenários de interesse a indústria petrolífera. Para tanto, foram implementados códigos de modelagem elástica e viscoelástica, adaptando-se, respectivamente, as soluções por diferenças finitas propostas por

Levander (1988) e Robertsson, Blanch e Symes (1994) às ordens de aproximação de segunda ordem no tempo e oitava ordem no espaço ( $O(2,8)$ ). Foram primeiramente testados os efeitos dos parâmetros da modelagem, considerando cenário homogêneo com absorção forte e fraca. Nesta análise, determinou-se a escolha mais apropriada da maioria dos parâmetros. Com base nesses testes, partiu-se para segunda etapa, na qual a parametrização otimizada foi aplicada em três diferentes cenários geológicos e foram avaliados os efeitos do número de mecanismos de Zener e as diferenças dos seus resultados em relação aos respectivos obtidos por modelagem elástica.

A estrutura da presente dissertação se inicia com uma revisão bibliográfica, passando pelos principais autores que contribuíram ao estado atual do conhecimento sobre o tema. Na sequência, o capítulo de fundamentação teórica aborda mais detalhadamente fundamentos e princípios necessários à compreensão da propagação viscoelástica. Então, são apresentados a metodologia aplicada, os resultados obtidos e as discussões acerca destes. Por fim, nas conclusões, são elucidados os aspectos mais importantes constatados, finalizando com a proposição de trabalhos futuros. Nos apêndices encontram-se informações complementares à fundamentação teórica apresentada.

## 2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é apresentado um levantamento das principais produções científicas que levaram ao atual estado da arte sobre modelagem sísmica viscoelástica. Aqui são destacadas as publicações que suportam a fundamentação teórica utilizada neste trabalho.

As bases da teoria da viscoelasticidade remontam a trabalhos desde o século XIX, quando cientistas, como Maxwell, Kelvin, Voigt e Boltzmann, realizaram pesquisas e experimentos sobre a deformação e recuperação de materiais (MCCRUM; BUCKLEY; BUCKNALL, 1989). Em estudo sobre a dinâmica dos gases, Maxwell (1867) propôs a equação do movimento corrigida pelo coeficiente de viscosidade do gás e trabalhou com o conceito do módulo do tempo de relaxação. Em 1874, Boltzmann constatou que, para um dado ponto do meio, o esforço em qualquer instante depende da deformação em todos os instantes anteriores, introduzindo, assim, o entendimento de memória do material (CARCIONE, 2015).

Diversas publicações sobre a propagação da onda em meio elástico alicerçam pesquisas da ondulatória em meios absorptivos. Eason, Fulton e Sneddon (1956) propuseram a solução generalizada da equação da onda para qualquer distribuição de forças em um sólido isotrópico com propriedades elásticas. A partir desta, as expressões analíticas exatas dos componentes de tensão de alguns problemas 2D típicos foram apresentadas. Essas soluções analíticas são utilizadas, junto ao princípio da correspondência, para obtenção de soluções dos equivalentes meios viscoelásticos (BLAND, 1960).

A atual utilização do *staggered grid*, ou malha intercalada, nas diferenças finitas refere-se a publicações da década de 70. Madariaga (1976) resolveu a propagação elástica em um modelo de falha circular com diferenças finitas utilizando malha intercalada no tempo e no espaço. Neste caso, a malha foi especificamente desenhada para minimizar instabilidades produzidas por singularidades nas quinas das falhas. Virieux (1986) empregou o esquema de diferenças finitas de Madariaga para modelagem de ondas P e SV em meio heterogêneo isotrópico. O autor obteve uma solução numérica válida para qualquer razão de Poisson, a qual é frequentemente

citada na literatura como diferenças finitas *staggered-grid* Madariaga-Virieux. Levander (1988) utilizou esse esquema de malha intercalada para desenvolver a solução numérica por diferenças finitas 2D da propagação das ondas P e SV, com aproximação elástica de segunda ordem no tempo e quarta ordem no espaço ( $O(2,4)$ ). O autor mostra que a solução proposta é estável e acurada para um grande intervalo de razões de Poisson, sendo apropriada para modelagem de uma variedade de problemas encontrados na exploração sísmica.

Ainda na segunda metade do século XX, importantes pesquisas foram realizadas no intuito de incluir propriamente o fenômeno de absorção na modelagem sísmica. Futterman (1962) mostrou, por relações de causalidade, que a absorção implica não apenas em atenuação, mas também em dispersão das ondas sísmicas e desenvolveu três relações de dispersão teórica para materiais com fator  $Q$  constante em uma banda de frequência. Estudos de diferentes autores apontam que a defasagem entre esforço e deformação em meios viscoelásticos é adequadamente representada com o modelo reológico de Zener ou sólido linear padrão (ZENER; SIEGEL, 1949; CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988a; LIU; ANDERSON; KANAMORI, 1976). Liu, Anderson e Kanamori (1976) conseguiram explicar observações experimentais da propagação de onda em meio real, representando a reologia viscoelástica de um sólido linear padrão por múltiplos mecanismos de relaxamento. Os autores mostraram que, através de uma distribuição dos tempos de relaxação, é possível obter uma adequada relação de dispersão e um fator  $Q$  constante para um intervalo de frequências. Kjartansson (1979) formulou a propagação da onda no domínio da frequência, utilizando o fator  $Q$  constante com a frequência e uma velocidade de fase associada a uma frequência de referência. O autor advoga não haver indícios que teorias de  $Q$  quase-constantes possam apresentar melhor descrição de atenuação nas rochas do que sua proposição. Esta apresenta implementação simples no domínio da frequência, mas não-trivial no domínio do tempo. Métodos de modelagem no domínio da frequência tem a desvantagem de serem essencialmente limitados a meios 1D ou horizontalmente acamadados. Para melhor representação das heterogeneidades em modelos 2D e 3D, é preferível trabalhar no domínio do tempo (BLANCH; ROBERTSSON; SYMES, 1995). Estudos posteriores avaliaram o comportamento de  $Q$  com a frequência em relação a características petrofísicas da rocha. Murphy (1982) realizou experimentos em arenitos de alta porosidade e diagnosticou que o fator  $Q$  independe da frequência em arenitos secos. Já arenitos parcialmente saturados com água apresentaram  $Q$  altamente dependente da frequência. No entanto, esse comportamento é importante em faixas de frequência muito acima do

intervalo utilizado na sísmica de exploração. O que justifica, nas aplicações sísmicas, o fator  $Q$  ser normalmente considerado independente ou apenas fracamente dependente da frequência (EMMERICH; KORN, 1987). No entanto, o quanto a aproximação de  $Q$  constante é uma representação realística do modelo de atenuação, ainda é considerado um tema para debate por alguns autores (BLANCH; ROBERTSSON; SYMES, 1995).

A incorporação de absorção a métodos de propagação da onda no domínio do tempo é muito difícil, pois, neste domínio, o esforço e a deformação são relacionados através de uma integral convolucional, o que é intratável em métodos de computação numérica (EMMERICH; KORN, 1987). Day e Minster (1984) fizeram a primeira tentativa de acrescentar anelasticidade em um método de modelagem 2D no domínio do tempo. Eles utilizaram as aproximações de Padé para obter uma função representando a expansão do módulo viscoelástico dependente da frequência. Os coeficientes dessa função são encontrados analiticamente. Com esta aproximação, a relação tensão-deformação no domínio do tempo pôde ser transformada em uma forma diferencial, possibilitando a solução por algoritmo de diferenças finitas. Emmerich e Korn (1987) testaram a aproximação de Day e Minster (1984) e mostraram que o resultado é insatisfatório para propagações longas ou atenuação forte. Eles sugerem um novo método para determinar os coeficientes da função do módulo viscoelástico que é baseado na reologia do modelo generalizado de Maxwell. São escolhidas frequências de relaxação igualmente equi-espaçadas no logaritmo do intervalo de frequência de interesse, sendo determinados pesos para o adequado ajuste de uma arbitrária curva de  $Q$ . Com essa abordagem, os autores desenvolvem um algoritmo de diferenças finitas 2D para propagação escalar da onda. Carcione, Kosloff e Kosloff (1988a) apresentaram uma nova aproximação para propagação viscoacústica. Os autores implementaram a equação do movimento com o princípio de superposição de Boltzmann para um modelo de sólido linear padrão generalizado, evitando a relação reológica convolucional convencional através da introdução de variáveis de memória. No mesmo ano, essa abordagem foi estendida para a propagação viscoelástica (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988b). Utilizando o conceito de variáveis de memória, Robertsson, Blanch e Symes (1994) apresentaram um eficiente esquema de diferenças finitas  $O(2,4)$ , com malha intercalada para representação da propagação de ondas P e SV em meios isotrópicos viscoelásticos 2D. Em sua aproximação, esses autores consideraram os tempos de relaxação do esforço das ondas P e SV iguais.

Desde as primeiras publicações, diferentes metodologias são propostas para

representar o comportamento do fator  $Q$  com a frequência. Este continua sendo um tema de avaliação nos trabalhos da década de 90. Blanch, Robertsson e Symes (1995) propuseram o método- $\tau$ , que determina a variável adimensional  $\tau$  através dos tempos de relaxação do esforço e da deformação do arranjo de mecanismos de sólido linear padrão desejado. Com este parâmetro, obtém-se uma aproximação de  $Q$  constante para um intervalo de frequências, que, segundo os autores, torna a estimativa de  $Q$  mais simples, otimiza os cálculos de modelagem das ondas viscoelásticas e é mais conveniente para programas de inversão, pois possibilita a descrição da magnitude da dispersão e da atenuação em apenas uma variável. Em seus resultados, são avaliadas as propagações considerando 1, 2 e 5 mecanismos e os autores concluem que, para a maioria das aplicações sísmicas, o modelo com 1 mecanismo apresenta soluções aceitáveis. Para maior acurácia dos resultados, os autores afirmaram que o sistema com 2 mecanismos é suficiente. Nessa metodologia, a distribuição dos tempos de relaxação dos esforços não é determinada pelo método- $\tau$ , sendo adotada uma distribuição no logaritmo da frequência como proposto por Liu, Anderson e Kanamori (1976). Os autores afirmaram que uma fórmula para distribuição otimizada desses tempos de relaxação é um assunto ainda aberto a discussões. Bohlen (2002) utilizou o método- $\tau$  e adaptou essa metodologia para obtenção também dos tempos de relaxação dos esforços dos mecanismos de Zener. Ele mostrou que essa abordagem funciona bem em meios altamente absorptivos ( $Q < 10$ ) e otimiza a obtenção dos tempos de relaxação dos esforços em relação ao método- $\tau$  original. Mais recentemente, Zhu, Carcione e Harris (2013) propuseram uma metodologia de escolha de parâmetros para aproximar o método de propagação no domínio do tempo com múltiplos mecanismos de Zener, ao modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson (1979), que é definido no domínio da frequência. Eles avaliaram a propagação considerando 1 ou 3 mecanismos, em meios pouco ou muito absorptivos e concluíram que, com a correta escolha dos tempos de relaxação, 1 mecanismo é suficiente para representação adequada da maioria dos modelos compatíveis com a exploração sísmica. A estimativa desses tempos de relaxação ainda não tem uma abordagem unânime no meio científico. Fan et al. (2016) desenvolveram um método de inversão dos tempos de relaxação do esforço e da deformação a partir do fator  $Q$ . Eles também avaliaram o número ótimo de mecanismos de Zener para representação do modelo de  $Q$ -constante. Através de análises utilizando entre 2 e 10 mecanismos, levando em consideração acurácia e eficiência, eles sugerem que o modelo com 4 mecanismos apresentou o melhor resultado.

A seguir, é discorrida a teoria que embasa a modelagem sísmica por aproximação

viscoelástica.

## 3 Fundamentação Teórica

Neste capítulo é apresentada uma revisão teórica a respeito dos princípios que fundamentam a propagação de ondas mecânicas em meios viscoelásticos isotrópicos. Primeiro, caracterizam-se os meios elástico e viscoelástico estudando as relações entre tensão e deformação. Ilustram-se alguns modelos mecânicos utilizados na representação da reologia de diferentes materiais, expondo suas principais características. Em seguida, apresenta-se a abordagem de  $Q$  quase-constante, desenvolvida no domínio do tempo (LIU; ANDERSON; KANAMORI, 1976), e de  $Q$  constante elaborada no domínio da frequência (KJARTANSSON, 1979). Concluimos o capítulo com as equações do movimento para meios viscoelásticos isotrópicos 2D, com aproximação de  $Q$  quase-constante para um ou mais arranjos de modelos mecânicos de Zener. São explicadas também a teoria de borda absorviva adotada e as correções necessárias para aplicação da fonte sísmica na modelagem em meios 2D.

### 3.1 Teoria da Viscoelasticidade

Corpos sólidos perfeitamente elásticos obedecem a Lei de Hooke, onde força é diretamente proporcional a deformação instantânea e a energia mecânica é armazenada sem dissipação. Líquidos perfeitos comportam-se como fluidos newtonianos, ou seja, a força é diretamente proporcional à taxa de deformação, havendo dissipação total da energia (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988a). A combinação de propriedades mecânicas de sólidos elásticos e de líquidos viscosos caracteriza um meio viscoelástico, o qual consegue tanto armazenar quanto dissipar energia mecânica (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988a). Nos materiais viscoelásticos, os esforços internos são função tanto da deformação instantânea, quanto de toda história passada da deformação. Em materiais reais, a história recente tem mais relevância. Se um material é submetido a deformações ou tensões pequenas o suficiente para que suas funções reológicas não dependam do valor da deformação ou tensão, diz-se que sua resposta está na faixa de viscoelasticidade linear, sendo esta, a resposta mais simples de um material viscoelástico (GALLEGOS; BERJANO; CHOPLIN, 1992).

A teoria da viscoelasticidade linear baseada no princípio de superposição de Boltzmann é utilizada para descrever as propriedades não-elásticas de materiais reais, em particular, das rochas porosas. A anelasticidade dos materiais produz mudanças na amplitude e fase das ondas sísmicas devido, respectivamente, aos efeitos de atenuação e dispersão. Desprezar esse fenômeno pode levar a erros significativos em processos de modelagem, inversão e imageamento (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988a), (ROBERTSSON; BLANCH; SYMES, 1994).

### 3.1.1 Princípio de superposição de Boltzmann

Boltzmann propôs, em 1874, sua teoria de superposição para explicar o notável efeito de memória em materiais deformados. O efeito de memória admite que, para um dado ponto fixo do meio, a tensão em qualquer tempo depende da deformação em todos os instantes anteriores, sendo a história recente da deformação mais importante (CARCIONE, 2015). A teoria demonstra que, no caso de deformações pequenas, cuja relação entre tensão e deformação e suas derivadas temporais seja linear, a tensão produzida por um conjunto de deformações é igual a soma das tensões produzidas por cada deformação atuando isoladamente (HENDERSON, 1951).

Um material submetido a uma deformação  $\epsilon(t)$ , tem como efeito, a atuação de uma tensão  $\sigma(t)$ . Uma variação da deformação ocorrida em um tempo  $\tau_1$  produz um efeito correspondente em um instante posterior  $t$ , que em um meio 1D é expresso por:

$$\sigma(t) = \psi(t - \tau_1) \frac{d\epsilon(\tau_1)}{d\tau_1}, \quad (3.1)$$

onde  $\psi(t - \tau_1)$  é a função relaxação, ou seja, uma função do tempo de atraso ou defasagem entre causa e efeito. Essa função depende das propriedades reológicas do material e, em um regime viscoelástico linear, independe da magnitude da deformação. É uma função decrescente de  $(t - \tau_1)$ , representando a memória do material (GALLEGOS; BERJANO; CHOPLIN, 1992).

Para obter a tensão resultante de uma deformação introduzida em  $\tau_2$ , assume-se que a resposta adicional do material à segunda deformação independe da deformação anterior, logo:

$$\sigma(t) = \psi(t - \tau_1) \frac{d\epsilon(\tau_1)}{d\tau_1} + \psi(t - \tau_2) \frac{d\epsilon(\tau_2)}{d\tau_2}. \quad (3.2)$$

Considerando que o corpo seja submetido a  $N$  mudanças de deformação, cada uma ocorrendo em um instante diferente, todas contribuirão acumuladamente à tensão resultante em um tempo posterior, de forma que:

$$\sigma(t) = \sum_{n=1}^N \psi(t - \tau_n) \frac{d\epsilon(\tau_n)}{d\tau_n}. \quad (3.3)$$

Caso a mudança da deformação ocorra continuamente, o somatório é substituído pela integral

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t \psi(t - \tau) \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} d\tau. \quad (3.4)$$

O limite inferior implica que toda a história de deformação do corpo contribui para a sua tensão resultante no tempo presente  $t$  (GALLEGOS; BERJANO; CHOPLIN, 1992). No entanto, a hipótese de *fading memory* ("memória fraca") afirma que o valor da tensão depende mais fortemente da história recente do que da história remota da deformação (CARCIONE, 2015). Por isso, pode-se considerar que os efeitos precedentes a um certo tempo são negligenciáveis e ponderar as deformações a partir de um tempo ( $t = 0$ ), onde o material estava livre de tensões, obtendo assim:

$$\sigma(t) = \int_0^t \psi(t - \tau) \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} d\tau. \quad (3.5)$$

Por convenção, qualquer função é dita do tipo degrau se o passado da função até o tempo  $t = 0$  não for considerado. Com a equação 3.5 pode-se afirmar que

$$\psi(t) = \check{\psi}(t)H(t), \quad (3.6)$$

onde  $\check{\psi}$  é a função de relaxação sem restrições e  $H(t)$  é a função degrau.

A equação 3.5 não é conveniente para o cálculo numérico da propagação da onda, pois a integração numérica direta da história da deformação a cada ponto do meio, a cada passo de tempo, requer uma imensa memória e tempo computacional (EMMERICH; KORN, 1987).

### 3.1.2 Relação tensão-deformação

#### 3.1.2.1 Meio elástico

Quando submetidos a uma deformação fixa, materiais elásticos chegam a um nível de tensão estável e permanecem nessa condição, retornando rapidamente ao estado original quando a deformação é removida. Nesse sistema, toda energia mecânica da deformação é armazenada na tensão, produzindo uma relação linear entre essas grandezas (SCHUSTER, 2017). Se a tensão continuar aumentando, essa relação passa a ser não linear até atingir o limite de elasticidade do corpo, a partir do qual as deformações passam a ser plásticas (figura 1). Para meios elásticos, a sismologia petrolífera trabalha dentro do limite linear (IKELLE; AMUNDSEN, 2018), no qual, para meio 1D, a relação tensão-deformação obedece a lei de Hooke, dada por

$$\sigma = M_e \epsilon, \quad (3.7)$$

onde  $\sigma$  é a tensão,  $M_e$  é o módulo de elasticidade do meio e  $\epsilon$  é a deformação instantânea. Cessada a ação da força, o corpo retorna instantaneamente ao seu estado não deformado.

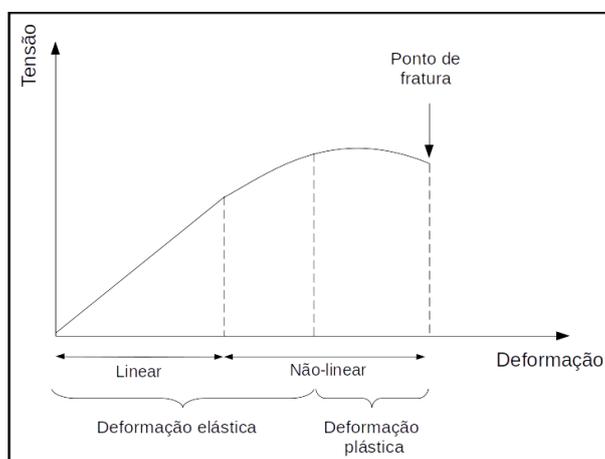


Figura 1 – Modelo esquemático da relação típica entre tensão e deformação em um material sólido. Adaptado de Ikelle e Amundsen (2018).

Estendendo a análise para um volume submetido a ação de uma força, a tensão é a razão entre força por unidade de área, enquanto que a deformação é a mudança relativa (ou mudança fracional) na dimensão ou forma do corpo. Adotando  $(u_x, u_y, u_z)$  como as componentes de deslocamento de um ponto  $P(x, y, z)$  em um eixo cartesiano 3D, a ação da força perpendicular ao plano da área na qual é aplicada, gera uma

tensão normal que cria deformações normais  $\epsilon_{ij}$ , sendo  $i$  o índice da direção de atuação do esforço e  $j$  o índice do plano. Sendo  $\partial/\partial\mathbf{x}$  a derivada parcial na direção  $\mathbf{x}$ , as deformações normais são descritas por (TELFORD; GELDART; SHERIFF, 1992)

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad (3.8a)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad (3.8b)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}. \quad (3.8c)$$

Se a força for tangencial ao elemento de área ao qual é aplicada, é gerada uma tensão cisalhante que causa deformações cisalhantes caracterizadas como

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}, \quad (3.9a)$$

$$\epsilon_{yz} = \epsilon_{zy} = \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z}, \quad (3.9b)$$

$$\epsilon_{zx} = \epsilon_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}. \quad (3.9c)$$

Em um meio elástico isotrópico, as tensões e deformações se relacionam através das constantes de Lamé  $\lambda$  e  $\mu$ , sendo

$$\sigma_{ii} = \lambda\Delta + 2\mu\epsilon_{ii}, \quad i = x, y, z, \quad (3.10a)$$

$$\sigma_{ij} = \mu\epsilon_{ij}, \quad i = x, y, z, \quad i \neq j, \quad (3.10b)$$

onde  $\Delta = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$  e as constantes de Lamé dependem das velocidades  $v_p$  e  $v_s$  do meio, da seguinte forma (TELFORD; GELDART; SHERIFF, 1992):

$$\lambda = \rho v_p^2 - 2\mu, \quad (3.11a)$$

$$\mu = \rho v_s^2. \quad (3.11b)$$

### 3.1.2.2 Meio viscoelástico

Materiais viscoelásticos submetidos a uma deformação fixa tem parte da energia mecânica da deformação dissipada por fricção ou calor, em um processo conhecido como perda por histerese (figura 2a). Ou seja, sob uma deformação constante, a tensão de carregamento é maior que a tensão de descarga. Após removida a deformação o material irá relaxar suas tensões internas em um intervalo de tempo até atingir um

estado de baixa tensão (figura 2b). Esse experimento é conhecido como teste de relaxação e caracteriza a função relaxação do meio,  $\psi$ . Sob uma tensão fixa, o mesmo material irá arrastar-se e aumentar sua deformação, com o tempo até se aproximar assintoticamente de um valor de deformação (figura 2c). Esse ensaio é denominado teste de fluência e caracteriza a função *creep*, ou fluência do meio,  $\chi$ . (SCHUSTER, 2017).

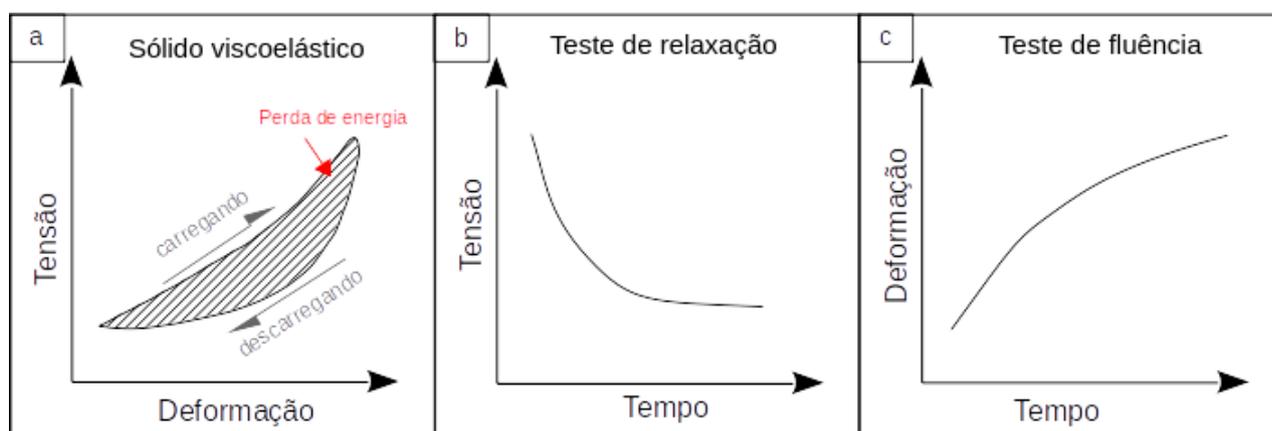


Figura 2 – Modelo esquemático do comportamento reológico típico de sólidos viscoelásticos. (a) relação tensão-deformação; (b) teste de relaxação; (c) teste de fluência. Adaptado de Schuster (2017).

Para um meio viscoelástico 1D, a relação entre tensão e deformação, descrita pelo princípio de superposição de Boltzmann, (equação 3.5) corresponde à operação convolucional

$$\sigma = \psi * \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\psi}{dt} * \epsilon. \quad (3.12)$$

Essas grandezas também se relacionam através da função de fluência  $\chi$  (equação 3.13) (CARCIONE, 2015).

$$\epsilon = \chi * \frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\chi}{dt} * \sigma. \quad (3.13)$$

As funções  $\psi$  e  $\chi$  dependem das características reológicas do meio e das condições de pressão e temperatura as quais estão submetidas (LIU; ANDERSON; KANAMORI, 1976).

Para melhor entendimento da relação esforço-deformação em um meio viscoelástico unidimensional, como sugerido por Rosa (2018), consideremos que essas grandezas sejam representados por funções senoidais no tempo. Experimentos físicos conduzidos em materiais homogêneos e isotrópicos frequentemente mostram que a razão entre as amplitudes do esforço e da deformação aumenta com a

frequência do sinal. Sendo também detectada a existência de um deslocamento de fase entre o esforço e a deformação, o qual, tende a ser constante em faixas relativamente limitadas de frequência. Seguindo essa abordagem, tensão e deformação são descritas como

$$\sigma = \sigma_0 e^{i(\omega t - k_c z)} \quad (3.14a)$$

$$\epsilon = \epsilon_0 e^{i(\omega t - k_c z + \delta)} \quad (3.14b)$$

onde  $k_c$  é o número de onda complexo,  $\omega$  é a frequência angular e  $\delta$  é o deslocamento de fase entre tensão e deformação causado pela anelasticidade do meio. Assim, o módulo elástico, definido como a razão entre esforço e deformação (equação 3.7), passa a ter relação com a defasagem  $\delta$ . É possível tratar o fenômeno de forma linear, realizando a modificação adequada da relação tensão-deformação. Dessa forma, o módulo elástico passa a ser uma grandeza complexa, o que permite a introdução da defasagem observada experimentalmente (ROSA, 2018).

### 3.1.3 O módulo complexo e o fator $Q$

A transformada de Fourier direta ( $\mathcal{F}$ ) da relação entre tensão e deformação de um meio viscoelástico (equação 3.12) resulta em

$$\sigma(\omega) = M_c(\omega)\epsilon(\omega), \quad (3.15)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular e  $M_c(\omega) = \mathcal{F} \left[ \frac{d\psi(t)}{dt} \right]$  é o módulo complexo, definido como a transformada de Fourier da derivada temporal da função relaxação (SCHUSTER, 2017). No domínio da frequência, tensão e deformação possuem uma relação linear dependente de um módulo, como no caso elástico (equação 3.7). A principal diferença é que esse módulo pode ser complexo e dependente da frequência (KJARTANSSON, 1979).

Para quantificação da energia dissipada ao longo do trajeto de uma onda sísmica, podem ser utilizados os conceitos de densidade de energia de deformação,  $\langle V \rangle$ , e a densidade de energia dissipada no tempo,  $\langle D \rangle$ . Considerando uma onda plana propagando em um meio 1D, essas quantidades são dadas por (SCHUSTER, 2017):

$$\langle V \rangle = \frac{1}{2} \langle \text{Re}(\epsilon) \text{Re}(M_c) \text{Re}(\epsilon) \rangle = \frac{1}{4} \text{Re}(M_c) |\epsilon|^2 \quad (3.16)$$

e

$$\langle D \rangle = \frac{1}{2} \langle \text{Re}(\epsilon) \text{Im}(M_c) \text{Re}(\epsilon) \rangle = \frac{1}{2} \text{Im}(M_c) |\epsilon|^2. \quad (3.17)$$

A partir destas, obtém-se uma das definições do fator  $Q$ , uma variável adimensional utilizada para quantificar a dissipação de energia. Definido como a razão entre duas vezes  $\langle V \rangle$  sobre  $\langle D \rangle$ , o fator  $Q$  resulta na razão entre a parte real e a parte imaginária do módulo complexo (CARCIONE, 2015):

$$Q = \frac{2\langle V \rangle}{\langle D \rangle} = \frac{\text{Re}(M_c)}{\text{Im}(M_c)}. \quad (3.18)$$

O fator  $Q$  também é relacionado ao ângulo de fase entre tensão e deformação,  $\delta$ , de maneira que (KJARTANSSON, 1979)

$$Q = \frac{1}{\tan \delta}. \quad (3.19)$$

O inverso do fator  $Q$  é conhecido como fator de dissipação e é muito utilizado para analisar o espectro de atenuação do meio.

O valor do fator  $Q$  varia com os diferentes materiais presentes nas bacias sedimentares. Em rochas ígneas, por exemplo, alcança valores da ordem de 1000, enquanto em rochas clásticas apresenta média de 100 a 200, podendo chegar a valores entre 10 e 20 em caso de alta porosidade e baixo nível de cimentação (ROSA, 2018).

### 3.1.4 Absorção: atenuação e dispersão

Ondas mecânicas que atravessam um meio viscoelástico apresentam os efeitos de atenuação e dispersão. A atenuação ocorre devido às frequências maiores apresentarem maior número de ciclos por unidade de distância percorrida, o que causa a progressiva redução de suas amplitudes. Por sua vez, a dispersão surge porque as componentes de frequência do sinal viajam com velocidades distintas, causando mudança na forma do pulso original à medida que a onda se propaga. A atuação conjunta desses efeitos caracteriza o fenômeno da absorção (ROSA, 2018).

Para melhor entendimento da atuação isolada desses fenômenos, voltemos à abordagem da seção 3.1.2.2, onde tensão e deformação são descritas como senoides

no tempo. Pela razão entre o esforço e a deformação descritos na equação 3.14, obtém-se o módulo complexo do meio,  $M_c$ . Através de sua relação com a velocidade complexa,  $v_c$ , e da densidade do material,  $\rho$ , ( $M_c = \rho v_c^2$ ), chega-se à expressão do número de onda complexo,  $k_c$ , (ROSA, 2018) dada por:

$$k_c = \frac{w}{v_c \sqrt{1 - i \tan \delta}}. \quad (3.20)$$

Considerando que  $\delta$  é um valor pequeno,  $\tan \delta$  tende a se aproximar de zero, e pode-se considerar a aproximação

$$k_c \simeq \frac{w}{v_c} \left( 1 - \frac{i \tan \delta}{2} \right). \quad (3.21)$$

A equação 3.21 pode ser reescrita na forma (CARCIONE, 2015)

$$k_c = \kappa - i\alpha, \quad (3.22)$$

sendo  $\kappa = w/v_c$ , o número de onda real e

$$\alpha = \frac{w \tan \delta}{2v_c}. \quad (3.23)$$

O parâmetro  $\alpha$  é conhecido como fator de atenuação e na propagação da onda é responsável pelo decréscimo de amplitude do sinal com a distância percorrida. O que pode ser analisado, considerando a equação de uma onda plana de deslocamento propagando em meio 1D (CARCIONE, 2015),

$$u(z_0 + z, w) = u(z_0, w) e^{i(wt - k_c z)}, \quad (3.24)$$

sendo  $u(z_0, w)$  o campo na posição inicial  $z_0$  e  $u(z_0 + z, w)$  o campo após a onda percorrer a distância  $z$ . Substituindo  $k_c$  pela expressão 3.22, obtém-se

$$u(z_0 + z, w) = u(z_0, w) e^{-\alpha z} e^{i(wt - \kappa z)}. \quad (3.25)$$

O termo  $e^{-\alpha z}$  representa a amplitude observada após o deslocamento  $z$ , o que causa o efeito de atenuação do sinal. Já a fase  $\kappa z$  corresponde a um deslocamento no tempo, variável com a frequência, que está associado ao efeito da dispersão (ROSA, 2018).

Através das relações entre o fator  $Q$  e o fator de atenuação  $\alpha$  com o deslocamento de fase  $\delta$  (equações 3.19, 3.23), é possível estabelecer a seguinte correspondência

entre essas duas medidas de atenuação do meio

$$\alpha = \frac{w}{2v_c Q}, \quad (3.26)$$

o que permite reescrever a equação 3.25 em função do fator  $Q$ , como:

$$u(z_0 + z, w) = u(z_0, w) e^{-\frac{wz}{2v_c Q}} e^{i(wt - \kappa z)}. \quad (3.27)$$

Consideremos a definição de onda da equação 3.24 e o equilíbrio entre as forças de superfície e de inércia, dado por

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (3.28)$$

Assumindo que o material tem propriedades constantes e a deformação é dada por  $\epsilon = \partial u / \partial z$ , com a relação tensão-deformação no domínio da frequência (equação 3.15) obtém-se a relação de dispersão (CARCIONE, 2015):

$$M_c k^2 = \rho w^2, \quad (3.29)$$

que resulta na velocidade complexa

$$v_c(w) = \frac{w}{k_c} = \sqrt{\frac{M_c(w)}{\rho}}. \quad (3.30)$$

A equação 3.30 mostra que a velocidade depende da frequência angular do sinal. A parte real da velocidade complexa define a velocidade de fase,  $v_f$ , ou seja, a velocidade com que cada componente de frequência do sinal viaja,

$$v_f = \frac{w}{\kappa} = \text{Re}(v_c). \quad (3.31)$$

A equação 3.31 evidencia a característica intrinsecamente dispersiva de meios viscoelásticos, onde a velocidade de fase cresce com a frequência do sinal, como apresentado por Futterman (1962), condição necessária para que o deslocamento no tempo expresso na equação 3.25 seja causal (ROSA, 2018). A velocidade com que a energia da onda se propaga é denominada velocidade de modulação ou velocidade de grupo,  $v_g$ , e é definida como a derivada da frequência angular com relação ao número de onda real  $\kappa$  (equação 3.32).

$$v_g = \frac{\partial w}{\partial \kappa} \quad (3.32)$$

Considerando que o fator  $Q$  é constante em uma faixa de frequências, é possível estabelecer a relação entre duas velocidades de fase de duas componentes de frequência da onda (KOLSKY, 1956), como

$$\frac{1}{v_f} = \frac{1}{v_{f_0}} \left[ 1 - \frac{1}{\pi Q} \ln \left( \frac{w}{w_0} \right) \right], \quad (3.33)$$

onde  $v_f$  e  $v_{f_0}$  são as velocidades de fase das componentes de frequência  $w$  e  $w_0$ , respectivamente.

Como proposto por Rosa (2018), através das equações 3.27 e 3.33 é possível separar os termos responsáveis pela atenuação e dispersão durante a propagação da onda, obtendo a expressão

$$u(\tau, w) = \underbrace{e^{-\frac{wt}{2Q}}}_{\text{atenuacao}} \underbrace{e^{-i\left(\frac{wt}{\pi Q} \ln \frac{w}{w_0}\right)}}_{\text{dispersao}} \underbrace{e^{iwt}}_{\text{propagacao}} \quad (3.34)$$

sendo  $t$  o equivalente temporal da profundidade,  $t = z/v_0$ .

Para ilustrar os efeitos de atenuação e dispersão, reproduz-se o experimento apresentado por Ramos (2019). Considerando o pulso sísmico Ricker, com frequência dominante de 50 Hz e meio com fator  $Q = 50$ , a figura 3 mostra os efeitos isolados da atenuação e da dispersão sobre o pulso inicial e suas ações conjuntas em intervalos de propagação de 100 ms.

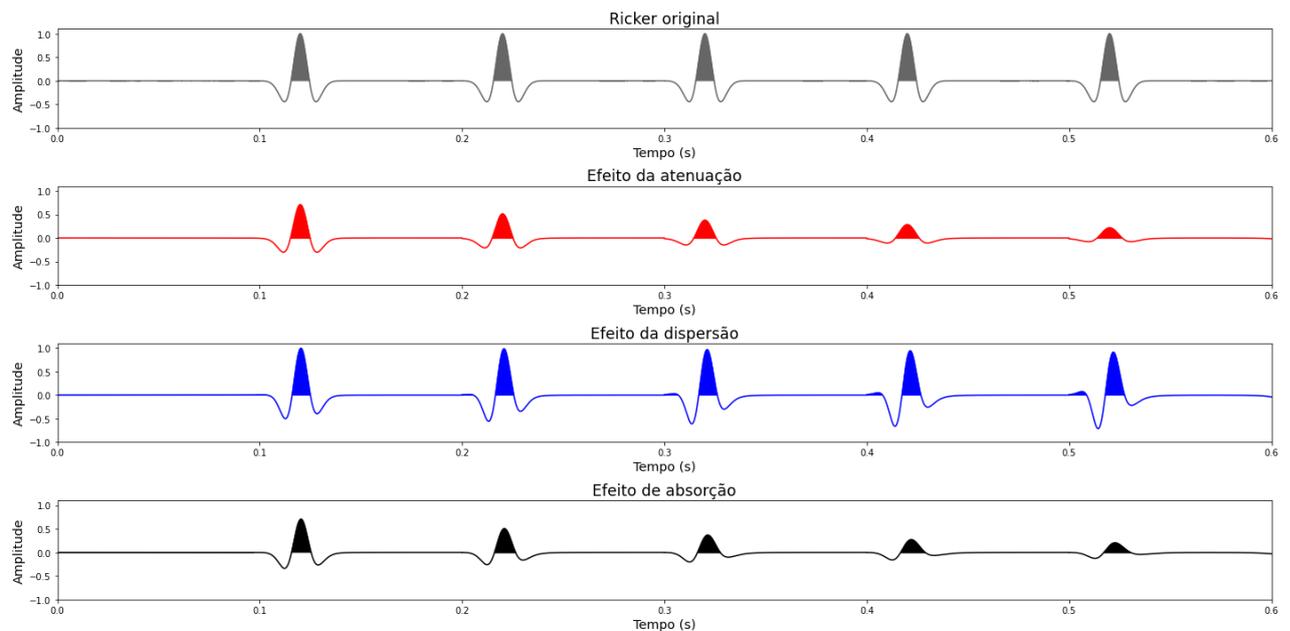


Figura 3 – Resultado isolado e conjunto da aplicação de atenuação e dispersão sobre um pulso Ricker com frequência dominante de 50 Hz. Efeito avaliado em intervalos de propagação de 100 ms. Considerado um fator  $Q = 50$ .

A reprodução das características de absorção do meio, como o espectro de dissipação, pode ser realizada através das funções de relaxação e fluência própria de modelos mecânicos.

## 3.2 Modelos mecânicos

Uma maneira apropriada de representar o comportamento elástico e viscoso dos materiais é através de modelos mecânicos. O elemento com elasticidade linear ideal é a mola. Quando uma tensão é aplicada a esta, o deslocamento entre seus extremos é proporcional a força, segundo a conhecida Lei de Hooke (equação 3.7), sendo  $M_e$  equivalente a constante elástica da mola  $k$  (BLAND, 1960). Já o elemento com viscosidade linear ideal é o amortecedor, que pode ser descrito como um pistão solto dentro de um cilindro cheio de líquido, disposto de modo que o líquido flua pelas laterais do pistão quando este se move lentamente dentro do cilindro. Quando uma força é aplicada no amortecedor, seus extremos se deslocam a uma taxa proporcional a força e dependente da viscosidade do fluido que preenche o mecanismo, como expresso a seguir, onde  $\eta$  é a viscosidade do fluido (BLAND, 1960),

$$\sigma = \eta \frac{d\epsilon}{dt}. \quad (3.35)$$

Um material viscoelástico, sólido ou líquido, não se deforma instantaneamente à aplicação de uma tensão. Assim como, sua tensão não responde imediatamente a uma imposição de uma deformação. Quando submetido a uma deformação, o material viscoelástico apresenta tensão de relaxação ao longo de um significativo intervalo de tempo. Para reproduzir esse comportamento, ao menos duas componentes mecânicas são necessárias, uma para caracterizar o comportamento elástico – a mola – e outra para representar a atitude viscosa – o amortecedor (ROMANELLI, 2014). Nos estudos de reologia, diferentes arranjos de molas e amortecedores foram sugeridos para reprodução de distintas dependências no tempo dos materiais. A seguir, são apresentados os modelos de Maxwell, Kelvin-Voigt e Zener (figura 4) e suas principais características. Também será analisado o arranjo em paralelo de  $L$  mecanismos de Zener conhecido como Sólido Linear Padrão Generalizado (SLPG) ou Zener Generalizado.

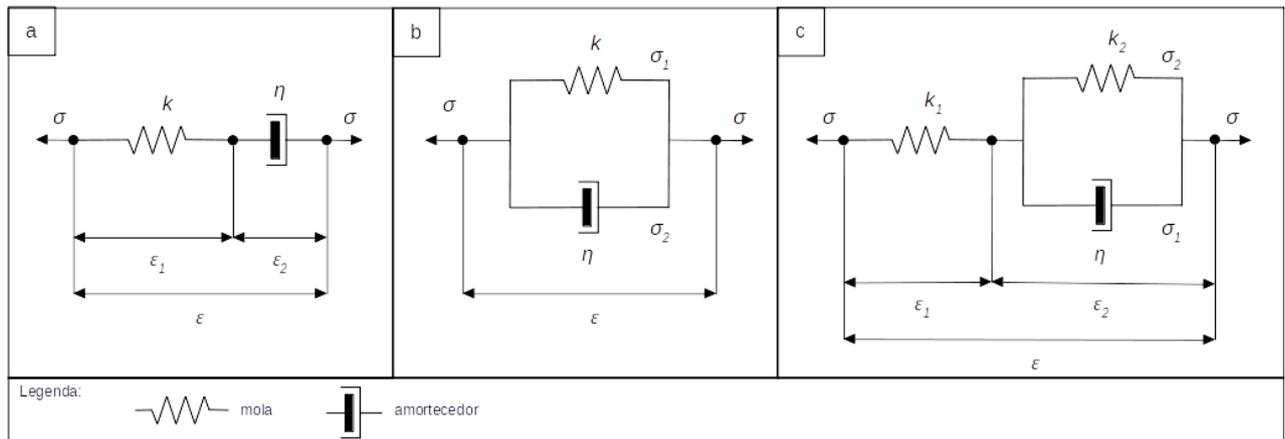


Figura 4 – Modelo esquemático de arranjos mecânicos adaptado de Carcione (2015). **(a)** modelo mecânico de Maxwell: arranjo em série de uma mola com constante elástica  $k$  e um amortecedor com viscosidade do fluido  $\eta$ ; **(b)** modelo mecânico de Kelvin-Voigt: arranjo em paralelo de uma mola e um amortecedor; **(c)** modelo de Zener: arranjo em série de uma mola e um mecanismo de Kelvin-Voigt.

### 3.2.1 Modelo de Maxwell

Introduzido por Maxwell (1867), o modelo mecânico homônimo foi utilizado em seu estudo sobre a natureza da viscosidade em gases. O modelo de Maxwell consiste em um arranjo em série de uma mola e um amortecedor. Uma tensão  $\sigma$  aplicada ao arranjo produz uma deformação  $\epsilon_1$  na mola e  $\epsilon_2$  no amortecedor (figura 4a). Assumindo que a deformação total do sistema é a soma das deformações em cada elemento, a relação entre tensão e deformação é dada por (BLAND, 1960):

$$\frac{1}{k} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} = \frac{d\epsilon}{dt}. \tag{3.36}$$

Fazendo a transformada de Fourier da equação 3.36, obtém-se o módulo complexo do modelo de Maxwell,

$$M(w) = \frac{w\eta}{w\tau - i}, \tag{3.37}$$

sendo  $\tau = \eta/k$  um tempo de relaxação (CARCIONE, 2015).

O fator  $Q$  do modelo de Maxwell pode ser calculado aplicando a equação 3.18 em 3.37, obtendo-se:

$$Q(w) = w\tau. \tag{3.38}$$

Para maior detalhamento do comportamento do módulo de relaxação dos mecanismos, Carcione (2015) utiliza os termos módulo relaxado,  $M_R$ , e módulo

não-relaxado,  $M_U$ . O módulo relaxado é a razão entre tensão e deformação quando finalizada a relaxação do corpo e as derivadas no tempo são iguais a zero. Se a mudança na tensão e deformação do material ocorre muito rapidamente, de forma que a relaxação não seja concluída, a razão entre tensão e deformação é dada pelo módulo não-relaxado  $M_U$  que representa a resposta instantânea do sistema (ROMANELLI, 2014). No modelo de Maxwell, o sistema apresenta a resposta instantânea  $M_U = k$ , sendo as funções relaxação e fluência do modelo dadas por (CARCIONE, 2015):

$$\psi(t) = M_U e^{-t/\tau} H(t), \quad (3.39)$$

$$\chi(t) = \frac{1}{M_U} \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) H(t). \quad (3.40)$$

Como brevemente explanado na seção 3.1.2.2, a resposta de relaxação é obtida submetendo um corpo a uma deformação constante e medindo a tensão gerada em um intervalo de tempo. Neste caso, a mola apresenta tensão constante, enquanto o amortecedor manifesta uma tensão inicial que é totalmente relaxada assim que a deformação aplicada fica constante. Por sua vez, o teste de fluência consiste em aplicar uma tensão a um corpo e medir sua deformação em um intervalo de tempo. Neste ensaio, a mola apresenta deformação constante e o amortecedor responde com deformação crescente com o tempo (ROMANELLI, 2014). Ambos experimentos são apresentados na figura 5, considerando a constante da mola  $k = 20$  GPa e a viscosidade do fluido do amortecedor  $\eta = 120$  GPa.ms.

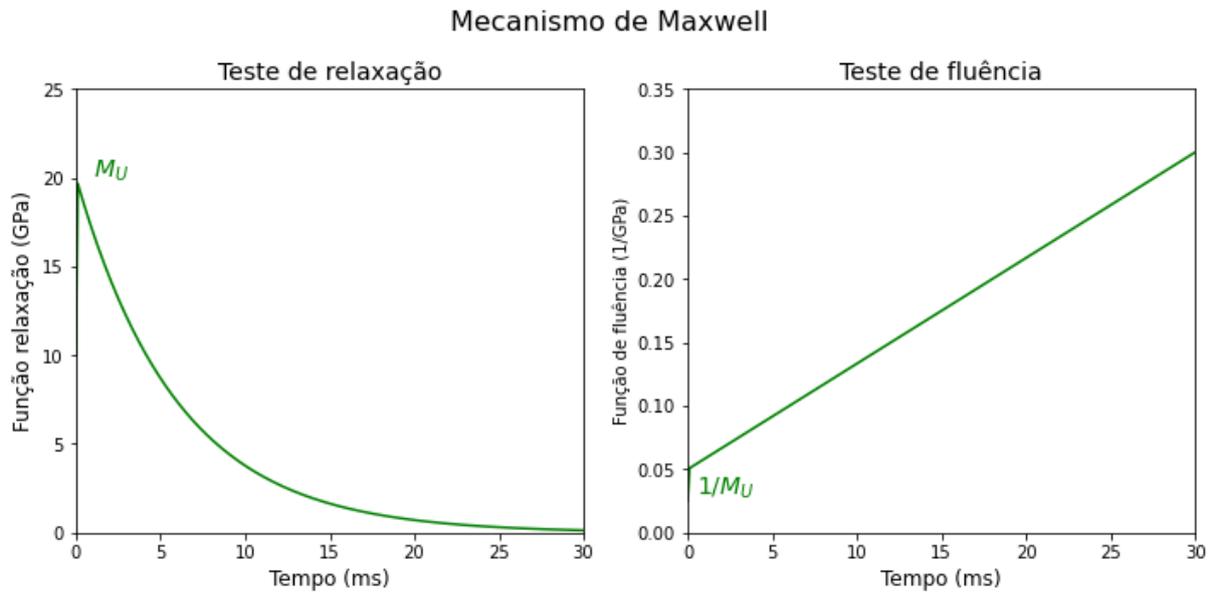


Figura 5 – Teste de relaxação e teste de fluência de um mecanismo de Maxwell com constante da mola  $k = 20$  GPa e amortecedor com viscosidade  $\eta = 120$  GPa.ms.  $M_U$  representa o módulo não-relaxado que no modelo de Maxwell é igual a constante elástica da mola, ou seja,  $M_U = k$ .

### 3.2.2 Modelo de Kelvin-Voigt

A associação de uma mola e um amortecedor em paralelo é conhecida como o modelo mecânico de Kelvin-Voigt (figura 4b) e foi introduzido por Kelvin em seus estudos de elasticidade em 1875 (CARCIONE, 2015; KELVIN, 1856). Neste sistema a deformação  $\epsilon$  é igual na mola e no amortecedor. Considerando a tensão total como sendo a soma entre a tensão na mola,  $\sigma_1$ , e a tensão no amortecedor,  $\sigma_2$ , a relação entre força e deformação é dada por (BLAND, 1960):

$$\sigma = k\epsilon + \eta \frac{d\epsilon}{dt}. \quad (3.41)$$

Fazendo a transformada de Fourier da equação 3.41, obtém-se o módulo complexo para o modelo de Kelvin-Voigt (equação 3.42) e seu fator  $Q$  (equação 3.43),

$$M(w) = k + iw\eta, \quad (3.42)$$

$$Q(w) = \frac{1}{w\tau}, \quad (3.43)$$

sendo  $\tau = \eta/k$  o tempo de relaxação do mecanismo.

Nesse mecanismo a constante elástica da mola é igual ao módulo relaxado, ou seja,  $k = M_R$ , e as funções relaxação e fluência desse são (CARCIONE, 2015):

$$\psi(t) = M_R H(t) + \eta \delta(t), \quad (3.44)$$

$$\chi(t) = \frac{1}{M_R} (1 - e^{-t/\tau}) H(t), \quad (3.45)$$

sendo  $\delta(t)$  a função delta e  $H(t)$  a função degrau.

Como pode ser visto na figura 6, a função relaxação do modelo Kelvin-Voigt inicialmente possui alto valor devido ao elemento viscoso, mas imediatamente retorna a um nível constante independente do tempo, como em sólidos puramente elásticos. Já a função de fluência (figura 6) não expressa a deformação instantânea típica dos sólidos elásticos, pois o amortecedor não manifesta resposta imediata (CARCIONE, 2015).

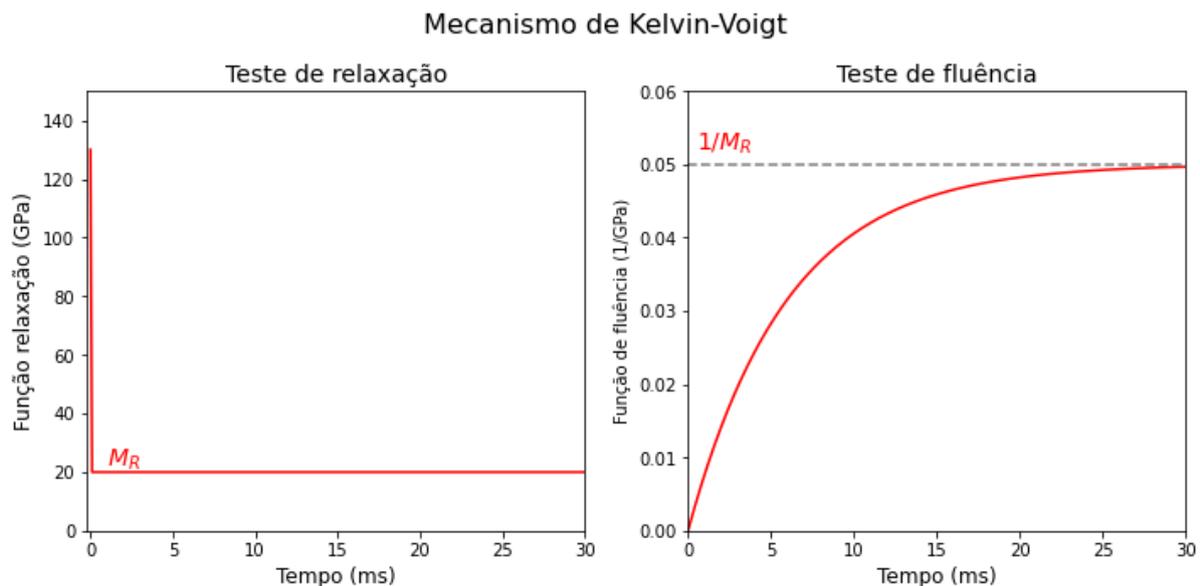


Figura 6 – Teste de relaxação e teste de fluência de um mecanismo de Kelvin-Voigt com constante da mola  $k = 20$  GPa e amortecedor com viscosidade  $\eta = 120$  GPa.ms.  $M_R$  representa o módulo relaxado que no modelo de Kelvin-Voigt é igual a constante elástica da mola,  $M_R = k$ .

### 3.2.3 Modelo de Zener

Uma combinação em série entre uma mola e o modelo de Kelvin-Voigt resulta no modelo do sólido linear padrão (SLP), também conhecido como modelo de Zener (figura 4c). Esse modelo mecânico representa mais apropriadamente o comportamento

reológico de rochas, polímeros e metais (CARCIONE, 2015). Neste arranjo, a tensão aplicada à mola acoplada em série é igual à tensão sobre o sub-arranjo em paralelo, enquanto a deformação total é igual à soma das deformações desses dois sub-sistemas. Dessa forma, a relação entre tensão e deformação é expressa por:

$$\sigma + \tau_\sigma \frac{d\sigma}{dt} = M_R \left( \epsilon + \tau_\epsilon \frac{d\epsilon}{dt} \right), \quad (3.46)$$

onde  $\tau_\sigma = \frac{\eta}{k_1 + k_2}$  é o tempo de relaxação da tensão,  $\tau_\epsilon = \frac{\eta}{k_2}$  é o tempo de relaxação do esforço e  $M_R = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$  é o módulo relaxado do sistema (CARCIONE, 2015).

Aplicando a transformada de Fourier na equação 3.46, obtemos o módulo complexo do mecanismo de Zener, expresso por:

$$M(w) = M_R \left( \frac{1 + iw\tau_\epsilon}{1 + iw\tau_\sigma} \right), \quad (3.47)$$

Segundo Fan et al. (2016), o valor de  $M_R$  é associado a uma frequência angular de referência,  $w_{ref}$ , que viaja a uma velocidade  $v_{ref}$  da seguinte forma:

$$M_R = \rho v_{ref}^2 \left( \frac{\sqrt{\Theta_1^2 + \Theta_2^2} + \Theta_1}{2(\Theta_1^2 + \Theta_2^2)} \right), \quad (3.48a)$$

$$\Theta_1 = \frac{1 + w_{ref}^2 \tau_\epsilon \tau_\sigma}{1 + w_{ref}^2 \tau_\sigma^2}, \quad (3.48b)$$

$$\Theta_2 = \frac{w_{ref}(\tau_\epsilon - \tau_\sigma)}{1 + w_{ref}^2 \tau_\sigma^2}. \quad (3.48c)$$

Na equação 3.48, quando  $w_{ref} \rightarrow 0$ , temos o módulo relaxado  $M_R = \rho v_{ref}^2$ . Para  $w_{ref} \rightarrow \infty$ ,  $\Theta_1 \rightarrow \tau_\epsilon / \tau_\sigma$ ,  $\Theta_2 \rightarrow 0$ . Neste limite, define-se o módulo não-relaxado  $M_U = \rho v_{ref}^2$ , obtendo-se

$$M_U = M_R \left( \frac{\tau_\epsilon}{\tau_\sigma} \right) \quad (3.49)$$

Através do módulo complexo de  $M(w)$  (equação 3.47), obtém-se a expressão do fator  $Q$  do mecanismo de Zener (CARCIONE, 2015):

$$Q(w) = \frac{1 + w^2 \tau_\epsilon \tau_\sigma}{w(\tau_\epsilon - \tau_\sigma)} \quad (3.50)$$

Uma parametrização mais física de um mecanismo de Zener pode ser obtida com a frequência angular  $w_0$  associada ao  $Q_0$  correspondente ao pico do espectro de dissipação, ou seja, quando a derivada do fator  $Q$  em relação a  $w$  é igual a zero. Fazendo essa operação na equação 3.50, obtém-se a relação da frequência de pico de dissipação com os tempos de relaxação  $\tau_\sigma$  e  $\tau_\epsilon$  (CARCIONE, 2015):

$$\tau_0 = \sqrt{\tau_\sigma \tau_\epsilon}, \quad (3.51)$$

sendo  $\tau_0 = w_0^{-1}$ . Substituindo 3.51 em 3.50, estima-se o valor do fator  $Q$  no pico de dissipação:

$$Q_0 = \frac{2\tau_0}{(\tau_\epsilon - \tau_\sigma)}. \quad (3.52)$$

Reescrevendo a equação 3.50 em função de  $Q_0$ , obtém-se

$$Q(w) = Q_0 \left( \frac{1 + w^2 \tau_0^2}{2w\tau_0} \right). \quad (3.53)$$

A partir das equações 3.50 e 3.51 encontra-se a relação dos tempos de relaxação com o par  $(\tau_0, Q_0)$  do mecanismo:

$$\tau_\sigma = \tau_0 \left( \sqrt{1 + \frac{1}{Q_0^2}} - \frac{1}{Q_0} \right), \quad (3.54)$$

$$\tau_\epsilon = \tau_0 \left( \sqrt{1 + \frac{1}{Q_0^2}} + \frac{1}{Q_0} \right). \quad (3.55)$$

As funções relaxação e fluência do modelo de Zener são obtidas pelas expressões (CARCIONE, 2015)

$$\psi(t) = M_R \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\tau_\epsilon}{\tau_\sigma} \right) e^{-t/\tau_\sigma} \right] H(t) \quad (3.56)$$

e

$$\chi(t) = \frac{1}{M_R} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\epsilon} \right) e^{-t/\tau_\epsilon} \right] H(t). \quad (3.57)$$

A análise das funções de relaxação e fluência do SLP na figura 7 mostra que a função relaxação possui um estado inicial não-relaxado  $M_U$  e diminui assintoticamente até o valor de  $M_R$ , módulo relaxado. A função de fluência, por sua vez, tem uma resposta instantânea  $1/M_U$  que aumenta assintoticamente até um valor finito  $1/M_R$ , como ocorre em sólidos reais (CARCIONE, 2015). Ambas funções apresentam a

resposta inicial instantânea de rochas quando submetidas a uma tensão ou deformação repentina (LIU; ANDERSON; KANAMORI, 1976) e evoluem com o tempo, como observado em materiais sólidos viscoelásticos (SCHUSTER, 2017).

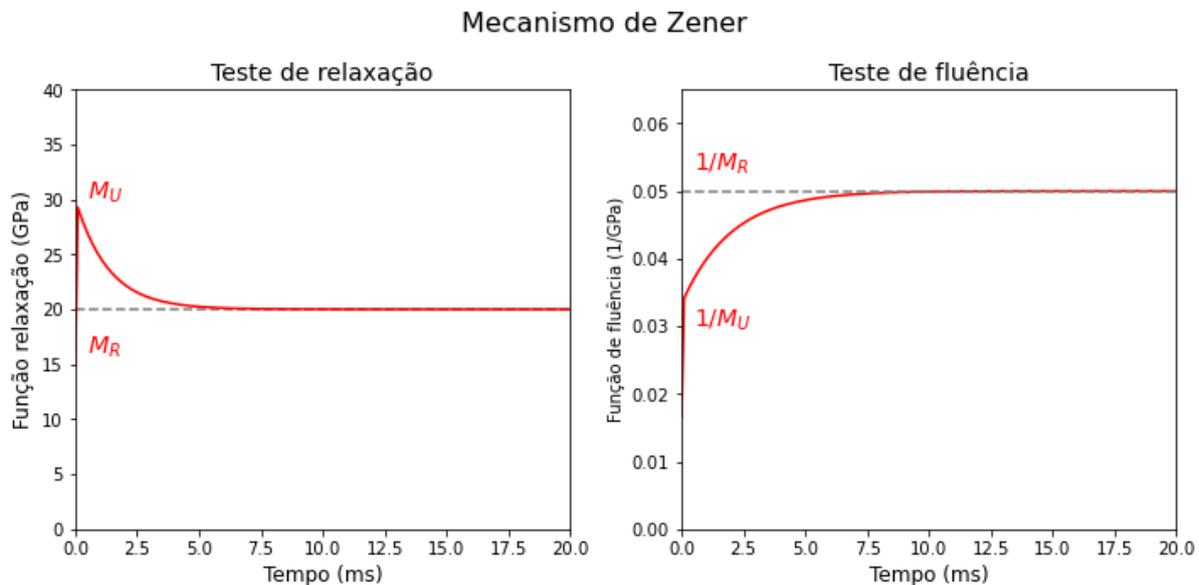


Figura 7 – Teste de relaxação e teste de fluência de um mecanismo de Zener com constantes das molas  $k_1 = 30$  GPa e  $k_2 = 60$  GPa e amortecedor com viscosidade  $\eta = 120$  GPa.ms.  $M_R$  representa o módulo relaxado e  $M_U$  o módulo não-relaxado.

A figura 8 traz um exemplo da curva de velocidade de fase e espectro de dissipação de um mecanismo de Zener. A velocidade de fase pode ser estimada pela equação 3.31 e seus valores ficam distribuídos entre o limite inferior  $\sqrt{M_R/\rho}$  e o limite superior  $\sqrt{M_U/\rho}$ , sendo  $\rho$  a densidade do meio. Percebe-se que nos extremos inferior e superior das frequências, as velocidades de fase (figura 8a) tendem a valores constantes confirmando o comportamento elástico observado nos extremos do espectro de dissipação do mecanismo, onde  $1/Q \rightarrow 0$  (figura 8b). O entendimento desse comportamento é importante para escolha do limite elástico que se deseja adotar. Considerando o modelo elástico no limite das baixas frequências,  $w \rightarrow 0$ , equivale a eliminar o amortecedor do mecanismo, o que implica em  $\tau_\epsilon \rightarrow 0$  e  $\tau_\sigma \rightarrow 0$ , fazendo com que o módulo elástico corresponda ao módulo relaxado,  $M_R$  (equação 3.48) (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988a; FAN et al., 2016). Neste caso, a velocidade viscoelástica será sempre maior que a elástica e os tempos de chegada desta modelagem serão sempre menores do que no respectivo caso elástico. Por sua vez, se o comportamento elástico for escolhido no limite de altas frequências,  $w \rightarrow \infty$ , o módulo elástico é igual ao módulo não-relaxado,  $M_U$  (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988a). Como  $M_R < M_U$  (equações 3.49 e 3.54), obtém-se o comportamento oposto,

a velocidade elástica será sempre maior que a viscoelástica e a modelagem viscoelástica terá sempre tempos maiores que a equivalente modelagem elástica (TAL-EZER; CARCIONE; KOSLOFF, 1990). Como as ondas sísmicas geralmente tem mais contribuição de frequências maiores do que das componentes próximas a *DC*, o limite superior é mais indicado para seus estudos.

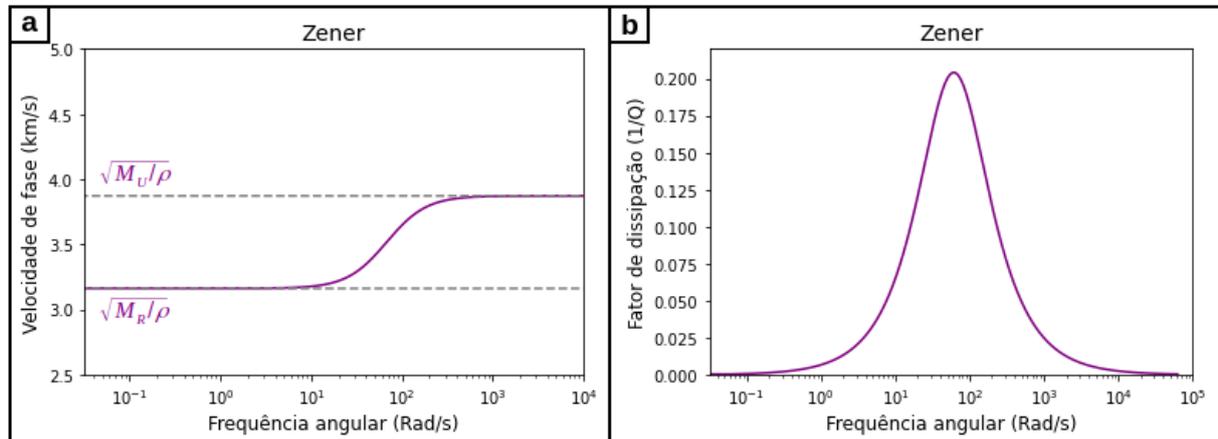


Figura 8 – (a) velocidade de fase e (b) espectro de dissipação de um mecanismo de Zener com constantes das molas  $k_1 = 30$  GPa e  $k_2 = 60$  GPa e amortecedor com viscosidade  $\eta = 120$  GPa.ms.  $M_R$  representa o módulo relaxado e  $M_U$  o módulo não-relaxado.

### 3.2.4 Comparação entre os modelos mecânicos

Para melhor entendimento da aplicação dos modelos mecânicos, consideremos uma mola com constante elástica  $k = 20$  GPa e um amortecedor cuja viscosidade do fluido é igual a  $\eta = 120$  GPa.ms. Esses elementos são organizados em série e em paralelo, para obtenção dos mecanismos de Maxwell e de Kelvin-Voigt, respectivamente. Para o mecanismo de Zener, são utilizadas molas com constantes elásticas  $k_1 = 30$  GPa e  $k_2 = 60$  GPa e amortecedor com mesma viscosidade do fluido,  $\eta = 120$  GPa.ms. A figura 9 reúne a resposta à aplicação de uma força unitária na mola, no amortecedor e nos três mecanismos considerados. Observa-se que modelo de Maxwell apresenta a reação de fluência similar a resposta do amortecedor e seu teste de relaxação não resulta na tensão residual assintótica típica dos sólidos reais (esquemática na figura 2b). Pelo seu comportamento reológico, o modelo de Maxwell parece mais apropriado para representar a atitude de fluidos viscoelásticos (CARCIONE, 2015). Nota-se também que o comportamento de relaxação do mecanismo de Kelvin-Voigt é semelhante ao da mola, enquanto a fluência tem atitude crescente de forma assintótica como no modelo de Zener, no entanto, sem a presença de uma deformação instantânea inicial. O

modelo de Zener é o único cuja ambas funções apresentam as respostas instantâneas de rochas submetidas a tensão ou deformação repentina, para as quais valores variam assintoticamente com o tempo, como observado em materiais sólidos viscoelásticos (CARCIONE, 2015; SCHUSTER, 2017).

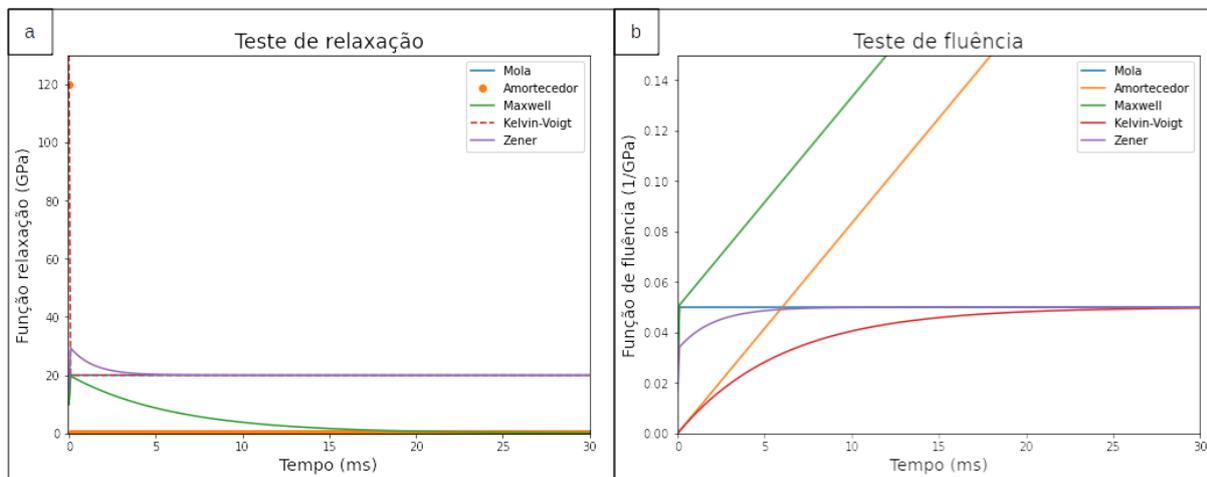


Figura 9 – Visualização conjunta da resposta de relaxação (a) e comportamento de fluência (b) dos elementos mola, amortecedor e os mecanismos de Maxwell, Kelvin-Voigt ( $k = 20$  GPa,  $\eta = 120$  GPa.ms) e Zener ( $k_1 = 30$  GPa,  $k_2 = 60$  GPa e  $\eta = 120$  GPa.ms) a aplicação de tensão unitária  $H(t)$ .

A figura 10 ilustra os espectro de dissipação dos mecanismos de Maxwell (a), Kelvin-Voigt (b) e Zener (c) considerados. Para o arranjo de Maxwell, observa-se que as baixas frequências são totalmente dissipadas, enquanto nas altas frequências o modelo tem comportamento elástico. Já o mecanismo de Kelvin-Voigt apresenta comportamento elástico no limite de frequência inferior, enquanto as frequências altas são preferencialmente dissipadas, atuando como um filtro passa baixas. Considerando uma larga faixa de frequências, de 0 a 10.000 Hz, o espectro de  $Q^{-1}$  de Zener se assemelha a espectros obtidos em experimentos em laboratório (MURPHY, 1982) e a modelagens do espectro a partir de modelos de rochas conceituais (PICOTTI; CARCIONE; JING, 2019), apresentando um pico de dissipação, enquanto os limites de frequência tendendo a zero e a infinito apresentam comportamento elástico.

A figura 11 reúne as curvas de velocidade de fase dos três mecanismos. No modelo de Maxwell a velocidade é obtida no limite de frequência alta e corresponde a  $\sqrt{M_U/\rho}$ . Para o mecanismo de Kelvin-Voigt, a velocidade de fase tem valor crescente a partir de  $\sqrt{M_R/\rho}$ , chegando a valor infinito nas frequências infinitas. No modelo de Zener, a velocidade de fase tende a valores constantes nos limites inferior e superior do espectro, se aproximando do comportamento elástico nesses limites de frequência.

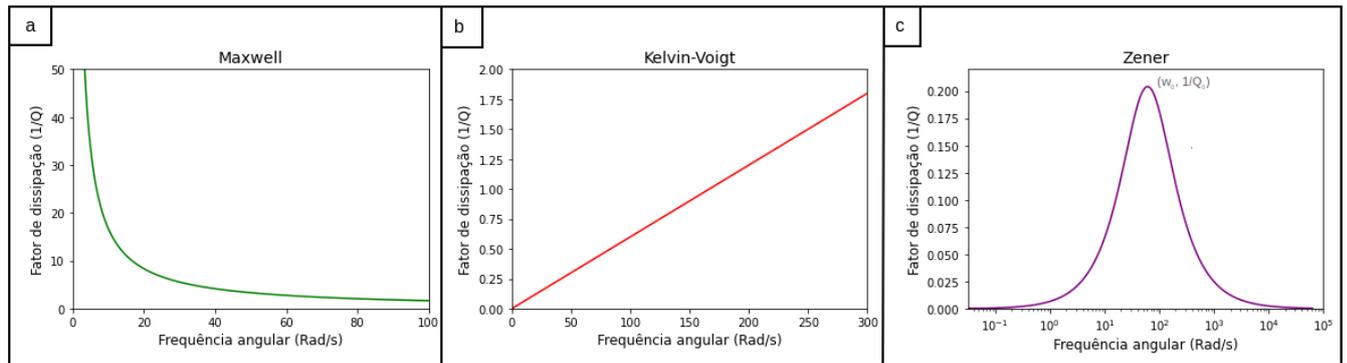


Figura 10 – Espectro de dissipação dos mecanismos de Maxwell (a), Kelvin-Voigt (b) e Zener (c) apresentados na figura 9. O modelo de Maxwell atenua mais fortemente as frequências mais baixas, enquanto o de Kelvin-Voigt apresenta comportamento oposto. O modelo de Zener exibe espectro com pico de dissipação na frequência  $\omega_0$ , associado a um fator de dissipação  $1/Q_0$  e comportamento elástico nos limites baixa e alta frequência.

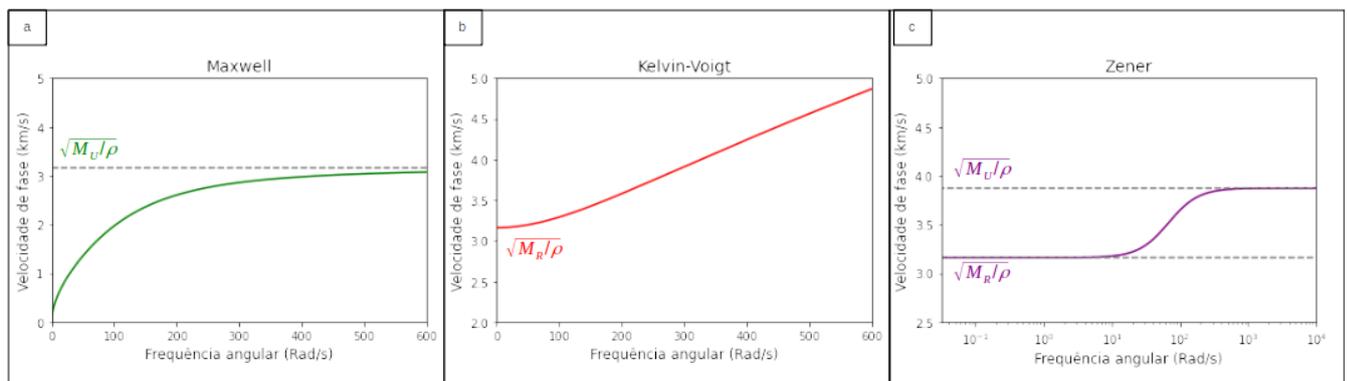


Figura 11 – Velocidade de fase dos mecanismos de Maxwell (a), Kelvin-Voigt (b) e Zener (c) apresentados na figura 9.  $M_U$  é o módulo não-relaxado e  $M_R$  é o módulo relaxado, de cada mecanismo.

### 3.2.5 Modelo de Zener Generalizado

Alguns mecanismos de relaxação, como a relaxação do átomo intersticial, podem ser aproximados pelo SLP. No entanto, existem vários mecanismos de relaxação nas rochas que possuem pico de atenuação dentro da banda de frequência sísmica. Processos como o de relaxação do contorno de grão têm espectros de  $Q^{-1}$  mais amplos do que uma única curva de Zener e envolvem uma distribuição de tempos de relaxação. Além disso, há um alargamento adicional do espectro de  $Q^{-1}$  causado pelas mudanças dos tempos de relaxação devido à variação de temperatura e pressão do meio ao longo do trajeto da onda como proposto por Liu, Anderson e Kanamori (1976). Para reproduzir esse comportamento, os autores propuseram utilizar uma distribuição de mecanismos de Zener para obter o alargamento da curva, sendo possível alcançar

um fator de qualidade quase-constante sobre uma faixa de frequência sísmica de interesse (CARCIONE, 2015).

O modelo de Zener generalizado consiste na associação em paralelo de  $L$  mecanismos de Zener, com frequências de pico distribuídas equi-espacialmente na escala logarítmica da frequência, com intervalo de uma a duas oitavas entre estas (BLANCH; ROBERTSSON; SYMES, 1995). A relação tensão-deformação de cada mecanismo é dada pela equação

$$\sigma_l + \tau_{\sigma_l} \frac{d\sigma_l}{dt} = M_{R_l} \left( \epsilon + \tau_{\epsilon_l} \frac{d\epsilon}{dt} \right), \quad (3.58)$$

sendo  $M_{R_l}$ ,  $\tau_{\epsilon_l}$  e  $\tau_{\sigma_l}$ , respectivamente, o módulo relaxado, o tempo de relaxação da deformação e o tempo de relaxação da tensão de cada mecanismo.

Para esse arranjo de mecanismos, o módulo complexo e o fator  $Q$  são dados por (CARCIONE, 2015; BLANCH; ROBERTSSON; SYMES, 1995):

$$M(w) = \sum_{l=1}^L \frac{M_{R_l}}{L} \left( \frac{1 + iw\tau_{\epsilon_l}}{1 + iw\tau_{\sigma_l}} \right), \quad (3.59)$$

$$Q(w) = \frac{1 - L + \sum_{l=1}^L \frac{1 + w^2\tau_{\epsilon_l}\tau_{\sigma_l}}{1 + w^2\tau_{\sigma_l}^2}}{\sum_{l=1}^L \frac{w(\tau_{\epsilon_l} - \tau_{\sigma_l})}{1 + w^2\tau_{\sigma_l}^2}}. \quad (3.60)$$

A função do tempo de relaxação do SLPG depende dos tempos de relaxação de cada mecanismo do arranjo e é dada por (CARCIONE, 2015)

$$\psi(t) = M_R \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) e^{-t/\tau_{\sigma_l}} \right] H(t). \quad (3.61)$$

Essa metodologia de abordagem classifica-se entre os métodos de  $Q$  quase-constantes, e será mais explorada na próxima seção.

### 3.3 Modelo de $Q$ quase-constante

Estudos mostram que o fator  $Q$  apresenta comportamento independente ou pouco dependente da frequência dentro da banda sísmica (MURPHY, 1982; MCDONAL et al.,

1958). Por isso, modelos de  $Q$  constante são utilizados na sismologia petrolífera para representar a atenuação nas rochas. Arranjos de modelos mecânicos podem ser utilizados para alargar a faixa de  $Q$ -constante em um intervalo de frequência de interesse, como apresentado no modelo de Zener generalizado, introduzido anteriormente, sendo um dos mais utilizados em aplicações sísmicas (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988b; ROBERTSSON; BLANCH; SYMES, 1994; FAN et al., 2016). No entanto, outros arranjos são possíveis, como o modelo de Maxwell generalizado que foi empregado por Emmerich e Korn (1987) para computar a atenuação de ondas SH em camadas de carvão altamente absorptivas.

Considerando o arranjo de SLPG, diferentes metodologias já foram propostas para obtenção dos tempos de relaxação dos mecanismos utilizados para ampliação da faixa de  $Q$  constante (BLANCH; ROBERTSSON; SYMES, 1995; BOHLEN, 2002; FAN et al., 2016). Carcione (2015) apresenta um fluxograma para a estimativa dos tempos de relaxação  $\tau_{\sigma_l}$  e  $\tau_{\epsilon_l}$  dos dispositivos para representação do comportamento de um  $Q$ -constante desejado,  $\bar{Q}$ . Para tanto, distribuem-se as frequências de pico de dissipação dos  $L$  mecanismos em torno de uma frequência,  $w_c$ , localizada no centro da banda onde se deseja o valor constante  $\bar{Q}$ . Para um número de mecanismos ímpar, o elemento central deve ter frequência de pico  $w_0 = w_c$ . E, como sugerido por Liu, Anderson e Kanamori (1976), essas frequências de pico devem ser posicionadas equi-espacialmente em  $\log(w)$ .

As relações para estimativa de fator  $Q$  e tempos de relaxação de 1 mecanismo de Zener, explícitas na seção 3.2.3, são válidas para cada mecanismo do arranjo de Zener Generalizado. Considerando  $M_{c_l}$  o módulo complexo de cada mecanismo, os equivalentes fatores  $Q_l$  são dado por:

$$Q_l = \frac{\text{Re}(M_{c_l})}{\text{Im}(M_{c_l})}. \quad (3.62)$$

Já o fator  $Q$  do sistema com  $L$  mecanismos de Zener equivale a razão da parte real pela imaginária dos somatórios do modelo complexo de cada mecanismo,

$$Q(w) = \frac{\text{Re}(M_c)}{\text{Im}(M_c)} = \frac{\text{Re}\left(\sum_{l=1}^L M_{c_l}\right)}{\text{Im}\left(\sum_{l=1}^L M_{c_l}\right)} = \frac{\sum_{l=1}^L Q_l \text{Im}(M_{c_l})}{\sum_{l=1}^L \text{Im}(M_{c_l})}, \quad (3.63)$$

sendo  $M_{c_l}$  calculado pela equação 3.47. É possível separar a parte real e imaginária do módulo complexo, multiplicando-o por seu conjugado, obtendo assim a parte imaginária

$$\text{Im}(M_{c_l}) = M_{R_l} \left[ \frac{w(\tau_{\epsilon_l} - \tau_{\sigma_l})}{1 + w^2\tau_{0_l}^2} \right], \quad (3.64)$$

sendo  $M_{R_l} = M_R/L$ , onde  $M_R$  representa o módulo relaxado do sistema SLPG e  $\tau_{0_l} = w_{0_l}^{-1}$ .

A partir do valor de  $Q$  na frequência de pico de dissipação de cada mecanismo,  $Q_{0_l}$ , calculado por 3.52, e utilizando a aproximação de perda das baixas frequências, que assume  $\tau_{\sigma_l} \approx \tau_{0_l}$ , pode-se expressar a parte  $\text{Im}(M_{c_l})$  como

$$\text{Im}(M_{c_l}) \approx \frac{M_R}{L} \left[ \frac{2w\tau_{0_l}}{Q_{0_l}(1 + w^2\tau_{0_l}^2)} \right] = \frac{M_R}{LQ_l}, \quad (3.65)$$

onde

$$Q_l(w) = Q_{0_l} \left( \frac{1 + w^2\tau_{0_l}^2}{2w\tau_{0_l}} \right). \quad (3.66)$$

Fazendo todos os  $Q_{0_l}$  iguais a um valor constante e substituindo 3.65 em 3.63, chega-se a relação

$$Q(w) = LQ_0 \left( \sum_{l=1}^L \frac{2w\tau_{0_l}}{1 + w^2\tau_{0_l}^2} \right)^{-1}. \quad (3.67)$$

Assumindo o valor do fator  $Q$  na frequência de pico de dissipação do mecanismo central,  $w_{0_c}$ , igual ao  $Q$  constante desejado,  $Q_0(w_{0_c}) = \bar{Q}$ , é possível rearranjar 3.67, como

$$Q_0 = \frac{\bar{Q}}{L} \sum_{l=1}^L \frac{2w_{0_c}\tau_{0_l}}{1 + w_{0_c}^2\tau_{0_l}^2}. \quad (3.68)$$

Para aplicação e controle de qualidade da metodologia proposta por Garcione (2015), as etapas são organizadas no seguinte fluxograma:

1. Determinação da banda de frequência que se deseja o  $Q$  constante;
2. Escolha do número de mecanismos;
3. Valor do  $Q$  desejado;
4. Cálculo das frequências equi-espaciaadas no  $\log(w)$ ;
5. Estimativa do  $Q_0$  (equação 3.68);

6. Cálculo dos tempos de relaxação  $\tau_{\sigma_l}$  e  $\tau_{\epsilon_l}$  de cada mecanismo (equações 3.54 e 3.55);
7. Determinação do módulo complexo de cada mecanismo,  $M_{c_l}$  (equação 3.47);
8. Avaliação da velocidade de fase (equação 3.31 );
9. Cálculo do módulo complexo do arranjo com  $L$  mecanismos (equação 3.59);
10. Estimativa de  $Q_l$  de cada mecanismo (equação 3.66);
11. Determinação do  $Q(w)$  do arranjo completo (equação 3.67);
12. Avaliação do espectro de dissipação.

As etapas entre 1 e 4 tem diferentes abordagens a depender da metodologia adotada. Mas, de maneira geral, em suas determinações são consideradas as características de atenuação do meio que se deseja simular, o conteúdo de frequências da fonte sísmica a ser utilizada na modelagem, o comportamento do espectro de dissipação e a velocidade de fase obtida.

A figura 12 exemplifica o alargamento do espectro de dissipação obtido utilizando o modelo de SLPG com 1, 3 ou 5 mecanismos e suas respectivas funções de velocidade de fase. Para essas simulações considerou-se um meio com velocidade para frequência de referência de 3000 m/s e densidade 2500 kg/m<sup>3</sup>, a frequência central da banda  $f_{0_c} = 10$  Hz, e o fator  $Q$  desejado  $\bar{Q} = 200$ .

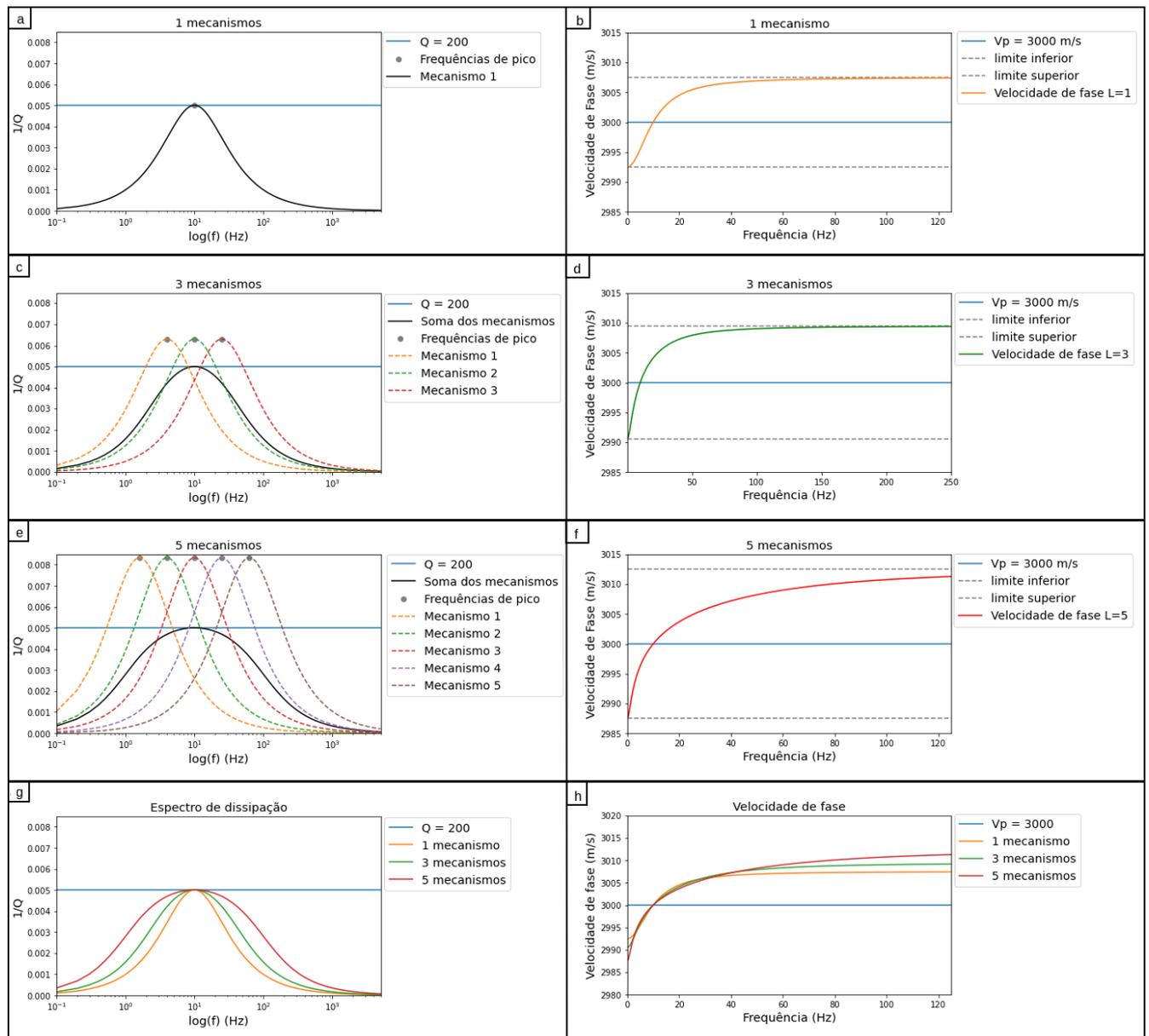


Figura 12 – Em (a), (c) e (e), a linha azul cheia retrata o  $\bar{Q}$  desejado, as linhas tracejadas representam o espectro de dissipação de cada mecanismo de Zener do arranjo de SLPG, enquanto a linha preta cheia reproduz o espectro final do arranjo. Em (b), (d) e (f) são mostradas as equivalentes velocidades de fase considerando 1, 3 ou 5 mecanismos e seus limites inferior e superior. Em (g) e (h) compara-se, respectivamente, os espectros de dissipação e velocidades de fase dos arranjos considerados.

### 3.4 $Q$ constante de Kjartansson

Muito empregado em aplicações sísmicas, principalmente no domínio da frequência, o modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson (1979) baseia-se na relação linear entre atenuação e frequência, que resulta em um espectro de  $Q$  constante. Esse

modelo é completamente definido pela velocidade de fase em uma frequência de referência e pelo fator  $Q$ .

O desenvolvimento dessa teoria assume apenas a relação de linearidade entre atenuação e frequência e a característica de causalidade do fenômeno. Para examinar o comportamento de  $Q$  com a frequência, o autor adotou a função de fluência na forma  $t^{2\gamma}$ , onde  $t$  é o tempo e  $\gamma$  é uma variável adimensional, sendo  $\gamma \ll 1$  em aplicações sísmicas (CARCIONE, 2015). Por conveniência na manipulação, o autor escolheu a função de relaxação

$$\psi(t) = \frac{M_0}{\Gamma(1-2\gamma)} \frac{t^{2\gamma}}{t_0} H(t), \quad (3.69)$$

onde  $M_0$  é o módulo de Bulk do meio,  $\Gamma$  é a função gama (que em todos os casos de interesse tem valor próximo a unidade) e  $t_0$  é um tempo de referência arbitrário introduzido para que quando  $t$  tiver a dimensão de tempo,  $M_0$  tenha dimensão de módulo elástico.

Fazendo a transformada de Fourier da equação 3.69, obtém-se o módulo complexo do modelo de Kjartansson,

$$M(w) = M_0 \left( \frac{iw}{w_0} \right)^{2\gamma} = M_0 \left| \frac{w}{w_0} \right|^{2\gamma} e^{i\pi \text{sgn}(w)}, \quad (3.70)$$

sendo  $w_0 = 1/t_0$  a frequência de referência e

$$\begin{cases} \text{sgn}(w) = 1, & \text{se } w > 0 \text{ e} \\ \text{sgn}(w) = -1, & \text{se } w < 0. \end{cases}$$

A equação 3.70 mostra que o argumento do módulo complexo e assim o ângulo de fase entre tensão e deformação independem da frequência. Seguindo a definição da equação 3.19,

$$Q = \frac{1}{\tan(\pi\gamma)}, \quad (3.71)$$

logo,

$$\gamma = \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{Q}\right). \quad (3.72)$$

A velocidade complexa é dada pela equação 3.30, sendo a velocidade de fase correspondente a sua parte real e dada por:

$$v_f(w) = v_0 \left| \frac{w}{w_0} \right|^\gamma, \quad (3.73)$$

onde  $v_0$  é a velocidade na frequência de referência  $w_0$ , cujo módulo corresponde a (CARCIONE, 2015):

$$M_0 = \rho v_0^2 \cos^2\left(\frac{\pi\gamma}{2}\right). \quad (3.74)$$

O modelo de  $Q$  constante de Kjartansson é de fácil implementação no domínio da frequência, o que justifica sua utilização em diversas aplicações sísmicas. No entanto, sua execução no domínio do tempo não é trivial. O apêndice A apresenta a solução analítica viscoacústica para este modelo.

## 3.5 Equação de propagação da onda

Nesta seção são revisitadas a formulação de propagação de onda para meios elásticos isotrópicos proposta por Levander (1988) e a definição para meios viscoelástico isotrópicos sugerida por Robertsson, Blanch e Symes (1994). Ambas as formulações são apresentadas considerando a propagação da onda em meio 2D, com eixo horizontal  $x$  crescente para a direita e eixo vertical  $z$  positivo para baixo. A partir da relação tensão-deformação do meio e das equações de conservação do momento linear é possível formular as equações de propagação de ondas-P e ondas-S polarizadas verticalmente, conhecidas como ondas-SV.

### 3.5.1 Meios elásticos isotrópicos

A propagação da onda em meio elástico isotrópico provoca deformações temporárias que causam deslocamentos de partículas representados pelas equações de conservação do momento linear

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial j} + \rho f_i, \quad (3.75)$$

sendo  $i$  e  $j$  as coordenadas no eixo cartesiano  $(x, y, z)$ ,  $t$  a coordenada temporal,  $u_i$  as componentes de deslocamento de partícula,  $\sigma_{ij}$  as componentes de tensão,  $f_i$  as forças atuantes no corpo e  $\rho$  a densidade do meio (CARCIONE, 1993).

A atuação das tensões devido à passagem da onda depende das características reológicas do corpo. Um meio elástico isotrópico, como apresentado na seção 3.1.2,

possui relação entre tensão-deformação governada pela equação 3.10. Substituindo as deformações em 3.10 pelas equações 3.8 e 3.9 e aplicando a derivada em relação ao tempo, obtém-se a relação entre tensão, velocidade de partícula e constantes elásticas do meio

$$\frac{\partial \sigma_{ii}}{\partial t} = \lambda V + 2\mu \frac{\partial v_i}{\partial_i}, \quad i = x, y, z, \quad (3.76a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial_j} + \frac{\partial v_j}{\partial_i} \right), \quad i, j = x, y, z, \quad i \neq j, \quad (3.76b)$$

sendo

$$V = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

e  $v_i$  a velocidade de partícula na direção  $i$ .

A partir das equações 3.76 e de 3.75 reescrita em função das velocidades de partícula, obtém-se as equações do movimento para ondas P-SV para propagação 2D no plano  $x$ - $z$

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \quad (3.77a)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} \quad (3.77b)$$

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (3.77c)$$

$$\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (3.77d)$$

$$\sigma_{xz} = \mu \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \quad (3.77e)$$

onde

- $v_x$  e  $v_z$  são as componentes de velocidades de partícula;
- $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{xz}$  são as componentes das tensões;
- $\rho$  é a densidade;
- $\lambda$  e  $\mu$  são as constantes de Lamé.

### 3.5.2 Meios viscoelásticos isotrópicos

Diferentes aproximações de equação da onda para meios viscoelásticos isotrópicos já foram propostas (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988b; ROBERTSSON;

BLANCH; SYMES, 1994; YANG; MAO; CHANG, 2015). Seguindo a formulação apresentada por Robertsson, Blanch e Symes (1994), a seguir, deriva-se as equações de propagação 1D da onda a partir das equações de conservação de momento linear e da relação tensão-deformação em meio viscoelástico (equação 3.12). No domínio 1D as equações viscoelásticas são iguais às viscoacústicas.

Considerando a definição de pressão,  $p = -\sigma$ , e a deformação sendo a mudança fracional da dimensão do corpo (equação 3.8), para tensão atuante no eixo  $z$ , temos

$$\frac{d\epsilon_z}{dt} = \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (3.78)$$

sendo  $\epsilon_z$  e  $v_z$ , respectivamente, a deformação e velocidade de partícula na direção de propagação  $z$ . Derivando no tempo a equação entre tensão-deformação de um meio viscoelástico (equação 3.12) e utilizando as definições de  $\sigma$  e  $\epsilon$  descritas acima, obtém-se

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{d\psi}{dt} * \frac{\partial v_z}{\partial z}. \quad (3.79)$$

Resolvendo a equação 3.79 para a função de relaxação do SLPG (equação 3.61) com  $L$  mecanismos, tem-se

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = M_R \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \frac{\partial v_z}{\partial z} + M_R \left[ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) e^{-t/\tau_{\sigma_l}} \right] H(t) * \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (3.80)$$

onde  $M_R$  é o módulo relaxado,  $\tau_{\sigma_l}$  e  $\tau_{\epsilon_l}$  são os tempos de relaxação da tensão e deformação dos mecanismos, respectivamente.

As convoluções em 3.80 são eliminadas com a introdução das variáveis de memória,  $r_l$  (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988a), resultando em

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = M_R \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \frac{\partial v_z}{\partial z} + \sum_{l=1}^L r_l, \quad (3.81)$$

sendo,  $1 \leq l \leq L$  e

$$r_l = M_R \left[ \frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) e^{-t/\tau_{\sigma_l}} \right] H(t) * \frac{\partial v_z}{\partial z}. \quad (3.82)$$

Com a equação 3.82 observa-se que as  $r_l$  são governadas pela convolução de  $v_z$  com funções exponenciais, ou seja, o núcleo das variáveis de memória tem caráter exponencial. É possível então escrever as  $r_l$  como equações diferenciais lineares de

primeira ordem. Para tanto, primeiro aplica-se a derivada temporal na equação 3.82, obtendo

$$\frac{\partial r_l}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_{\sigma_l}} M_R \left[ \frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) e^{-t/\tau_{\sigma_l}} \right] H(t) * \frac{\partial v_z}{\partial z} + M_R \left[ \frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) e^{-t/\tau_{\sigma_l}} \right] \delta(t) * \frac{\partial v_z}{\partial z}. \quad (3.83)$$

Na sequência, reescreve-se 3.83 utilizando a equação 3.82, reduzindo a expressão

a

$$\frac{\partial r_l}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_{\sigma_l}} r_l + M_R \frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) \frac{\partial v_z}{\partial z}, 1 \leq l \leq L. \quad (3.84)$$

Reescrevendo a equação de conservação do momento linear, apresentada em 3.75, em função da velocidade de partícula em uma propagação 1D no eixo  $z$ , obtém-se

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho f_z, \quad (3.85)$$

Reunindo as equações 3.81, 3.84 e 3.85 em função da componente de pressão  $p$ , temos o sistema de equações diferenciais de primeira ordem para propagação da onda em meio isotrópico viscoelástico 1D, representado por  $L$  mecanismos de Zener

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = M_R \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \frac{\partial v_z}{\partial z} + \sum_{l=1}^L r_l, \quad (3.86a)$$

$$\frac{\partial r_l}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_{\sigma_l}} r_l + M_R \frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}}{\tau_{\sigma_l}} \right) \frac{\partial v_z}{\partial z}, 1 \leq l \leq L, \quad (3.86b)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho f_z. \quad (3.86c)$$

A ponderação por  $1/L$  em 3.86 não está explícita em Robertsson, Blanch e Symes (1994), o que chegou a ser considerado como um erro em publicações posteriores (MOCZO, 2005; CARCIONE, 2007). No entanto, Guo (2017) mostrou que a diferença de formulação ocorre por distintas definições do tempo de relaxamento da deformação, e que ambas são equivalentes.

Robertsson, Blanch e Symes (1994) também apresentaram a extensão da equação de propagação da onda em meio isotrópico viscoelástico para mais de uma dimensão. Neste caso, as equações de conservação do momento linear equivalem a

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial j} + \rho f_i, \quad (3.87)$$

e a relação tensão deformação é dada por

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Lambda}{\partial t} * \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2 \frac{\partial M}{\partial t} * \epsilon_{ij}, \quad (3.88)$$

onde  $(i, j, k = x, z)$  para um meio 2D ou  $(i, j, k = x, y, z)$  considerando propagação 3D.

Definindo

$$\Pi = \Lambda + 2M \quad (3.89)$$

e, considerando o modelo de SLPG (equação 3.61) para  $\Pi$  e  $M$ , obtém-se

$$\Pi = \pi \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) e^{-t/\tau_{\sigma_l}} \right] H(t) \quad (3.90)$$

e

$$M = \mu \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) e^{-t/\tau_{\sigma_l}} \right] H(t), \quad 1 \leq l \leq L, \quad (3.91)$$

onde,  $\pi = \lambda + 2\mu$ , sendo  $\lambda$  e  $\mu$  as constantes de Lamé. Com a definição de  $\Pi$ , é possível separar o efeito do fator  $Q$  de ondas P e ondas S. Com essa abordagem, obtém-se duas funções de tempos de relaxação da deformação  $\tau_{\epsilon}^p$  e  $\tau_{\epsilon}^s$ , correspondentes, respectivamente, a onda P e onda S, enquanto os tempos de relaxação das tensões continuam sendo considerados uma única função  $\tau_{\sigma}$ .

Para mais de uma dimensão, as derivadas temporais das deformações podem ser expressas por

$$\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_j}{\partial i} + \frac{\partial v_i}{\partial j} \right), \quad (3.92)$$

sendo  $(i, j = x, y, z)$ .

Assim, rearranjando a equação 3.88 a partir de 3.90, 3.91 e 3.92 e derivando a expressão com relação ao tempo, obtém-se

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \left( \frac{\partial \Pi}{\partial t} - 2 \frac{\partial M}{\partial t} \right) * \frac{\partial v_k}{\partial k} + 2 \frac{\partial M}{\partial t} * \frac{\partial v_j}{\partial i}, \quad \text{se } i = j, \quad (3.93a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial t} * \left( \frac{\partial v_j}{\partial i} + \frac{\partial v_i}{\partial j} \right), \quad \text{se } i \neq j. \quad (3.93b)$$

Como no caso 1D, as convoluções na equação 3.93 são suprimidas pela introdução das variáveis de memória,  $r_l$ , que neste caso são obtidas substituindo as derivadas temporais de  $\Pi$  e  $M$  e reproduzindo a metodologia empregada para obtenção da

equação 3.84. Desta forma as equações 3.93 são reescritas como

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = & \left\{ \pi \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] - 2\mu \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \right\} \frac{\partial v_k}{\partial_k} \\ & + 2\mu \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \frac{\partial v_j}{\partial_i} + \sum_{l=1}^L r_{ijl}, \text{ se } i = j, \end{aligned} \quad (3.94a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \mu \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left( \frac{\partial v_j}{\partial_i} + \frac{\partial v_i}{\partial_j} \right) + \sum_{l=1}^L r_{ijl}, \text{ se } i \neq j \quad (3.94b)$$

e as variáveis de memórias correspondem a

$$\frac{\partial r_{ijl}}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left\{ r_{ijl} + \left[ \pi \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) - 2\mu \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \frac{\partial v_k}{\partial_k} + 2\mu \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \frac{\partial v_j}{\partial_i} \right\}, \text{ se } i = j, \quad (3.95a)$$

$$\frac{\partial r_{ijl}}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left[ r_{ijl} + \mu \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \left( \frac{\partial v_j}{\partial_i} + \frac{\partial v_i}{\partial_j} \right) \right], \text{ se } i \neq j \quad (3.95b)$$

As equações 3.94 e 3.95, junto com as equações de conservação do momento linear 3.87, formam as equações de propagação da ondas P-SV no domínio do tempo para meio isotrópico viscoelástico, representado por arranjo de SLPG com  $L$  mecanismos. Reorganizando-as para propagação 2D em plano  $x$ - $z$ , obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \rho \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} &= \rho \left( \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} &= \pi \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\mu \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \frac{\partial v_z}{\partial z} + \sum_{l=1}^L r_{xxl} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} &= \pi \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\mu \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \frac{\partial v_x}{\partial x} + \sum_{l=1}^L r_{zzl} \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} &= \mu \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \sum_{l=1}^L r_{xzl} \\ \frac{\partial r_{xx}}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left\{ \left[ r_{xxl} + \frac{\pi}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \frac{2\mu}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \frac{\partial v_z}{\partial z} \right\} \\ \frac{\partial r_{zz}}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left\{ \left[ r_{zzl} + \frac{\pi}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \frac{2\mu}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right\} \\ \frac{\partial r_{xz}}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_{\sigma_l}} \left\{ \left[ r_{xzl} + \frac{\mu}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (3.96)$$

onde

–  $v_x$  e  $v_z$  são as componentes de velocidades de partícula;

- $\sigma_{xx}, \sigma_{zz}, \sigma_{xz}$  são as componentes das tensões;
- $r_{xx}, r_{zz}, r_{xz}$  são as componentes das variáveis de memória;
- $\tau_{\epsilon_l}^p$  e  $\tau_{\epsilon_l}^s$  são os tempos de relaxação das deformações causadas individualmente pelas ondas P e S em cada mecanismo  $l$ ;
- $\tau_{\sigma_l}^s$  são os tempos de relaxação das tensões considerados iguais para as ondas P e S em cada mecanismo  $l$ ;
- $\rho$  é a massa específica;
- $\pi = \lambda + 2\mu$ , sendo  $\lambda$  e  $\mu$  as constantes de Lamé;
- $1 \leq l \leq L$ , sendo  $L$  o número de mecanismos do arrajo de SLPG utilizado.

Para simulação numérica da propagação da onda descrita nas equações 3.96 é necessária a aplicação de um método numérico, como o método das diferenças finitas.

### 3.6 Propagação da onda por diferenças finitas

A solução numérica da equação da onda requer a discretização de suas variáveis contínuas e aplicação de um método de cálculo numérico para sua solução. Dentre os métodos numéricos vale destacar o método dos elementos finitos, elemento espectral, método pseudoespectral e o método das diferenças finitas. Este último tem grande importância para simulações sísmicas por lidar com modelos complexos, fornecendo soluções com aceitável precisão e eficiência computacional, além de poder ser paralelizado com relativa facilidade (MOCZO; ROBERTSSON; EISNER, 2007).

No método das diferenças finitas um domínio computacional é coberto por uma malha espaço-temporal. As funções que descrevem o campo de ondas, assim como aquelas que caracterizam as propriedades do material são representadas pelos seus valores nos pontos da malha. As derivadas espaciais e temporais das funções em uma dada posição de malha são aproximadas pela fórmula das diferenças finitas, sendo as derivadas calculadas pelo valor das funções em um conjunto específico de pontos vizinhos à posição de derivação (MOCZO; ROBERTSSON; EISNER, 2007).

As diferenças finitas aplicadas em malhas regulares apresentam problemas de estabilidade causados por altos valores de razão de Poisson (MOCZO; ROBERTSSON; EISNER, 2007). A malha intercalada de Madariaga-Virieux é amplamente utilizada para discretização na aplicação de diferenças finitas, por possibilitar a representação de meios com qualquer razão de Poisson, permitindo a utilização da mesma solução em intervalos líquidos e sólidos (VIRIEUX, 1986). Desde o trabalho de Virieux (1986), o método de diferenças finitas com malha intercalada tornou-se o mais empregado na solução de equações da onda em meios heterogêneos (MADARIAGA, 1976; VIRIEUX, 1986; MOCZO; ROBERTSSON; EISNER, 2007).

### 3.6.1 Malha intercalada

Para definição de uma malha uniforme de discretização do campo de onda, considere um domínio computacional no espaço de variáveis  $(x, y, z, t)$ , onde  $(x, y, z)$  é o sistema de coordenadas cartesianas e  $t$  é o tempo. Essa malha espaço-temporal, com origem em  $(x_0, y_0, z_0, t_0)$ , é determinada pelo conjunto de pontos  $(x_i, y_j, z_k, t_n)$ , definido como  $x_i = x_0 + i\Delta x$ ,  $y_j = y_0 + j\Delta y$  e  $z_k = z_0 + k\Delta z$  e  $t_n = t_0 + n\Delta t$ , onde  $i, j, k = 0, 1, 2, \dots$  e  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  descrevem os incrementos espaciais.  $n$  é o número de passos em tempo da propagação e  $\Delta t$  é o incremento temporal. Em muitas aplicações a escolha de uma malha retangular uniforme com espaçamento  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$  é uma escolha natural e razoável. O valor de uma função  $u$  na posição de malha  $(x_i, y_j, z_k, t_n)$ , que é  $u(i, j, k, n)$  é aproximado por uma função da malha  $\tilde{u}_{i,j,k}^n = \tilde{u}(x_i, y_j, z_k, t_n)$ .

Na discretização de uma equação, um aspecto muito importante é se todas as funções são aproximadas pelas mesmas posições de malha ou não. Sob esse critério, existem três tipos de malha: convencional, parcialmente intercalada e intercalada. Usando como exemplo a discretização da equação da onda, a malha convencional aproxima todas as funções nas mesmas posições de malha. Em uma malha parcialmente intercalada, componentes de velocidade de partícula são localizadas em uma posição de malha, enquanto componentes de tensão são localizadas em outra posição. Já na malha intercalada cada componente de velocidade de partícula e cada componente de tensão cisalhante tem sua própria posição de malha, enquanto as componentes de tensão normal compartilham outra posição (MOCZO; ROBERTSSON; EISNER, 2007).

A figura 13 ilustra a discretização dos campos de propriedades e das componentes do campo de onda no plano  $z-x$ , para uma malha intercalada centrada nas tensões normais e nas propriedades elásticas do meio. As componentes de velocidade de partícula são amostradas em  $v_x(k, i + 1/2)$ ,  $v_z(k + 1/2, i)$ , as componentes de tensão são discretizadas em  $\sigma_{xx}(k, i)$ ,  $\sigma_{zz}(k, i)$  e  $\sigma_{xz}(k + 1/2, i + 1/2)$ . Enquanto as propriedades do meio são amostradas nas seguintes configurações: densidade em  $\rho(k, i)$ , parâmetros de Lamé em  $\lambda(k, i)$  e  $\mu(k, i)$ .

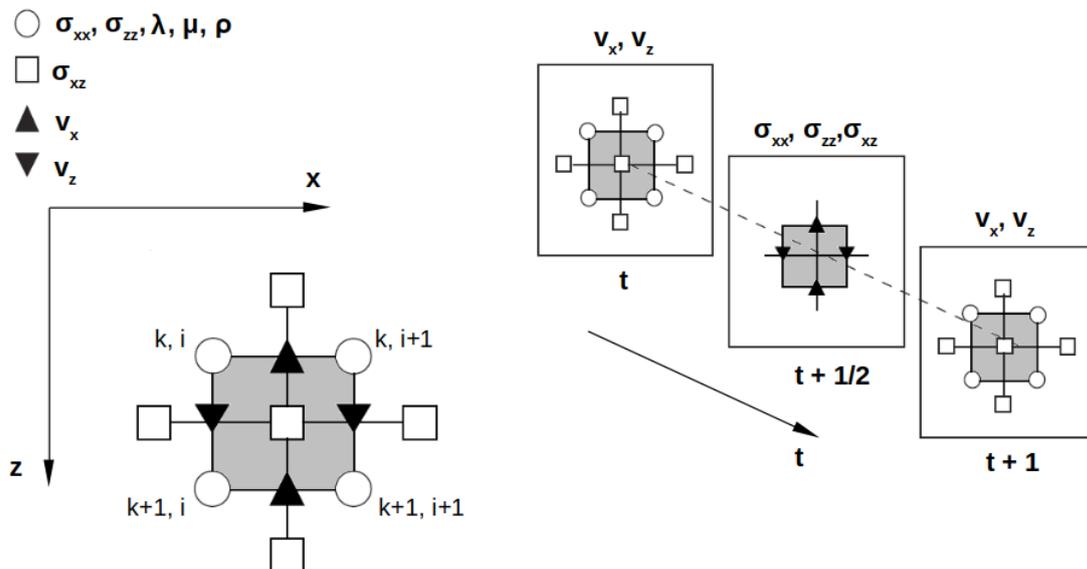


Figura 13 – Malha intercalada para solução das equações da onda por diferenças finitas. Sendo indicadas as discretizações das componentes de velocidades de partícula  $v_x$  e  $v_z$ , das componentes de tensão  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$  e  $\sigma_{xz}$ , da densidade  $\rho$  e as constantes de Lamé  $\lambda$  e  $\mu$ . Imagem adaptada de Schuster (2017).

A discretização por malha intercalada é aplicável a solução por diferenças finitas da equação elástica (equação 3.77) e viscoelástica (equação 3.96) em meios heterogêneos isotrópicos.

### 3.6.2 O método das diferenças finitas

O método das diferenças finitas (DF) baseia-se na aproximação do operador de derivada por quocientes diferenciais. O princípio do método encontra-se na própria definição de derivada. A título de exemplificação, considerando uma função suave  $u(x)$  no ponto  $x = x_0$ , temos que a derivada de  $u(x)$  em relação a  $x$  é dada por

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{u(x) - u(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h}, \quad (3.97)$$

onde  $h = x - x_0$ .

Quando o intervalo  $h$  tende a 0, o resultado produz uma boa aproximação da derivada. Desta forma é necessário um  $h$  suficientemente pequeno para minimizar o erro entre a derivada e a razão diferencial. Se a função  $u(x)$  for suave o bastante nas vizinhanças de  $x$ , é possível estimar esse erro com a expansão em série de Taylor (FREY; BUHAN, 2008).

Segundo a definição da série de Taylor, se a função  $u(x)$  for continuamente derivável no ponto  $x_0$ , sendo  $h = x - x_0$ , é possível representá-la pela série de potências de  $h$ , dada por

$$u(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{u^{(n)}(x-h)}{n!} h^n, \quad (3.98)$$

sendo  $u^{(n)}(x)$  a  $n$ -ésima derivada de  $u$  em relação a  $x$ .

Se expandirmos a série 3.98 em seus dois primeiros termos, temos

$$u(x) = u(x-h) + u'(x-h)h + O(h^2), \quad (3.99)$$

onde  $O(h^2)$  representa o erro devido ao truncamento.

A partir de 3.99, é possível obter a definição dos operadores de diferença finita atrasada,  $D_-$ , e avançada,  $D_+$ , (equações 3.100a e 3.100b), que dependem da posição do ponto  $x_0$  em relação a  $x$ . Realizando a média desses dois operadores, obtém-se o operador de derivada centrada  $D_0$  (equação 3.100c) (LEVEQUE, 2005).

$$D_- f(x-h) = \frac{u(x) - u(x-h)}{h} + O(h^2), \quad (3.100a)$$

$$D_+ f(x-h) = \frac{u(x+h) - u(x)}{h} + O(h^2), \quad (3.100b)$$

$$D_0 f(x-h) = \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h} + O(h^2). \quad (3.100c)$$

A acuidade do operador de diferenças finitas depende do número de termos da expansão. Quanto maior a ordem da série de Taylor utilizada, maior o tamanho do operador, maior a acurácia da derivada e maior o tempo de execução computacional (IKELLE; AMUNDSSEN, 2018).

Baseado no operador de diferenças finitas central, Ghrist (2000) propôs uma fórmula generalizada para obtenção da  $2M$ -ésima ordem de aproximação de uma

derivada (equação 3.101), onde os coeficientes,  $c_m^{(M)}$ , são sumarizados na tabela 1 (IKELLE; AMUNDSEN, 2018).

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x} \approx \frac{1}{h} \sum_{m=1}^M c_m^{(M)} \left\{ u \left[ x + \left( m - \frac{1}{2} \right) h \right] - u \left[ x - \left( m - \frac{1}{2} \right) h \right] \right\}, \quad (3.101)$$

onde  $h = \Delta x$  é o incremento em  $x$  e

$$c_m^{(M)} = 2(-1)^{m-1} \left( \frac{1}{2m-1} \right)^2 \frac{[(2M-1)!!]^2}{[2(M-m)!!][2(M+m-1)!!]} \quad (3.102)$$

e

$$(2M-1)!! = \frac{(2M)!}{2^M M!}. \quad (3.103)$$

Tabela 1 – Coeficientes para cálculo de operadores de diferenças finitas ( $c_m^{(M)}$ ) de ordem 2 a 10.

		$c_1^{(M)}$	$c_2^{(M)}$	$c_3^{(M)}$	$c_4^{(M)}$	$c_5^{(M)}$
Ordem de aproximação	M	m=1	m=2	m=3	m=4	m=5
2 <sup>a</sup>	1	1				
4 <sup>a</sup>	2	$\frac{9}{8}$	$-\frac{1}{24}$			
6 <sup>a</sup>	3	$\frac{75}{64}$	$-\frac{25}{384}$	$\frac{3}{640}$		
8 <sup>a</sup>	4	$\frac{1225}{1024}$	$-\frac{245}{3072}$	$\frac{49}{5120}$	$-\frac{5}{7168}$	
10 <sup>a</sup>	5	$\frac{19845}{16384}$	$-\frac{735}{8192}$	$\frac{567}{40960}$	$-\frac{495}{229376}$	$\frac{35}{294912}$

A escolha da ordem de aproximação do operador de derivadas depende de critérios de estabilidade e acurácia.

### 3.6.3 Condições de estabilidade e dispersão numérica

A simulação de propagação da onda através do método de diferenças finitas necessita atender critérios de estabilidade e dispersão numérica para garantir a acuidade dos resultados. A condição de estabilidade está associada a erros gerados durante cálculos computacionais recursivos. No caso da equação da onda por diferenças finitas, as componentes que caracterizam o movimento da onda são calculadas recursivamente, a cada passo de tempo. Se os critérios de estabilidade não forem atendidos, erros podem ser gerados, propagados e amplificados a cada passo de tempo, criando artefatos no dado modelado (IKELLE; AMUNDSEN, 2018). Outra fonte de erro é a dispersão numérica introduzida pela discretização do tempo e do espaço. O meio viscoelástico é intrinsecamente dispersivo, ou seja, a velocidade de fase e de

grupo são diferentes, sendo que a velocidade de fase aumenta com a frequência. Para assegurar que a dispersão da onda é apenas associada as características do meio, é necessário garantir que a influência da dispersão numérica seja a mínima possível (ROBERTSSON; BLANCH; SYMES, 1994).

Para verificação da presença ou não de dispersão numérica, Moczo, Robertsson e Eisner (2007) propuseram a análise do intervalo de amostragem espacial  $h$  em relação à velocidade mínima do modelo,  $v_{min}$ , à frequência máxima presente na fonte introduzida na modelagem,  $f_{max}$ , e ao número de amostras por comprimento de onda permitido pela malha,  $\beta$ , sendo o valor máximo de  $h$  delimitado por:

$$h \leq \frac{v_{min}}{\beta f_{max}}. \quad (3.104)$$

Em caso de meio viscoelástico,  $v_{min}$  deve ser considerada a velocidade de fase mínima, que para o modelo mecânico de Zener pode ser obtida com o módulo relaxado, através da fórmula

$$v_{min} = \sqrt{\frac{M_R}{\rho}}. \quad (3.105)$$

A precisão do operador de diferenças finitas de segunda ordem no tempo e no espaço, O(2,2), para propagação elástica da onda, é demonstrada empiricamente por Kelly et al. (1976), apresentando resultado aceitável em um meio homogêneo se houver pelo menos 10 pontos de amostragem por comprimento de onda mínimo, e a distância de propagação não for maior do que uma dezena de comprimentos de onda. Em meios heterogêneos, 15-20 pontos por comprimento de onda geralmente são usados. Um esquema de diferenças finitas de ordem superior, como um O(2,4) — ordem 2 no tempo e 4 no espaço — requer cerca de cinco pontos por comprimento de onda em um meio homogêneo (LEVANDER, 1988), sendo necessários 10 a 15 pontos por comprimento de onda em meio heterogêneo. Se as ondas se propagarem por mais de 30 comprimentos de onda, evidências empíricas sugerem esquemas de ordem superior, como O(2,8) (SCHUSTER, 2017).

A condição de estabilidade de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) estabelece um critério para evitar que a velocidade de propagação numérica, definida como  $\Delta x / \Delta t$ , seja maior do que a máxima velocidade de propagação do meio,  $v_{max}$ , impedindo assim instabilidades na solução DF. Ikelle e Amundsen (2018) apresentam equivalente regra, por sua vez, generalizada para solução DF de qualquer ordem. Para um meio com

dimensão  $N = 1, 2, 3$ , e discretização espacial uniforme  $h$ , esta condição equivale a

$$\Delta t \leq \frac{h}{v_{max} \sqrt{N} \sum_{m=1}^M |c_m^{(M)}|}, \quad (3.106)$$

sendo  $\Delta t$  a amostragem temporal, e  $M$  e  $c_m^{(M)}$  dados pela tabela 1.

No caso de um meio viscoelástico,  $v_{max}$  deve ser considerada a máxima velocidade de fase da onda, o que para o modelo mecânico de Zener pode ser calculado por (CARCIONE, 2015)

$$v_{max} = \sqrt{\frac{M_U}{\rho}}, \quad (3.107)$$

sendo  $M_U$  é o módulo não-relaxado e  $\rho$  é a densidade.

Como explicitado, as condições de estabilidade e dispersão dependem da ordem de aproximação do operador DF considerado. Operadores com ordem maiores necessitam de intervalos de malha espacial e temporal mais largos do que os de operadores de ordem menor, o que diminui o tempo computacional de uma simulação para um mesmo tempo de propagação da onda.

### 3.6.4 A solução da propagação da onda

Neste trabalho, as soluções das equações da onda elástica, equação 3.77, e viscoelástica, equação 3.96, para meio 2D isotrópico foram obtidas através da implementação sob malha intercalada de códigos de diferenças finitas com operador central e aproximação de 2ª ordem no tempo e 8ª ordem no espaço,  $O(2,8)$ .

Como visto na seção 3.6.1, nas equações da onda sob malha intercalada 2D no plano  $z-x$ , com intervalo espacial  $\Delta x = \Delta z = h$  e amostragem temporal  $\Delta t$ , a variável do tempo é amostrada a cada  $1/2$  ponto de malha temporal, sendo o operador DF temporal com aproximação de 2ª ordem dado por

$$\frac{\partial u(x, z, t)}{\partial t} = \frac{u(x, z, t + \frac{1}{2}) - u(x, z, t - \frac{1}{2})}{h} \quad (3.108)$$

Já as variáveis de propriedades do meio,  $\lambda$ ,  $\mu$  e  $\rho$ , e as componentes de propagação da onda,  $v_x$ ,  $v_z$ ,  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$  e  $\sigma_{xz}$ , são discretizadas em posições específicas

da malha. Exemplificando o operador de DF espacial de 8ª ordem para uma variável qualquer inicialmente posicionada em  $(x, z, t)$ , temos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x, z, t)}{\partial x} = & \frac{1}{h} \left\{ c_1^{(4)} \left[ u\left(x + \frac{1}{2}h, z, t\right) - u\left(x - \frac{1}{2}h, z, t\right) \right] + \right. \\ & c_2^{(4)} \left[ u\left(x + \frac{3}{2}h, z, t\right) - u\left(x - \frac{3}{2}h, z, t\right) \right] + \\ & c_3^{(4)} \left[ u\left(x + \frac{5}{2}h, z, t\right) - u\left(x - \frac{5}{2}h, z, t\right) \right] + \\ & \left. c_4^{(4)} \left[ u\left(x + \frac{7}{2}h, z, t\right) - u\left(x - \frac{7}{2}h, z, t\right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.109)$$

onde os valores dos coeficientes  $c_i^{(4)}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  são dados pela tabela 1.

Definidos os operadores, a solução das equações elásticas e viscoelásticas são estimadas, sendo apresentadas nos apêndices B e C, respectivamente.

### 3.7 Tratamento das bordas

Durante a simulação numérica de propagação da onda é necessário algum tratamento para evitar que reflexões indesejadas sejam criadas nas bordas do modelo. Neste trabalho, adotou-se a metodologia de atenuação de bordas proposta por Cerjan et al. (1985).

Para decréscimo da energia em uma janela com número de traços  $n_t$ , Cerjan et al. (1985) propuseram a utilização de uma função exponencial que calcula os coeficientes de atenuação,  $c_{aten}$ , para cada posição  $i$  dentro da janela, sendo  $a$  o termo que controla a magnitude final do traço,

$$c_{aten} = e^{-(a(n_t-i))^2}. \quad (3.110)$$

Aplicando a equação 3.110, com os parâmetros sugeridos por Cerjan et al. (1985),  $a = 0,015$  e  $n_t = 20$ , obtém-se os coeficientes de atenuação explicitados na figura 14.

Os coeficientes são calculados e aplicados apenas dentro da janela de atenuação. Os valores de  $\alpha$  e  $n_t$  variam segundo o gradiente de decréscimo de energia desejado.

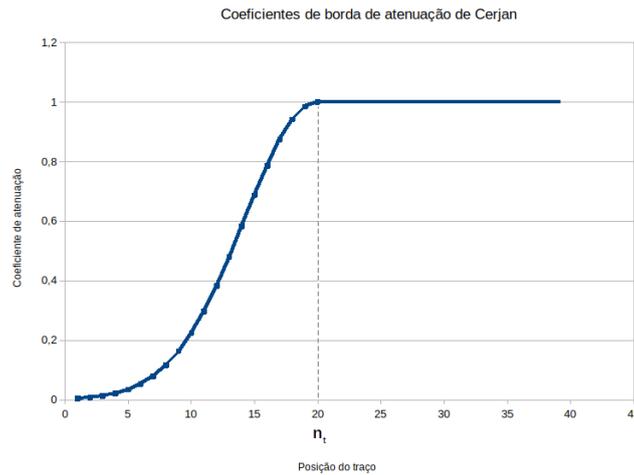


Figura 14 – Comportamento dos coeficientes de atenuação de borda de Cerjan et al. (1985).  $n_t$  é o número de traços dentro da janela de atenuação e o termo de controle da magnitude  $a = 0,015$ .

### 3.8 Fonte Sísmica

Na simulação de propagação da onda, um importante termo para reprodução do sismograma de um dado real é o termo da fonte. Para simular dados de pressão, a fonte é introduzida nas componentes normais da tensão (VIRIEUX, 1986). Algumas soluções analíticas são calculadas considerando a introdução da fonte na componente vertical da velocidade de partícula (CARCIONE, 2015).

Para reprodução de um pulso de fase zero, uma das fontes mais utilizadas em modelagens sísmicas é a Ricker (RICKER, 1953). A Ricker é uma função resultante da segunda derivada da função Gaussiana, sendo definida por

$$f(t) = (1 - 2\pi^2 f_d^2 t^2) e^{-\pi^2 f_d^2 t^2}, \quad (3.111)$$

onde  $f_d$  é a frequência de pico do pulso.

Propagações 2D em malha intercalada necessitam de duas correções para manter as características de fase originais do pulso inserido. A correção (1) se deve à distorção devido a propagação ser em duas ao invés de três dimensões. Dessa forma, o efeito de espalhamento geométrico tem geometria cilíndrica ao invés de esférica, o que causa uma rotação na fase original do pulso. Essa distorção pode ser corrigida no domínio da frequência, multiplicando o pulso pelo operador de "meia derivada", dado por  $\sqrt{i\omega}$  (ALVES, 2021). A outra fonte de correção de fase se deve à natureza das equações de propagação da onda. Para demonstrar esse efeito, Thorbecke (2021) considerou a

propagação em meio acústico, 2D, descrita por

$$\frac{\partial P(x, z, t)}{\partial t} = -K_b \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + K_b \delta(x - x_f, z - z_f) F(t), \quad (3.112a)$$

$$\frac{\partial v_x(x, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P(x, z, t)}{\partial x}, \quad (3.112b)$$

$$\frac{\partial v_z(x, z, t)}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P(x, z, t)}{\partial z}, \quad (3.112c)$$

onde  $P$  é o campo de pressão,  $v_x$  e  $v_z$  são as velocidades de partícula,  $K_b$  é o módulo de Bulk,  $\rho$  é a densidade,  $\delta$  é a delta de Dirac e  $F(t)$  é o termo da fonte inserido na posição  $(x_f, z_f)$  do campo de pressão. Substituindo a lei de Hooke (equação 3.7) na equação de Newton (equação 3.75), obtém-se a equação da onda de segunda ordem. A adição do termo fonte na equação de primeira ordem (equação 3.112a) resulta em um termo fonte  $\partial \delta(x - x_f, z - z_f) / \partial t$  na equação de segunda ordem, descrita como

$$\frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial t^2} - v_p^2 \left( \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial z^2} \right) = \delta(x - x_f, z - z_f) \frac{\partial F(t)}{\partial t} \quad (3.113)$$

onde  $v_p$  é a velocidade da onda P.

Para injeção do termo fonte, ao invés de sua taxa no tempo, a assinatura da fonte precisa ser ajustada antes de sua inserção na malha. Esse ajuste, aqui nomeado correção (2), consiste no cálculo da integral temporal do pulso que se deseja propagar na simulação.

A figura 15 compara uma Ricker original com frequência dominante de 25 Hz com os pulsos após a correção desses efeitos e os seus respectivos espectros de amplitude.

Essas correções são essenciais para garantir que as características de amplitude e fase do pulso inserido na simulação sejam reproduzidas durante o cálculo de propagação da onda. Em uma modelagem viscoelástica, o controle de fase do pulso é primordial para análise do efeito de dispersão.

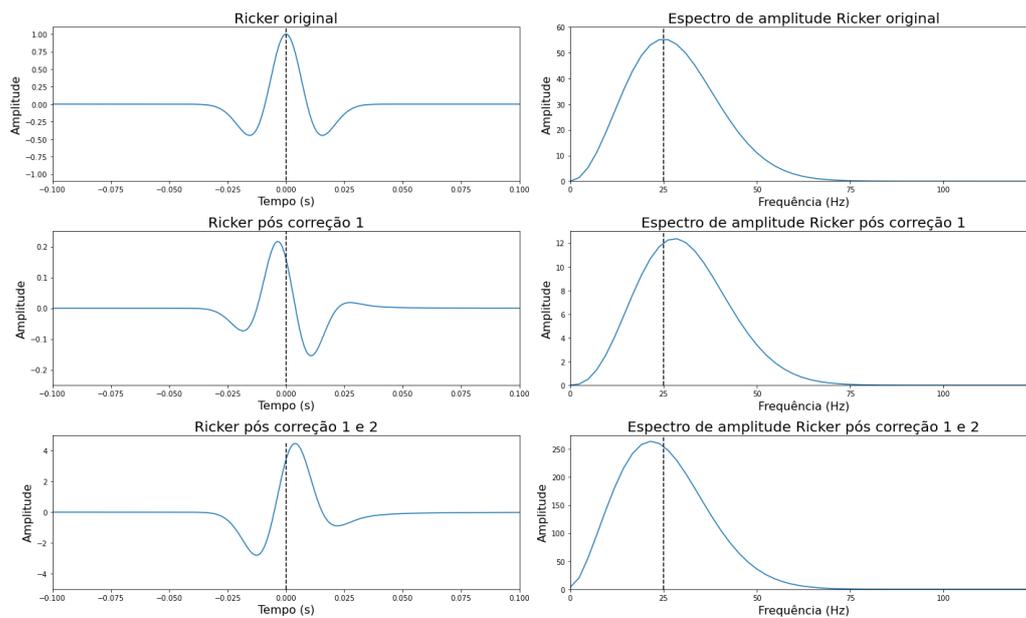


Figura 15 – À esquerda, de cima para baixo: função Ricker original com frequência dominante de 25 Hz, função Ricker com correção (1) e função Ricker com correção 1 e 2. Correção 1: desfaz rotação de fase devido a propagação ser em 2 dimensões. Correção 2: evita distorção de fase devido a introdução do pulso em equação diferencial. A direita, os referentes espectros de amplitude. As linhas tracejadas são referência para análise de fase e de frequência dominante.

## 4 Metodologia

Para desenvolvimento do trabalho, primeiramente foi realizada a implementação por diferenças finitas da equação de propagação da onda para meios elásticos isotrópicos bidimensionais, adaptando a solução proposta por Levander (1988). Em seguida, estendeu-se a aproximação para meios viscoelásticos, caracterizados por 1 mecanismo de Zener ou pelo arranjo de Zener generalizado, segundo apresentado por Robertsson, Blanch e Symes (1994). Para aferição da qualidade dos resultados, são utilizados os modelos de propriedades homogêneas descritos pela tabela 2, considerando a geometria de aquisição ilustrada na figura 16. Para assegurar a correta análise da fase do dado modelado, em princípio é realizada a avaliação da fase do traço propagado em meio elástico, e quais condições são necessárias para preservação da característica de fase zero. Na sequência, são comparados os resultados numéricos elástico e viscoelástico, considerando meio menos ou mais absoritivo, com suas respectivas respostas analíticas.

Tabela 2 – Propriedades dos modelos homogêneos.

	Meio 1	Meio 2
Velocidade P ( $m/s$ )	3000	
Velocidade S ( $m/s$ )	1730	
Densidade ( $kg/m^3$ )	2500	
$Q_p$	200	20
$Q_s$	150	15

Após certificação da qualidade das ferramentas implementadas, foram realizados testes com os principais parâmetros de modelagem viscoelástica, considerando os modelos constantes da tabela 2. Primeiramente avalia-se o impacto da variação desses parâmetros em meio com pouca ou muita atenuação. Na sequência, esses resultados são comparados com suas respectivas soluções analíticas do modelo de  $Q$  constante de Kjartansson (1979). Nesta segunda análise, é avaliada qual parametrização melhor representa o comportamento de fator  $Q$  constante no intervalo de frequência analisado, premissa adotada pelas referências utilizadas neste trabalho.

Com a análise paramétrica, identifica-se quais variáveis podem ser otimizadas e quais são passíveis de alteração segundo o cenário geológico estudado. Uma segunda

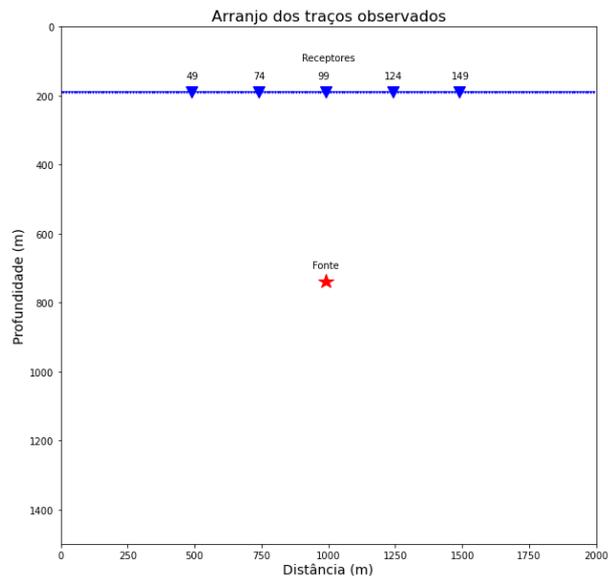


Figura 16 – Arranjo de aquisição para modelos de propriedades constante da tabela 2. Receptores em destaque mostram posição de análise entre modelagem e resposta analítica.

investigação é realizada, considerando modelos geológicos sintéticos representativos de alguns cenários exploratórios e qual o impacto desses parâmetros sobre suas modelagens.

## 4.1 Solução numérica da propagação da onda para meios elásticos e viscoelásticos

A solução da equação de propagação da onda para meios elásticos isotrópicos bidimensionais foi implementada pelo método das diferenças finitas, adaptando solução de Levander (1988) para malha intercalada segundo descrito na figura 13 e ordem de aproximação  $O(2, 8)$ . O apêndice B traz a solução numérica elástica.

Seguindo a mesma metodologia, a solução de propagação da onda para meios viscoelásticos isotrópicos bidimensionais foi implementada a partir das equações de Robertsson, Blanch e Symes (1994), sendo possível utilizar 1 ou mais mecanismos de Zener para representação da absorção do meio. O apêndice C traz a solução numérica viscoelástica.

## 4.2 Produtos das modelagens

Os códigos de modelagem elástica e viscoelástica desenvolvidos resolvem as componentes de velocidade de partícula  $v_x$  e  $v_z$  e as componentes de tensão  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$  e  $\sigma_{xz}$ . A resposta de pressão é computada a partir de  $v_x$  e  $v_z$  modeladas com a adição da fonte nas componentes normais de tensão. Esse cálculo é realizado pela equação

$$P = -K_B \Delta, \quad (4.1)$$

onde

$$\Delta = \frac{du_x}{dx} + \frac{du_z}{dz}$$

é a dilatação no plano  $x$ - $z$ ,  $P$  a pressão,  $K_b$  o módulo de Bulk do meio e  $u_x$  e  $u_z$  são os deslocamentos de partícula nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente. Adotou-se a simplificação  $K_B = 1$  para todos os meios analisados.

As análises dos resultados foram realizadas com as componentes de velocidade de partícula  $v_x$  e  $v_z$  ou com o campo de pressão  $P$ .

## 4.3 Avaliação da fase da fonte inserida

Como explanado na seção 3.8, em uma simulação de propagação em malha intercalada 2D é necessária a aplicação de duas correções na fonte inserida para obtenção da fase zero do pulso: (1) correção da distorção causada pela divergência cilíndrica e (2) compensação da derivação pós inserção da fonte. Para avaliar o efeito de ambas correções, realizou-se a propagação elástica de uma Ricker com frequência dominante de 10 Hz no meio de propriedades constantes descrito pela tabela 2 e com geometria de aquisição esquematizada na figura 16. Intervalos espaciais e temporais são estimados segundo critérios apresentados na seção 3.6.3, utilizando  $\beta = 5$ , obtendo assim  $\Delta x = \Delta z = 10$  m e  $\Delta t = 1$  ms. Como a propagação é elástica, não deve ocorrer mudança na fase do pulso, apenas uma diminuição de sua amplitude prevista pelo efeito de espalhamento geométrico da energia.

A figura 17 mostra as três fontes consideradas: Ricker original, Ricker com correção (1) e Ricker com correção (1) e (2). Os sismogramas de tiro comum de pressão são computados com cada uma das fontes analisadas (figura 18).

Visualizando os traços centrais de cada tiro (figura 19) é possível verificar que após a propagação, a fase nula da Ricker original é mantida apenas para propagação cujo pulso inserido teve aplicação das correções (1) e (2).

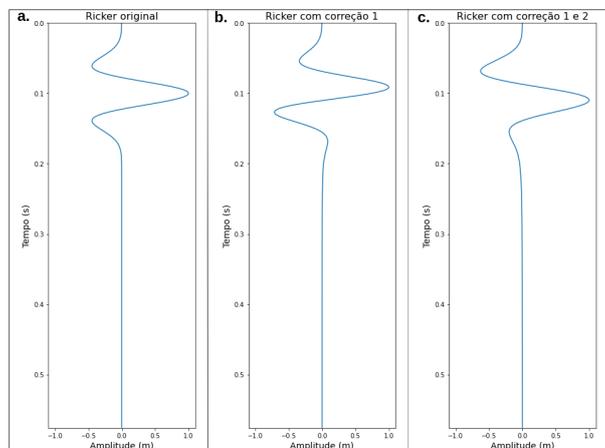


Figura 17 – (a) Ricker original com frequência dominante 10 Hz; (b) pulso (a) pós correção (1); (c) pulso (a) pós correções (1) e (2).

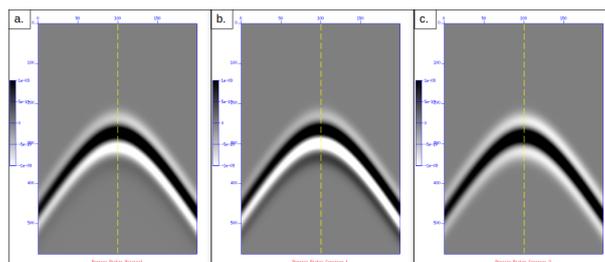


Figura 18 – Sismogramas de tiro comum propagados em meio elástico descrito pela tabela 2, sob configuração de aquisição ilustrada na figura 16, com fonte inserida nas componentes normais de tensão. (a) Fonte Ricker original; (b) Fonte Ricker pós correção (1); (c) Fonte Ricker pós correções (1) e (2). Destaque para traço central visto em detalhe na figura 19.

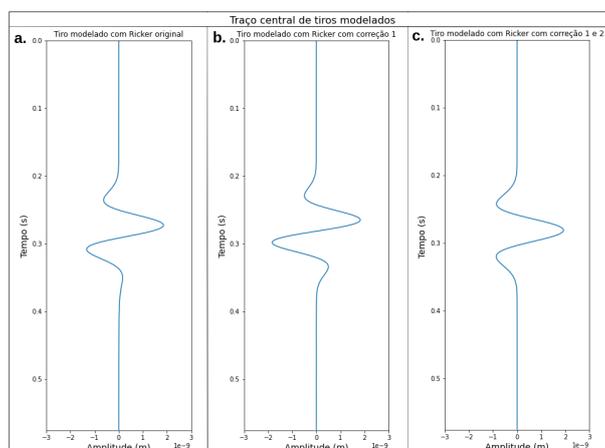


Figura 19 – Traços centrais dos sismogramas da figura 18. (a) Traço central do sismograma com Ricker original; (b) Traço central do sismograma com Ricker pós correção (1); (c) Traço central do sismograma com Ricker pós correções (1) e (2).

As modelagens apresentadas neste trabalho utilizam a Ricker com correção (1) e (2), assegurando que, uma vez respeitadas as condições de estabilidade e dispersão numérica, mudanças de fase durante a propagação estão relacionadas com as características viscoelásticas dos meios analisados.

No caso da solução analítica de Kjartansson, o pulso inserido só precisa ser corrigido do efeito de divergência cilíndrica, correção (1), já que a natureza de suas equações não possui derivadas temporais.

## 4.4 Dados modelados e solução analítica

Soluções analíticas são importantes no estudo do fenômeno físico de propagação da onda e validação de modelagens numéricas. Em simulações com diferenças finitas em meios não elásticos, a solução analítica auxilia a distinção entre o fenômeno de dispersão numérica devido a discretização do tempo e espaço e dispersão física da velocidade devido às características viscoelásticas do meio (CARCIONE, 2015).

Utilizando a solução analítica para meio viscoelástico descrita no apêndice D, foram comparados os resultados numérico e analítico das componentes de velocidade de partícula  $v_x$  e  $v_z$ , nos dois meios homogêneos com características descritas na tabela 2 e disposição de fonte e receptores ilustrada na figura 16. A escolha do arranjo de aquisição utilizado foi motivada de forma a não ocorrer interação dos campos com as bordas do modelo, garantido que o dado modelado esteja livre de ruídos. A fonte sísmica utilizada foi uma Ricker com frequência dominante 10 Hz com aplicação das correções apresentadas na seção 3.8. A solução analítica utilizada considera que a fonte é adicionada na componente de velocidade de partícula  $v_z$ .

A figura 20 apresenta as soluções analíticas elástica e viscoelástica dos meios considerados. Utilizando as mesmas propriedades, configuração de aquisição e fonte sísmica, computou-se as modelagens elástica e viscoelásticas, ilustradas na figura 21. Para modelagem viscoelástica adotou-se o limite elástico nas altas frequências ou  $f_{ref} \rightarrow \infty$  (equação 3.49). Para controle de qualidade, sobreposto aos tiros são exibidos os tempos das ondas diretas P e S.

Em uma visão geral, os dados elástico e viscoelástico com pouca absorção ( $Q_p =$

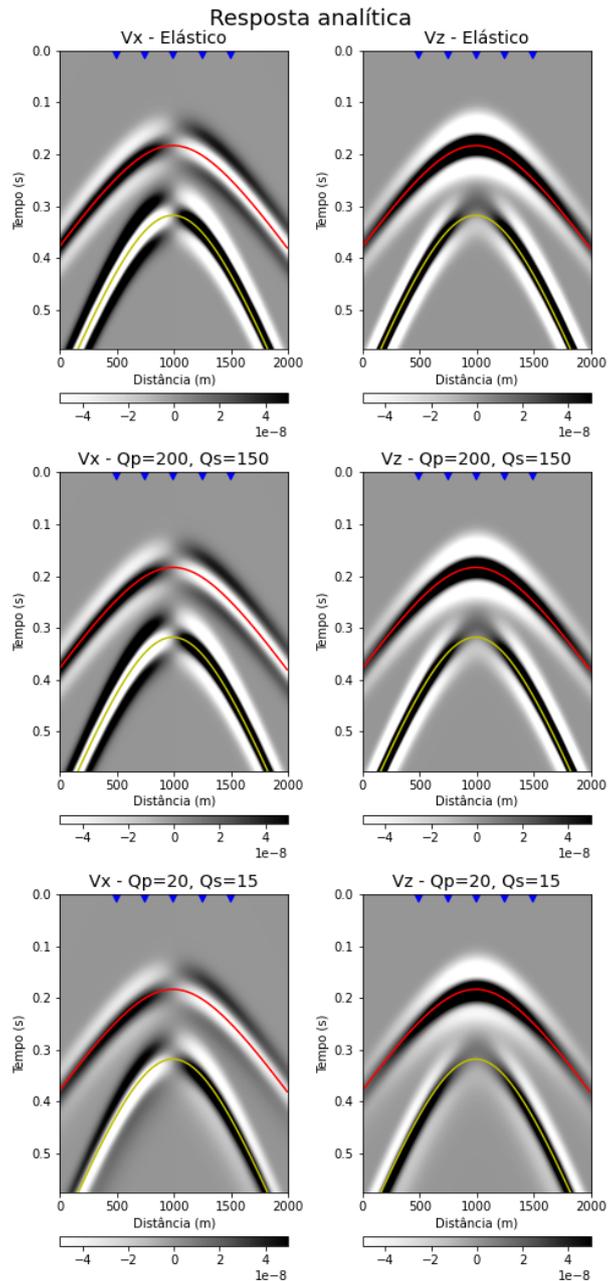


Figura 20 – Sismogramas gerados por solução analítica das componentes de velocidade  $v_x$  e  $v_z$  considerando propagação elástica e viscoelástica nos meios 1 e 2 da tabela 2. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas diretas elásticas P e S. Os triângulos azuis indicam a posição dos traços analisados em maior detalhe nas figuras 22, 23 e 24.

200,  $Q_s = 150$ ), apresentam tempo de trânsito das ondas diretas P e S próximos entre si. Já o meio viscoelástico mais absoritivo ( $Q_p = 20$ ,  $Q_s = 15$ ) apresenta tempos de trânsito relativamente maiores, como esperado para aproximação com limite elástico nas altas frequências. Para análise em maior detalhe, os sismogramas foram normalizados e traços foram extraídos nos receptores 49, 74, 99, 124 e 149, em destaque na figura 16. Na figura 22, apresenta-se a comparação entre solução analítica e modelagem elástica

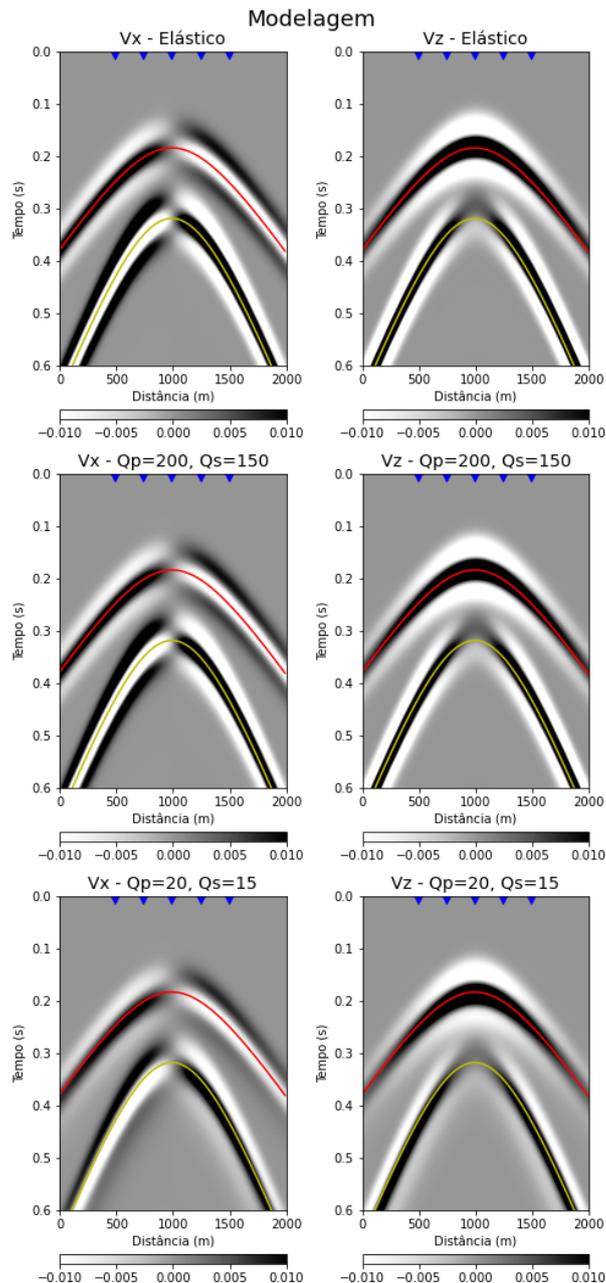


Figura 21 – Sismogramas gerados por modelagem numérica das componentes de velocidade  $v_x$  e  $v_z$  considerando propagação elástica e viscoelástica nos meios 1 e 2 da tabela 2. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas diretas elásticas P e S. Os triângulos azuis indicam a posição dos traços analisados em maior detalhe nas figuras 22, 23 e 24.

das componentes  $v_x$  e  $v_z$  para os cinco receptores destacados. A coincidência entre os picos dos pulsos de fase zero das ondas P e S com seus respectivos tempos analíticos indica que a cinemática está sendo propriamente respeitada, o que é confirmado pela similaridade do resultado numérico com a solução analítica elástica. Nas figuras 23 e 24 a mesma comparação é realizada considerando propagação viscoelástica na presença de pouca ou muita absorção (tabela 2). Pela inspeção visual, verifica-se que

ambas modelagens produzem resultados muito próximos de suas respectivas soluções analíticas. Nos traços da componente  $v_x$  observa-se que o erro possui relação com a direção de propagação da onda, sendo os traços dos receptores a esquerda da fonte os que apresentam maiores discordâncias. A média percentual absoluta dos erros de cada traço destacado foi computada com a fórmula abaixo e está listada na tabela 3.

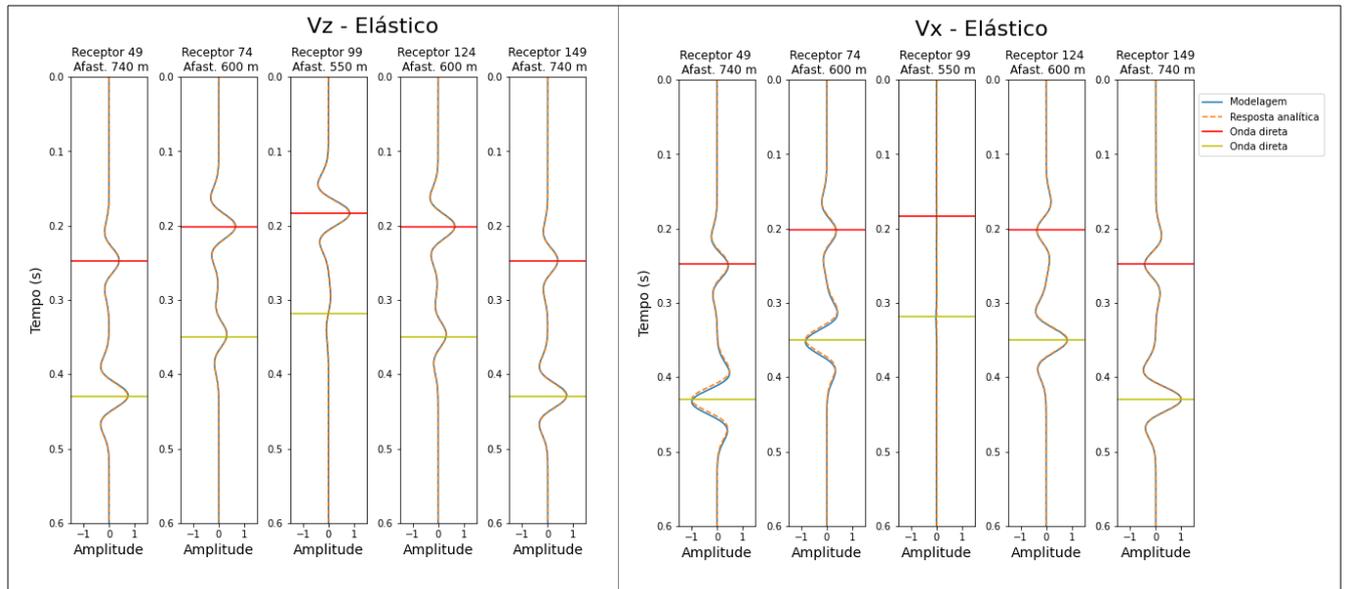


Figura 22 – Comparação entre solução analítica e dados modelados considerando propagação elástica no meio 1 ou 2 da tabela 2. Detalhe dos traços destacados nos tiros das figuras 20 e 21. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas diretas elásticas P e S.

$$Erro = \frac{1}{nt} \sum_{i=1}^{nt} \left| \frac{d_i^n - d_i^a}{d_i^a} \right| \times 100, \quad (4.2)$$

onde  $nt$  é o número de amostras temporais de cada traço,  $d_i^n$  é o valor numérico da amostra  $i$  do traço modelado, com correspondente valor analítico  $d_i^a$ .

Tabela 3 – Média percentual absoluta dos erros entre a modelagem e a solução analítica computada com precisão de 2 casas decimais. Foram consideradas as aproximações elástica e viscoelástica com propriedades descritas pelos meios 1 e 2 da tabela 2.

			Média percentual absoluta dos erros (%)				
Propagação	Meio	Componente	Rec 49	Rec 74	Rec 99	Rec 124	Rec 149
Elástica	1 ou 2	$V_x$	26,32	20,93	0,0	5,11	3,60
		$V_z$	4,23	4,15	3,28	4,15	4,23
Viscoelástica	1	$V_x$	23,19	20,29	0,0	5,04	3,13
		$V_z$	4,35	3,8	2,90	3,80	4,35
Viscoelástica	2	$V_x$	25,08	22,82	0,0	6,43	5,07
		$V_z$	4,31	3,38	2,61	3,38	4,31

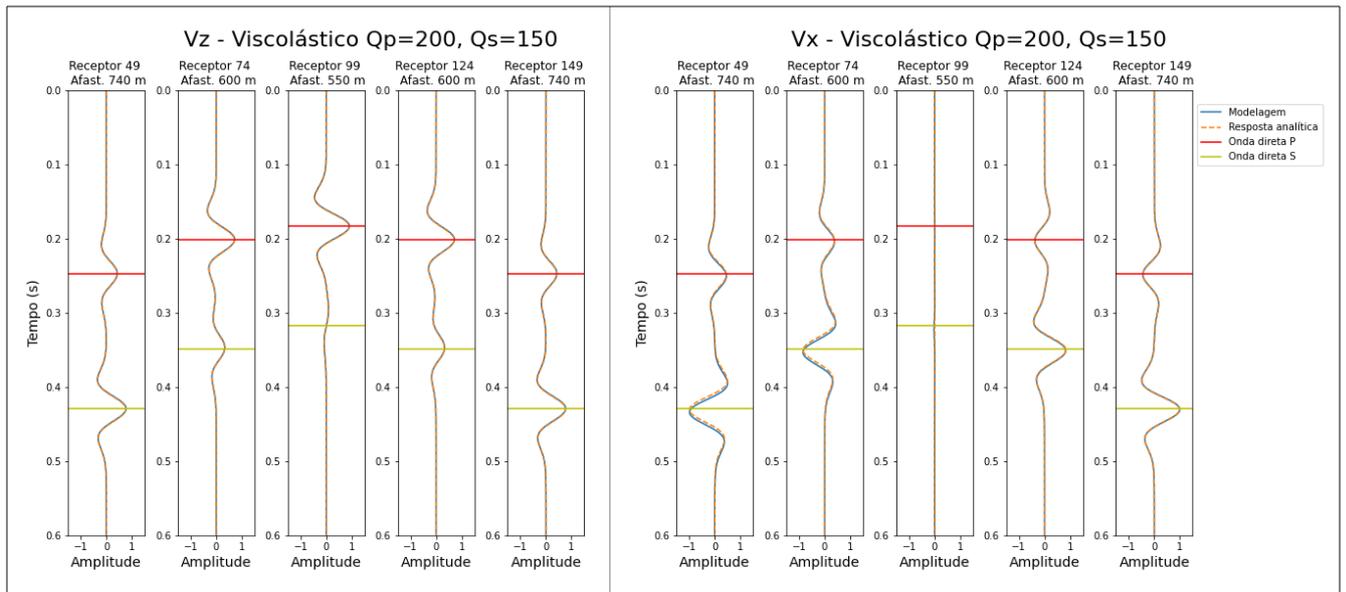


Figura 23 – Comparação entre solução analítica e dados modelados considerando propagação viscoelástica no meio 1 da tabela 2. Detalhe dos traços destacados nos tiros das figuras 20 e 21. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas direta P e S, acrescidos do tempo de atraso da fonte,  $1/f$ .

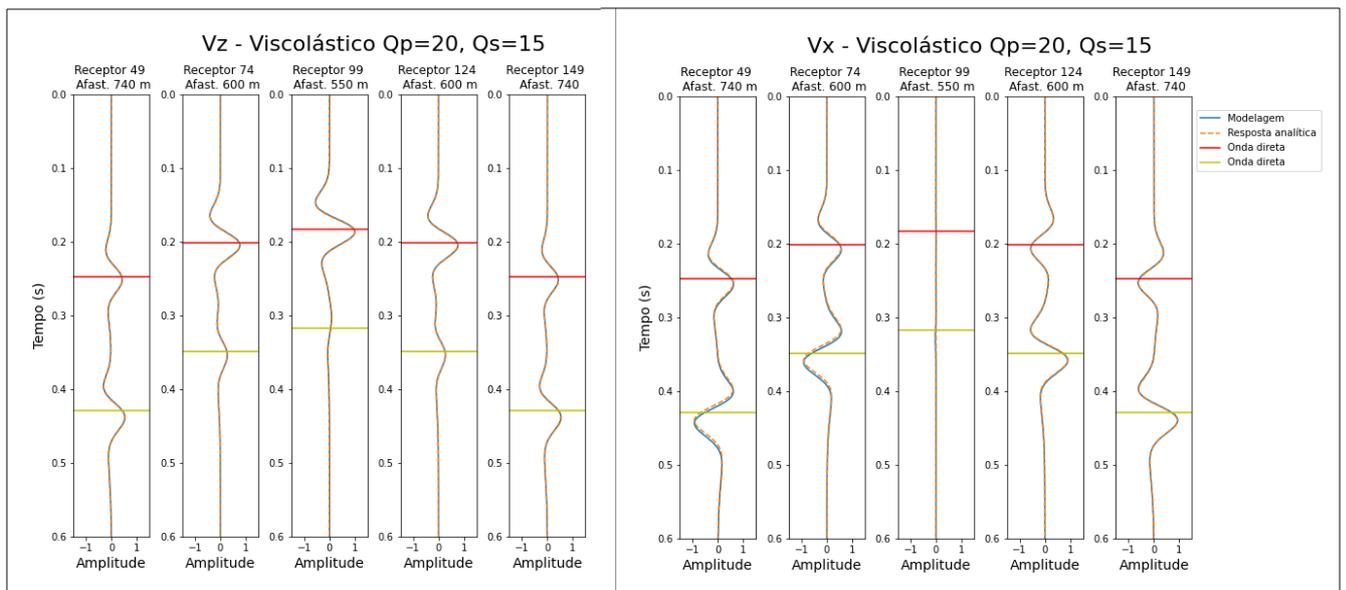


Figura 24 – Comparação entre solução analítica e dados modelados considerando propagação viscoelástica no meio 2 da tabela 2. Detalhe dos traços destacados nos tiros das figuras 20 e 21. As linhas vermelha e amarela correspondem, respectivamente, ao tempo analítico das ondas diretas elásticas P e S.

As médias percentuais absolutas dos erros entre traços modelados e suas respectivas soluções analíticas para as componentes  $v_z$  ficaram abaixo de 5%. Já as componentes  $v_x$  tem acuidade atrelada a diretividade, ou seja, receptores posicionados à esquerda da fonte possuem erros médios em torno de 20%, enquanto os receptores

dispostos à direita da fonte apresentam erros médios ao redor de 5%. Devido a essa diferença, nas demais modelagens, foram analisados sismogramas com geometria de aquisição tipo *streamer* com receptores localizados apenas à direita da fonte.

## 4.5 Fluxograma de trabalho

O trabalho foi dividido em duas principais etapas. Primeiro, a partir de modelos de propriedades homogêneas, realizou-se a análise paramétrica da modelagem viscoelástica sumarizada no fluxograma da figura 25. Com o entendimento da atuação dos parâmetros, avaliou-se a otimização de algumas variáveis e identificou-se quais seriam passíveis de alterações segundo o cenário geológico adotado. Na segunda etapa, utilizou-se de três modelos sintéticos simulando cenários de interesse para indústria petrolífera, sobre os quais foi realizada a análise paramétrica mais focada.

Para os modelos homogêneos, a avaliação é realizada em 1 sismograma de tiro comum. Os resultados viscoelásticos são analisados juntos com suas respectivas simulações elásticas e com a resposta analítica viscoacústica do modelo de  $Q$  constante de Kjartansson. São também examinados as curvas de velocidade de fase e o espectro de dissipação do modelo de Zener (ou Zener generalizado) adotado e as equivalentes curva de Kjartansson (1979), no intuito de avaliar qual representação seria mais adequada para caracterizar o comportamento de  $Q$  constante com a frequência.

Para os cenários geológicos além de 1 sismograma de tiro comum, também foram geradas seções considerando a fonte sendo uma onda plana. Com estes modelos a avaliação é focada na resposta viscoelástica segundo o número de mecanismos utilizado.

### 4.5.1 Etapas para modelagem

Para realização dos testes de modelagem com um mecanismo de Zener, escolhe-se a frequência de pico do mecanismo para cálculo dos tempos de relaxação da tensão,  $\tau_{\sigma}$ , e da deformação,  $\tau_{\epsilon}$ , (equações 3.54) que são inseridos na equação viscoelástica (apêndice C). Para o arranjo de Zener Generalizado, onde o número de mecanismos é maior do que um, o cálculo dos tempos de relaxação é realizado aplicando a teoria

de  $Q$ -quase constante apresentada na seção 3.3. Definidos os tempos de relaxação, realiza-se a simulação aplicando a equação de propagação viscoelástica apresentada no apêndice C.

#### 4.5.2 Testes realizados

A seguir são listados os experimentos elaborados neste trabalho e sumarizados no fluxograma da figura 25. Os testes 2 a 5 foram realizados em meios de atenuação fraca ( $Q_p = 200$ ) e forte ( $Q_p = 20$ ).

- Modelos homogêneos:

Teste 1 — Valores de  $Q_p$ ;

Valores testados:  $Q_p = 20, 50, 100, 200, 400, 800$  e  $3200$ .

Teste 2 — Valor da frequência de referência do módulo relaxado ( $f_{ref}$ );

Valores testados:  $f_{ref} = 0, f_{ref} = f_{fonte}$  e  $f_{ref} \rightarrow \infty$ .

Teste 3 — Valor da frequência de pico de dissipação de 1 mecanismo de Zener ( $f_{pico}$ ) em relação a frequência dominante da fonte ( $f_{fonte}$ );

Valores testados:  $f_{pico} < f_{fonte}, f_{pico} = f_{fonte}$  e  $f_{pico} > f_{fonte}$ .

Teste 4 — Valor do intervalo entre frequências de pico ( $\Delta f_{pico}$ ) entre mecanismos em arrando de SLPG com três mecanismos:

Valores testados:  $\Delta f_{pico} = 1$  oitava,  $\Delta f_{pico} = 2$  oitavas e  $\Delta f_{pico} = 3$  oitavas.

Teste 5 — Número de mecanismos em arranjo de SLPG ( $L$ ):

Valores testados:  $L = 1, 2, 3, 4, 5$  e  $6$ .

- Modelos geológicos:

Teste do número de mecanismos;

Valores testados:  $L = 1, 2$  e  $4$ .

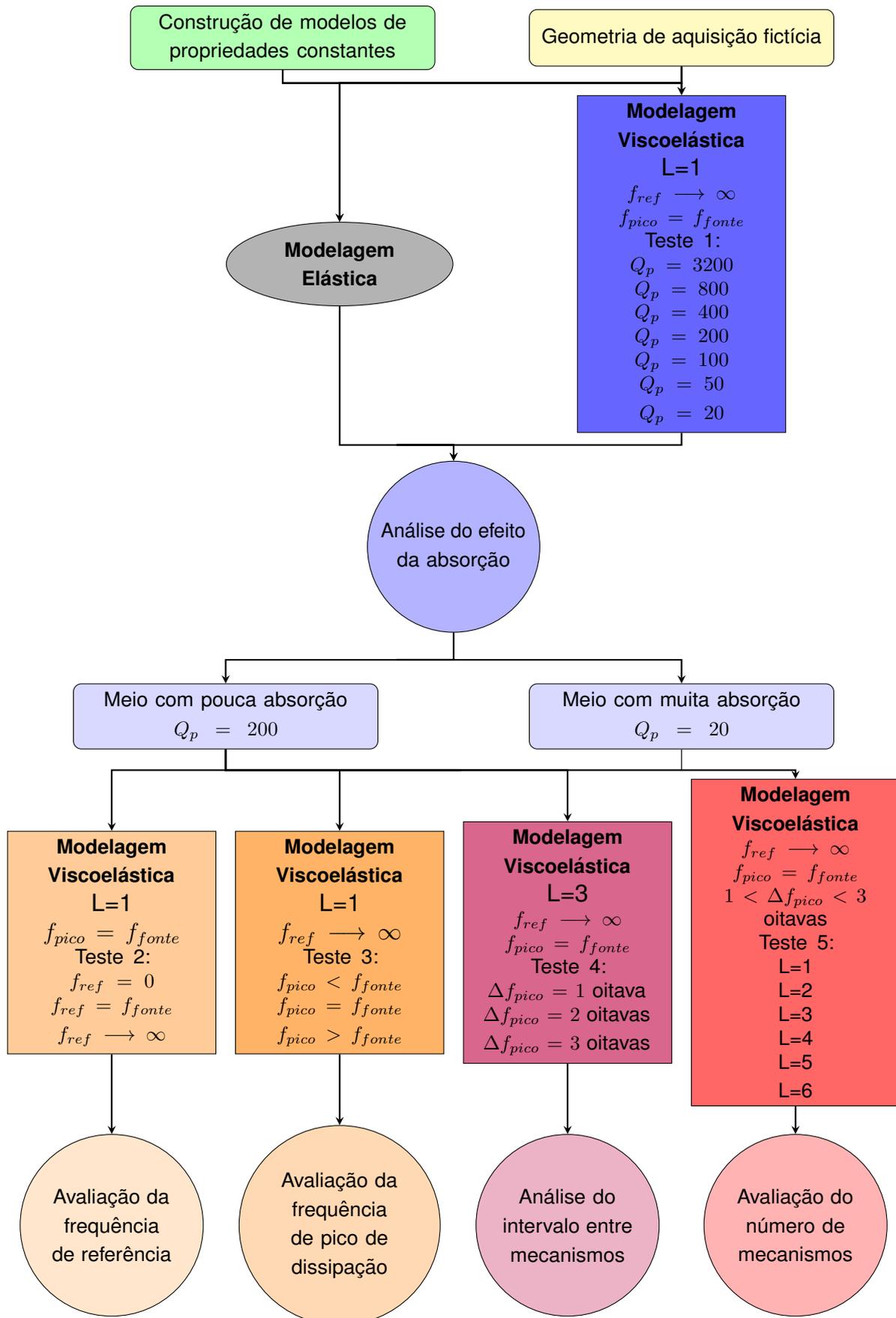


Figura 25 – Fluxograma resumindo as etapas testadas em modelo com propriedades constante.  $L$  indica o número de mecanismos considerado,  $f_{ref}$  a frequência de referência do módulo relaxado (definição do limite elástico adotado),  $f_{pico}$  é a frequência de pico de dissipação do mecanismo ou arranjo de mecanismos utilizado,  $f_{fonte}$  a frequência dominante da fonte inserida na propagação da onda e  $\Delta f_{pico}$  o intervalo entre as frequências de pico de dissipação dos mecanismos adotados.

## 5 Resultados

Os resultados são agrupados em duas seções: modelos homogêneos e cenários geológicos. Os modelos homogêneos foram utilizados na avaliação dos principais parâmetros da modelagem viscoelástica. Com estes, testou-se: diferentes valores de fator  $Q$ , a escolha da frequência de referência do módulo relaxado (determinação do limite elástico), posicionamento da frequência de pico de dissipação do mecanismo em relação a frequência dominante da fonte, valor do intervalo entre frequências de pico de dissipação para SLPG com 3 mecanismos e arranjo de Zener Generalizado com 1 a 6 mecanismos. Na segunda seção foram considerados três cenários geológicos mais realistas nos quais observou-se o efeito da variação do número de mecanismos.

Todas as modelagens foram realizadas aplicando borda de atenuação da energia das ondas nas quatro extremidades do modelo, logo não houve geração de múltiplas de superfície. Os resultados apresentam eventos primários e múltiplas internas, quando for o caso.

### 5.1 Modelos homogêneos

Nesta etapa foram adotados modelos constantes com velocidades  $v_p = 3000$  m/s,  $v_s = 1730$  m/s e densidade  $\rho = 2500$  kg/m<sup>3</sup>, como descrito pela tabela 4. Os valores de fator  $Q$  das ondas P, em uma primeira análise variaram entre 20 e 3200. Posteriormente, caracterizou-se um meio pouco absoritivo com  $Q_p = 200$  e um meio muito absoritivo com  $Q_p = 20$ . Esses dois cenários foram utilizados na avaliação de todos os demais parâmetros considerados. A geometria de aquisição empregada nestas modelagens é ilustrada na figura 26, onde destacam-se os receptores dos traços analisados em maior detalhe.

A fonte utilizada é uma Ricker com frequência dominante de 10 Hz e com aplicação das correções (1) e (2) apresentadas nas seções 3.8 e 4.3. A fonte foi adicionada nas componentes de tensão normal para simulação do campo de pressão, gerando assim apenas a onda P. Considerando as condições de estabilidade e dispersão numérica, foram utilizados intervalos de malha  $\Delta x = \Delta z = 10$  m e amostragem temporal  $\Delta t = 0,5$

Tabela 4 – Propriedades dos modelos homogêneos utilizadas no Teste 1: avaliação do valor do fator  $Q$ .

$v_p$ (m/s)	$v_s$ (m/s)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$Q_p$	$Q_s$
3000	1730	2500	3200	2400
			800	600
			400	300
			200	150
			100	75
			50	37,5
			20	15

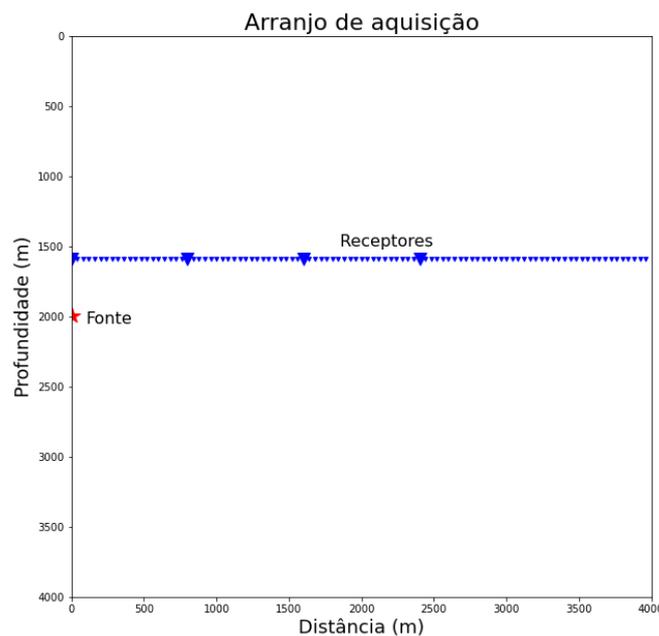


Figura 26 – Geometria de aquisição utilizada na simulação de propagação de um tiro em meio homogêneo. Em vermelho a posição da fonte e em azul a distribuição dos receptores, sendo destacadas as posições dos traços analisados em maior detalhe.

ms.

A solução analítica viscoacústica do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson foi utilizada de forma comparativa para balizar algumas análises. Em sua aplicação foi empregado o pulso Ricker com aplicação apenas da correção (1), pois devido a natureza das equações, a correção (2) não é necessária.

### 5.1.1 Teste 1: Avaliação do valor do fator $Q$

Para entendimento da atuação da absorção, foram realizadas modelagens variando o fator  $Q$  das ondas P,  $Q_p$ , e das ondas S,  $Q_s$ , como descrito pela tabela 4. Baseado em exemplos da literatura nos quais  $Q_s < Q_p$ , (YANG; MAO; CHANG, 2015; GUO; MCMECHAN; REN, 2019), assumiu-se  $Q_s = 0,75 \times Q_p$ . Para a modelagem viscoelástica adotou-se o limite elástico nas altas frequências ( $f_{ref} \rightarrow \infty$ ) e frequência de pico de dissipação do mecanismo igual a frequência dominante da fonte,  $f_{pico} = f_{fonte}$ .

A figura 27 reúne os espectros de dissipação e as curvas de velocidade de fase da onda P para os diferentes valores de  $Q_p$  da tabela 4. Pela representação teórica, quanto menor o valor de  $Q$  maior a faixa de frequência submetida a atenuação e maior a variação da velocidade de fase da onda propagada.

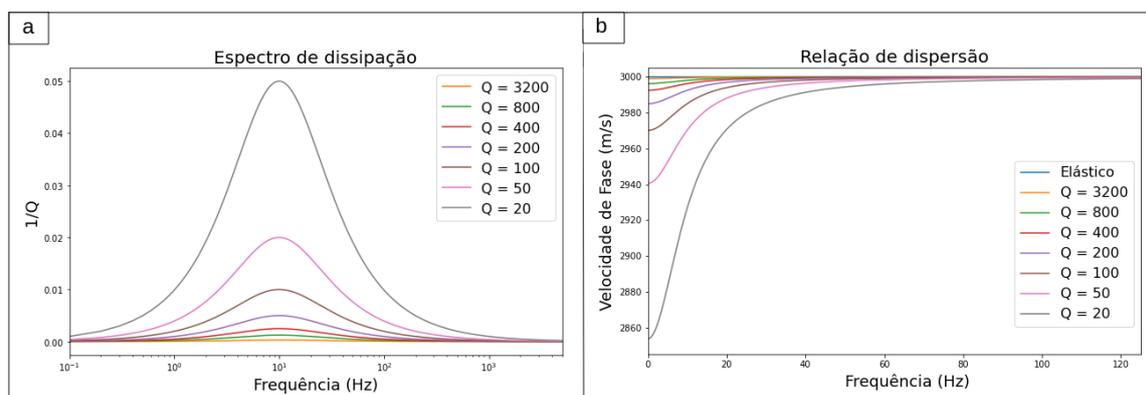


Figura 27 – Espectros de dissipação (a) e curvas de velocidade de fase (b) para modelo de SLP com as propriedades acústicas apresentados na tabela 4. Modelo viscoelástico adotado: Zener com 1 mecanismo, limite elástico nas altas frequências e frequência de pico de dissipação em 10 Hz.

A figura 28 traz a simulação dos registros do campo de pressão modelados com os parâmetros da tabela 4. Nesta comparação é clara a diminuição de amplitude do evento a medida que reduz-se o valor do fator  $Q$  utilizado. Nesta análise, a esperada mudança de forma do pulso devido ao fenômeno de dispersão é mais evidente para os casos nos quais  $Q_p$  é menor que 100.

Para melhor análise dos resultados, são selecionados 4 traços de cada sismograma, correspondentes aos receptores 1, 20, 40 e 60. A figura 29 mostra a sobreposição dos traços desses receptores, assim como, seus espectros de amplitude e de fase.

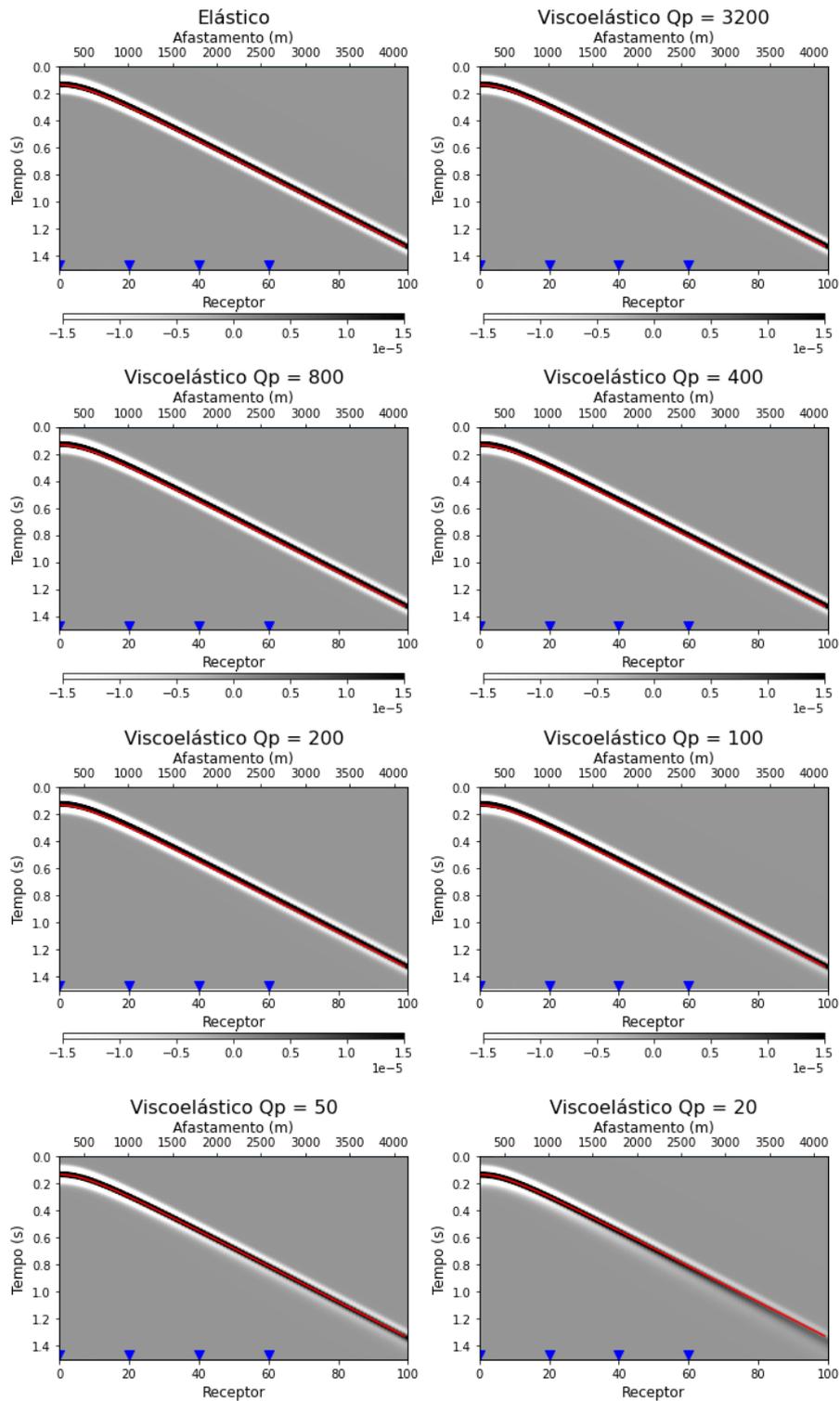


Figura 28 – Sismogramas de pressão no domínio do tiro comum simulados com as propriedades da tabela 4 e arranjo de aquisição da figura 26. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P para o caso elástico. Em azul, destaca-se as posições dos traços analisados em maior detalhe na figura 29.

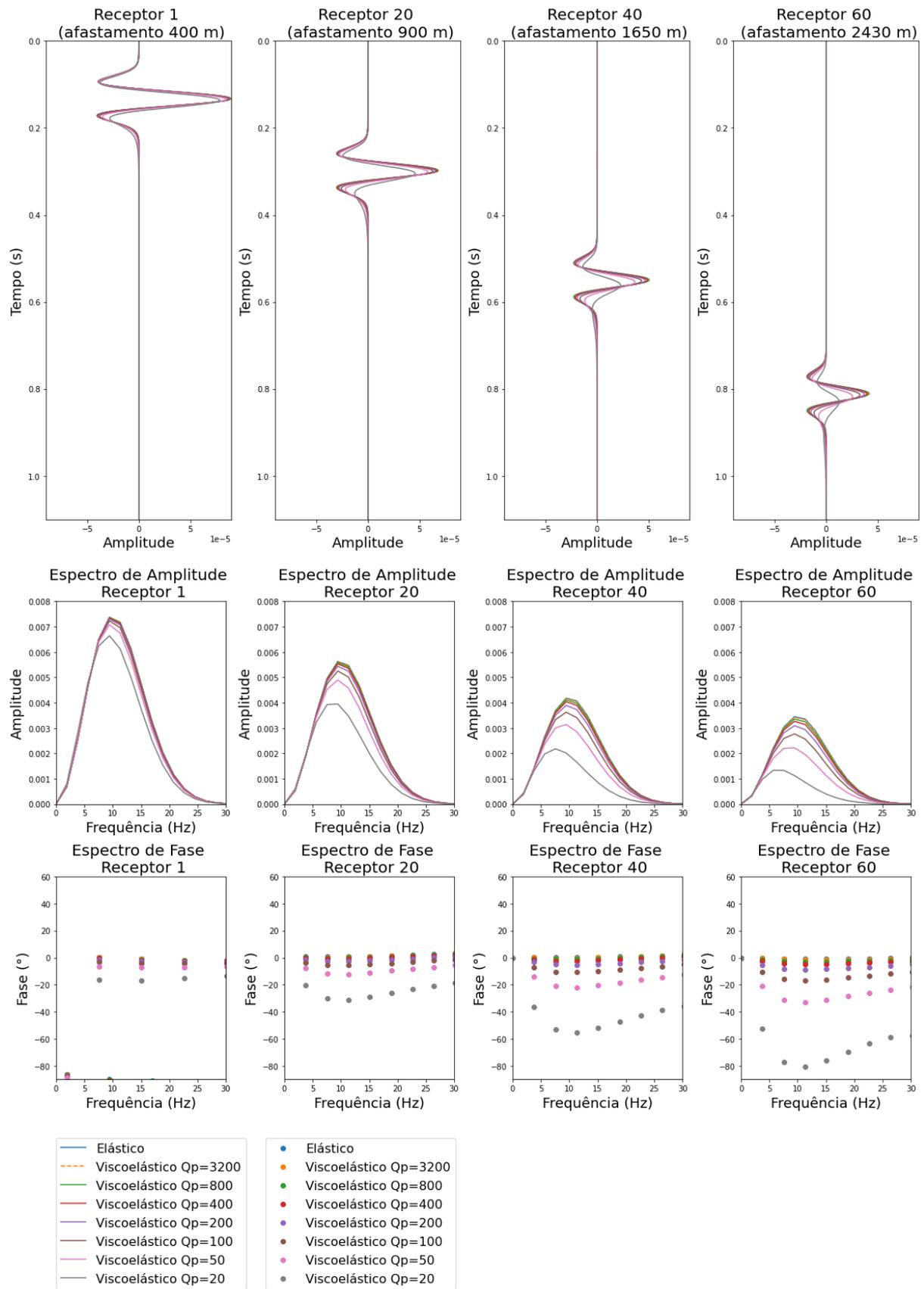


Figura 29 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 28 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase.

Observando primeiro a modelagem elástica, verifica-se que a forma do pulso não apresenta distorção à medida que aumenta-se o afastamento fonte-receptor. A diminuição de amplitude observada se deve ao fenômeno de espalhamento geométrico. Este efeito fica evidente no espectro de amplitude, onde verifica-se que a diminuição da energia com o afastamento preserva o pulso inicial. No espectro de fase, observa-se que não há alteração da fase com a frequência nem com o afastamento, sendo esta mantida constante e igual a zero. A simulação elástica honra as características de uma onda se propagando em meio elástico e não apresenta instabilidade ou dispersão numérica.

Examinando as modelagens viscoelásticas, constata-se que quanto menor o valor do fator  $Q$ , menor é a energia do traço e maior é o deslocamento da fase em relação ao pulso no modelo elástico, ou seja, quanto menor o valor do fator  $Q$ , maior é a absorção do sinal. Observando o efeito de variação da amplitude com o afastamento, nota-se que para um dado fator  $Q$ , quanto maior o afastamento, maior o deslocamento da frequência de pico do sinal para frequências mais baixas. O que pode ser observado comparando os espectros de amplitude da modelagem com  $Q_p = 20$ , por exemplo. A amplitude do sinal é alterada tanto pelo efeito do espalhamento geométrico da energia, quanto pela atenuação associada à absorção.

Para avaliação dos demais parâmetros, é válido considerar dois casos: absorção fraca e absorção forte. Para tanto, foram escolhidos, respectivamente, os valores de  $Q_p = 200$  e  $Q_p = 20$ , destacados na figura 30. A escolha foi baseada em valores típicos utilizados pela literatura para representação de cenários geológicos (CARCIONE, 1993; YANG; MAO; CHANG, 2015).

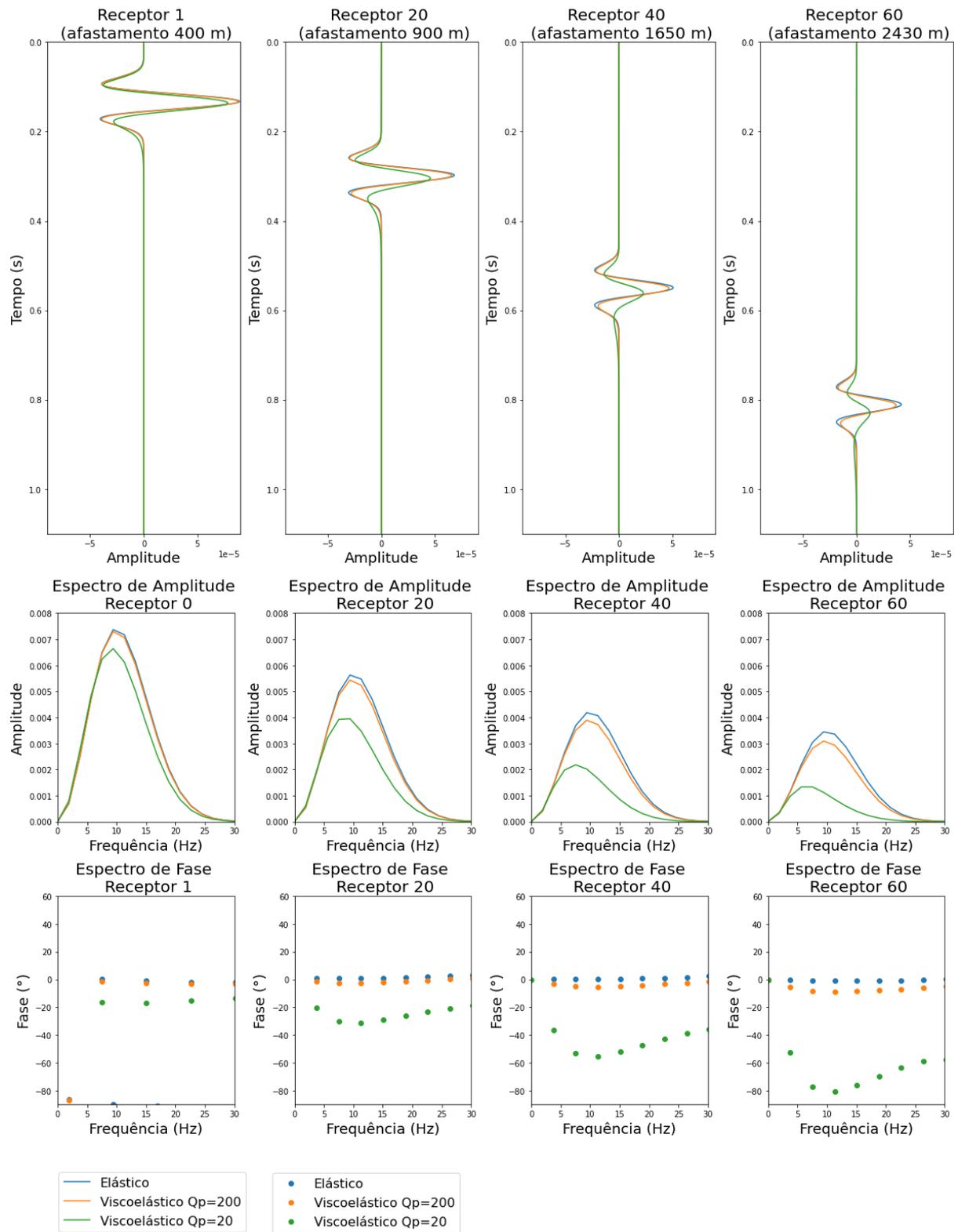


Figura 30 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 28, considerando os casos  $Q_p = 200$  e  $Q_p = 20$ , os quais foram adotados como cenários de absorção fraca e absorção forte, respectivamente.

### 5.1.2 Teste 2: Avaliação da frequência de referência

Baseado nas diferentes escolhas de frequência de referência do módulo relaxado encontradas na literatura (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988b; ZHU; CARCIONE; HARRIS, 2013; FAN et al., 2016; GUO; MCMECHAN; REN, 2019), nesta seção analisa-se a influência deste parâmetro no resultado das modelagens viscoelásticas. Para 1 mecanismo de Zener, com  $f_{pico} = f_{fonte}$ , foram testados o posicionamento da frequência de referência,  $f_{ref}$ , nos extremos inferior e superior do espectro de frequência e o caso em que a frequência de referência é igual a frequência dominante da fonte,  $f_{ref} = f_{fonte}$ . Este conceito é importante, pois determina o limite elástico adotado para o modelo de Zener. Para  $f_{ref} = 0$ , considera-se o comportamento elástico nas baixas frequências, caso  $f_{ref} \rightarrow \infty$ , a atitude elástica é posicionada nas altas frequências e se  $f_{ref} = f_{fonte}$ , a frequência dominante da fonte apresentará comportamento elástico.

Na prática, o limite elástico nas baixas frequências é aplicado fazendo o módulo relaxado,  $M_R$ , igual ao módulo elástico,  $M_e$ . O limite elástico nas altas frequências é obtido fazendo o módulo elástico igual ao módulo não-relaxado,  $M_U$ , e calculando  $M_R$  a partir da equação 3.49. Para posicionamento da frequência de referência em um valor qualquer,  $M_R$  é computado com a equação 3.48. Esta análise foi realizada considerando os cenários de pouca e muita absorção apresentados. A solução analítica do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson é também introduzida em uma análise comparativa aos resultados obtidos. Neste caso, adapta-se as frequências de referência do modelo de Zener, utilizando  $f_{ref} = 1$  Hz,  $f_{ref} = f_{fonte}$  e  $f_{ref} = 125$  Hz, sendo os valores extremos baseados na banda de frequência de dados sísmicos.

#### 5.1.2.1 Cenário com absorção fraca

Como pode ser visto na figura 31, a mudança da frequência de referência não altera o espectro de dissipação do SLP adotado, uma vez que, este depende apenas do valor do fator  $Q$ . Já as curvas de velocidade de fase,  $v_f$ , apresentam comportamentos bem distintos entre si. Quando  $f_{ref} = 0$  a velocidade de fase tem valor mínimo igual a velocidade elástica, considerada como 3000 m/s, enquanto  $f_{ref} \rightarrow \infty$  estabelece a velocidade de fase máxima como a velocidade elástica. Se  $f_{ref} = f_{fonte}$  a velocidade de fase terá a velocidade elástica na frequência dominante da fonte, que neste experimento é igual a 10 Hz. A tabela 5 apresenta os valores limítrofes das curvas de velocidade de

fase segundo o valor de  $f_{ref}$  adotado.

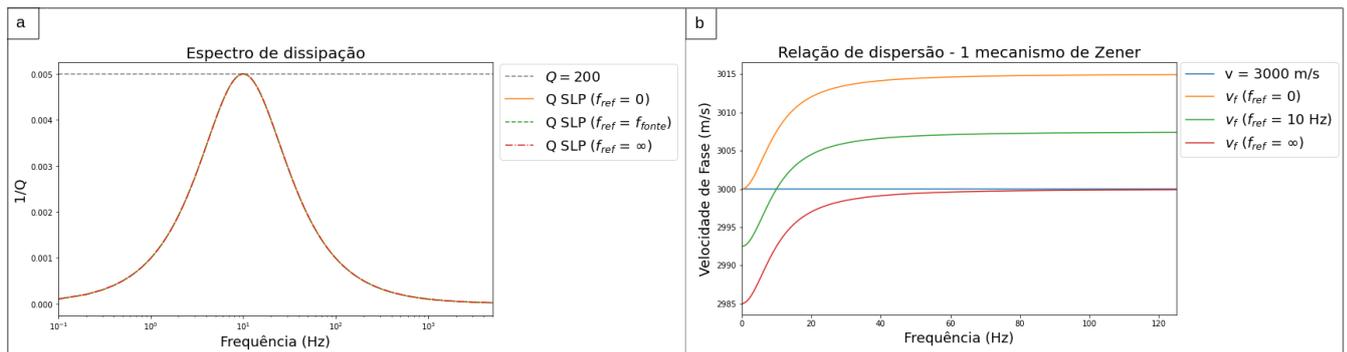


Figura 31 – (a) Espectros de dissipação de SLP com  $Q_p = 200$  e diferentes frequência de referência do módulo relaxado. (b) Respectivas curvas de velocidade de fase teóricas.

Tabela 5 – Valores mínimos e máximos de velocidade de fase do modelo de Zener segundo a frequência de referência do módulo relaxado escolhida. Cenário com absorção fraca.

$f_{ref}$ (Hz)	$v_{f_{min}}$ (m/s)	$v_{f_{max}}$ (m/s)
0	3000	3015
10	2992	3007
$\infty$	2985	3000

Realizando a modelagem de um sismograma de tiro comum para o caso elástico e a aproximação viscoelástica com os três distintos posicionamentos da  $f_{ref}$  estudados, foram obtidos os resultados da figura 32. A curva vermelha mostra o tempo analítico da onda direta P elástica, evidenciando que as soluções são muito semelhantes entre si. Para uma investigação mais detalhada, são selecionados 4 traços de cada sismograma, exibidos na figura 33, junto com seus espectros de amplitude e fase. A forma dos traços é muito similar, mas a medida que o afastamento vai aumentando, é possível perceber a distorção da fase do caso viscoelástico. A diminuição da amplitude é praticamente a mesma para qualquer  $f_{ref}$  adotada. O comportamento da fase reflete o esperado teoricamente, a curva para  $f_{ref} = 0$  tem fase nula na frequência zero, a curva  $f_{ref} = 10$  Hz tem fase zero na frequência de 10 Hz, enquanto para  $f_{ref} \rightarrow \infty$ , a fase tende a zero nas altas frequências.

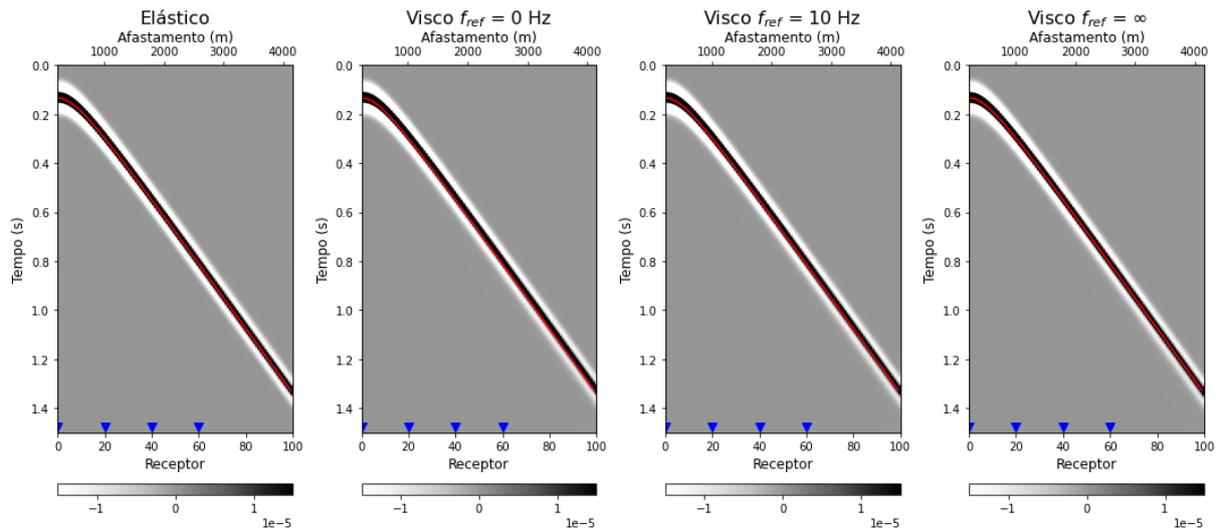


Figura 32 – Sismogramas no domínio do tiro comum modelados considerando o cenário de pouca absorção ( $Q_p = 200$ ). Comparação entre a modelagem elástica e os casos viscoelásticos com diferentes posicionamentos das frequências de referência. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta no caso elástico. Símbolos azuis mostram a posição dos traços analisados em maior detalhe na figura 33.

A solução analítica do  $Q$ -constante de Kjartansson é utilizada de forma comparativa aos resultados obtidos. Foi adotado  $Q_p = 200.000$  para reprodução do caso elástico. Para a aproximação viscoelástica com  $Q_p = 200$ , as frequências de referência utilizadas para simulação dos três casos estudados são:  $f_{ref} = 1$  Hz, para limite elástico nas baixas frequências;  $f_{ref} = f_{fonte} = 10$  Hz e  $f_{ref} = 125$  Hz para limite elástico nas altas frequências. Os valores limítrofes foram escolhidos com base no intervalo de frequência de dados sísmicos corriqueiros. A figura 34 traz os sismogramas no domínio do tiro comum dessas simulações, com destaque para os receptores dos traços analisados em maior detalhe na figura 35.

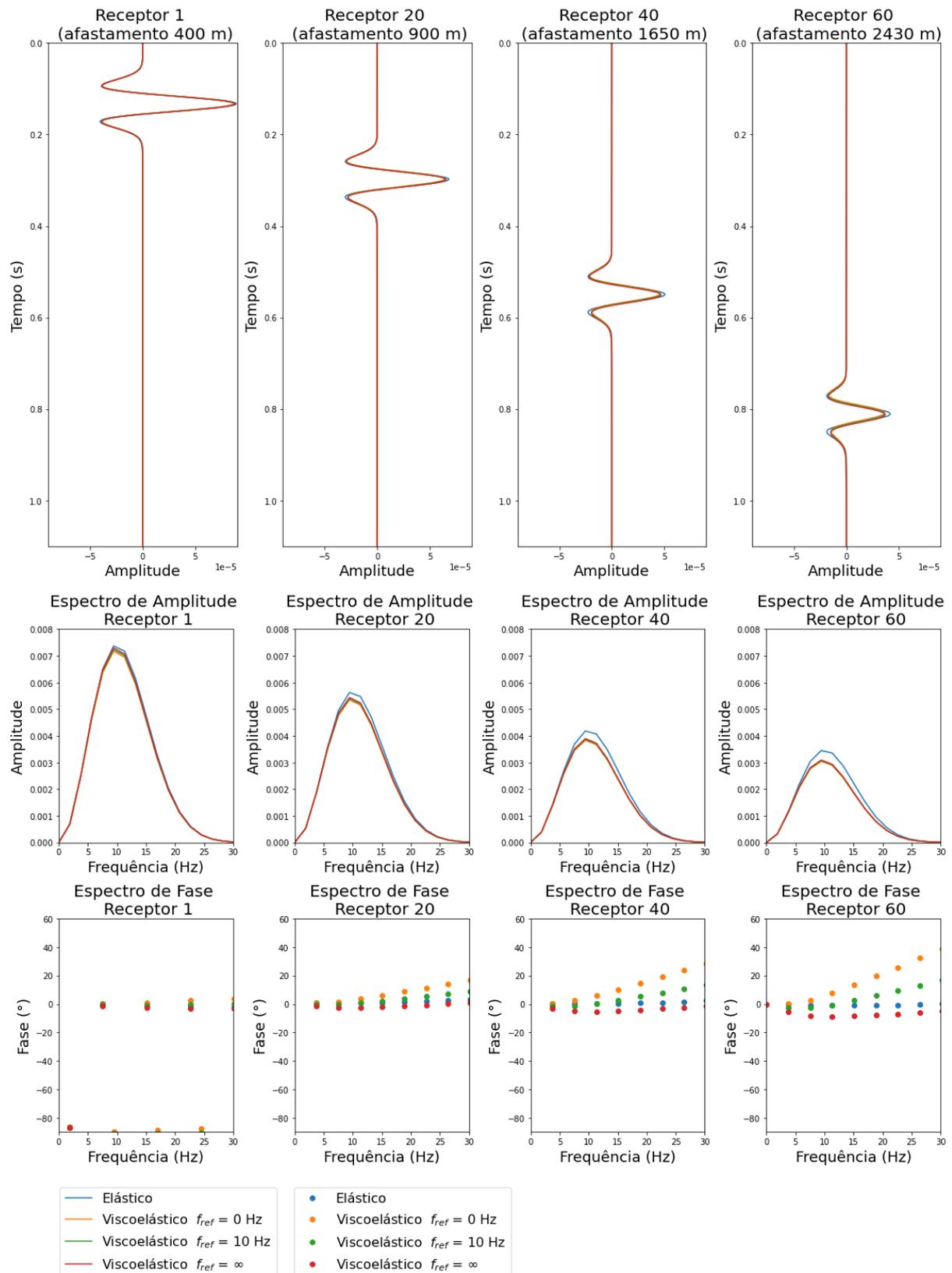


Figura 33 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 32 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase.

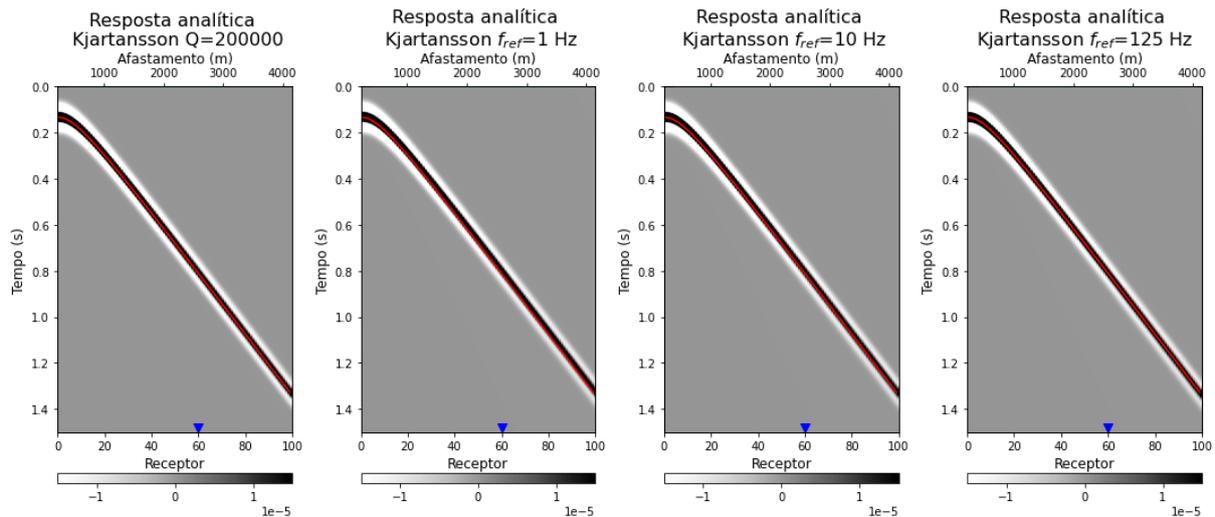


Figura 34 – Sismogramas no domínio do tiro comum computados utilizando a solução analítica de  $Q$ -constante de Kjartansson. Para reproduzir a simulação elástica empregou-se um  $Q = 200.000$ . Nos casos viscoelásticos foi utilizado o mesmo  $Q = 200$  com frequências de referência  $f_{ref} = 1$  Hz,  $f_{ref} = 10$  Hz e  $f_{ref} = 125$  Hz. A linha vermelha marca o tempo analítico elástico da onda direta P e o símbolo azul evidencia a posição dos traços analisados na figura 35.

A comparação entre as modelagens e as respectivas soluções analíticas de  $Q$ -constante de Kjartansson mostra boa similaridade entre as formas dos pulsos e seus espectros de amplitude, sendo a maior diferença evidenciada no espectro de fase, principalmente no caso de limite elástico nas altas frequências. Isso significa que para uma absorção fraca, o modelo de Zener com 1 mecanismo reproduz um comportamento similar ao do  $Q$ -constante, mesmo apresentando espectro de dissipação não-plano.

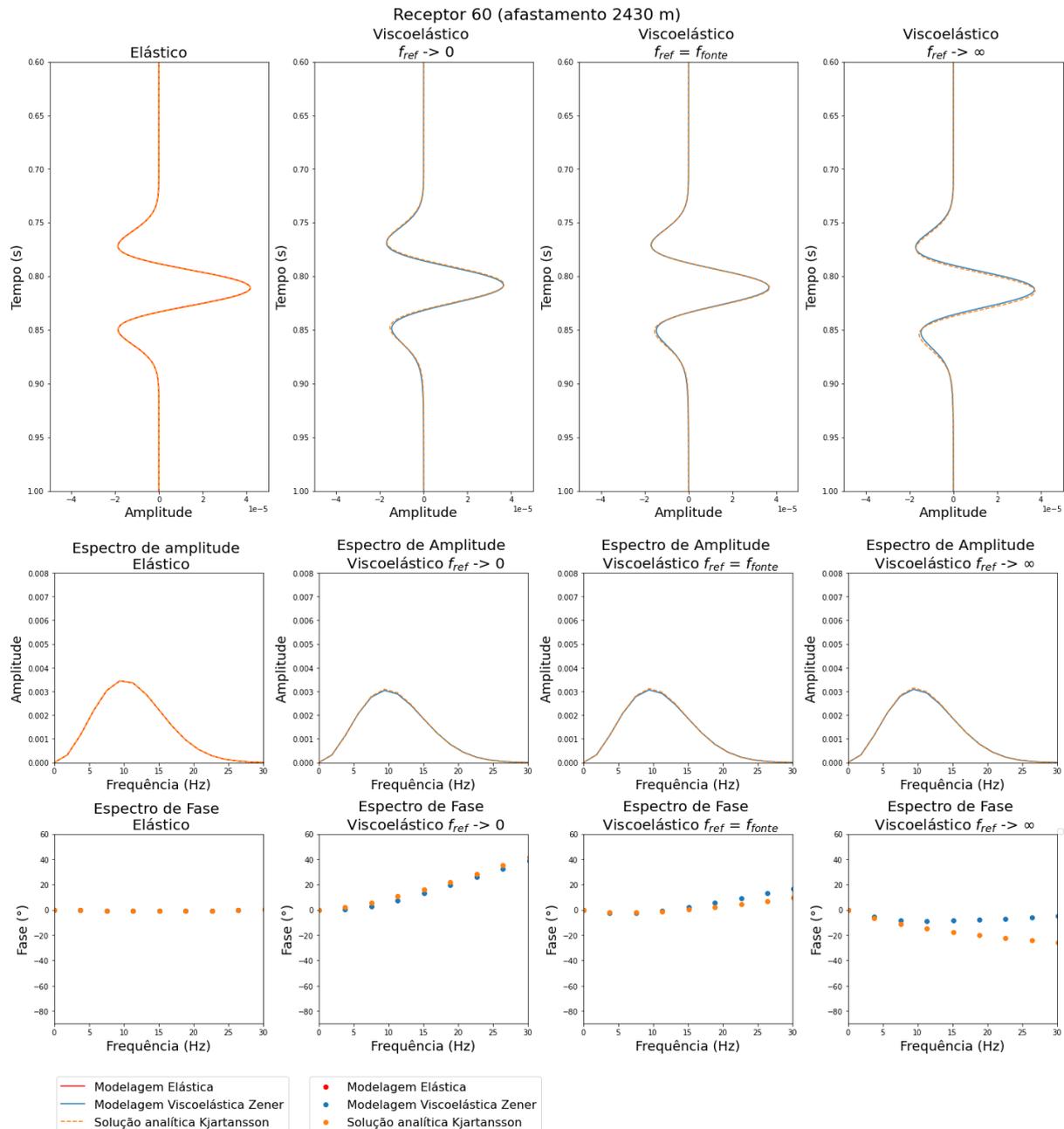


Figura 35 – Traços do receptor 60 dos sismogramas computados com a solução analítica do  $Q$ -constante de Kjartansson, apresentados na figura 34, sobrepostos aos correspondentes gerados por soluções elástica e viscoelástica do modelo de Zener apresentadas na figura 32. Também são apresentados seus respectivos espectros de amplitude e de fase.

### 5.1.2.2 Cenário com absorção forte

Os mesmos resultados da seção anterior foram reproduzidos considerando cenário de absorção forte,  $Q_p = 20$ . As velocidades de fase mantêm mesma associação com  $f_{ref}$  constatada na seção anterior, no entanto, devido ao menor valor de  $Q_p$ , a variação

das curvas de velocidade de fase é muito mais expressiva que as correspondentes curvas do caso de absorção fraca, como pode ser visto na figura 36 e tabela 6.

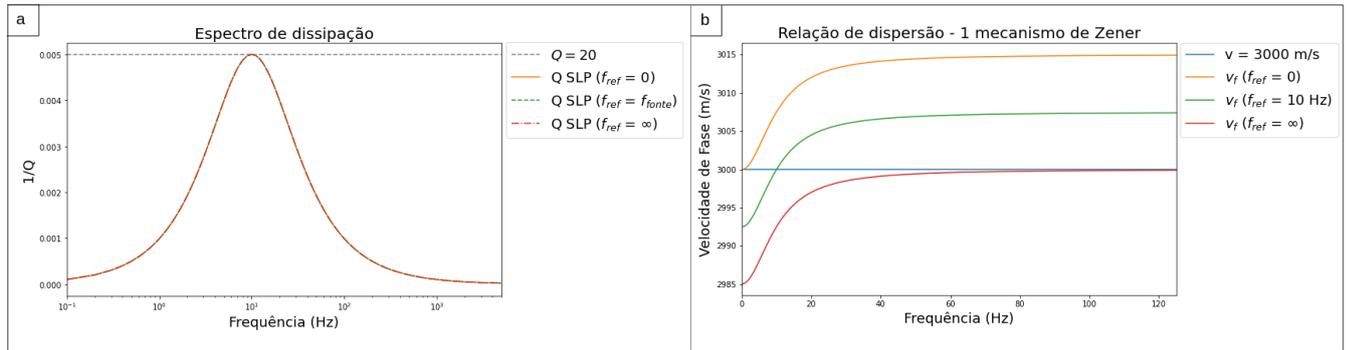


Figura 36 – (a) Espectros de dissipação de SLP com  $Q = 20$  e diferentes frequência de referência do módulo relaxado. (b) Respectivas curvas de velocidade de fase teóricas.

Tabela 6 – Valores mínimos e máximos de velocidade de fase do modelo de Zener segundo a frequência de referência do módulo relaxado escolhida. Cenário com absorção fraca.

$f_{ref}$ (Hz)	$v_{f_{min}}$ (m/s)	$v_{f_{max}}$ (m/s)
0	3000	3154
10	2925	3075
$\infty$	2854	3000

Para o caso de absorção forte, a simulação dos sismogramas na figura 37 mostra claramente a mudança da curva de tempo de trânsito da onda direta P a depender da  $f_{ref}$  escolhida. Para  $f_{ref} = 0$ ,  $f_{ref} = 10$  Hz e  $f_{ref} \rightarrow \infty$  os tempos de trânsito são, respectivamente, menor, similar ou maior que os tempos do caso elástico, comportamento de acordo com as curvas de velocidade de fase apresentadas na figura 36.

A figura 38 apresenta a avaliação dos traços em destaque na figura 37 e seus respectivos espectros de amplitude e fase. Diferentemente do caso de absorção fraca, neste experimento a separação temporal entre as simulações viscoelásticas com as  $f_{ref}$  estudadas é evidente e tanto maior quanto maior o afastamento entre fonte e receptor. Os espectros de amplitude mostram distinta atuação da atenuação segundo a  $f_{ref}$ : o caso  $f_{ref} \rightarrow \infty$  apresenta atenuação mais forte, enquanto  $f_{ref} = 0$  possui atenuação mais fraca. Já os espectros de fase preservam as fases nulas teóricas para cada  $f_{ref}$ , apresentando maior rotação da fase do que no caso de absorção fraca, como é esperado. Suas tendências podem parecer irregulares, no entanto, é necessário

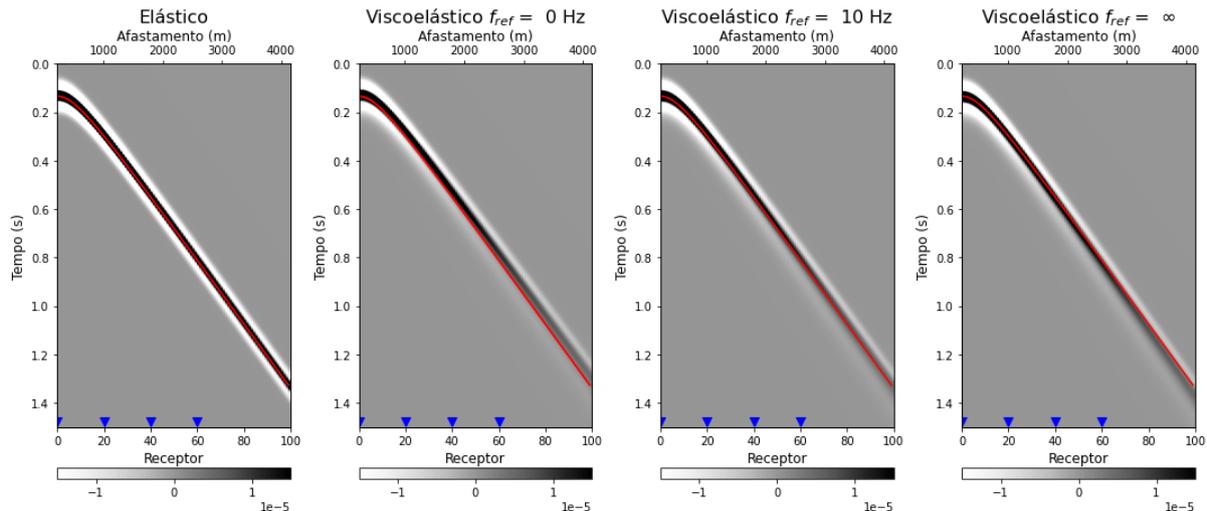


Figura 37 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum modelados considerando o cenário de absorção forte ( $Q_p = 20$ ). Comparação entre a modelagem elástica e os casos viscoelásticos com diferentes posicionamentos das frequências de referência. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta no caso elástico. Símbolos azuis mostram a posição dos traços analisados em maior detalhe na figura 38.

considerar que a fase varia de  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ , portanto, se a variação for muito grande a curva irá continuar no quadrante com valor de fase oposto.

A solução analítica de  $Q$ -constante de Kjartansson também foi computada, agora considerando  $Q_p = 20$ . A figura 39 ilustra os sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum para as diferentes frequências de referência utilizadas, ao lado da solução com  $Q_p = 200.000$  que simula o caso elástico.

Analisando o traço do receptor 60 (figura 40), fica claro que para o caso de absorção forte, o melhor ajuste entre o modelo de Zener com 1 mecanismo e o modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson ocorre quando  $f_{ref} = f_{fonte}$ . Os espectros de amplitude não apresentam divergências significativas. Refletindo o comportamento dos pulsos, os espectros de fase apresentam grandes diferenças para  $f_{ref}$  nos valores extremos.

O comportamento para  $f_{ref} \rightarrow \infty$ , onde a velocidade viscoelástica é menor que a elástica, é considerado mais próximo da relação de dispersão de materiais reais na banda de frequência sísmica (FAN et al., 2016). Com essa aproximação, 1 mecanismo de Zener tem resultado semelhante ao modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson para caso de absorção fraca ( $Q_p = 200$ ). No caso de absorção forte ( $Q_p = 20$ ), o modelo de Zener com 1 mecanismo, apresenta adiantamento temporal em relação ao modelo de Kjartansson.

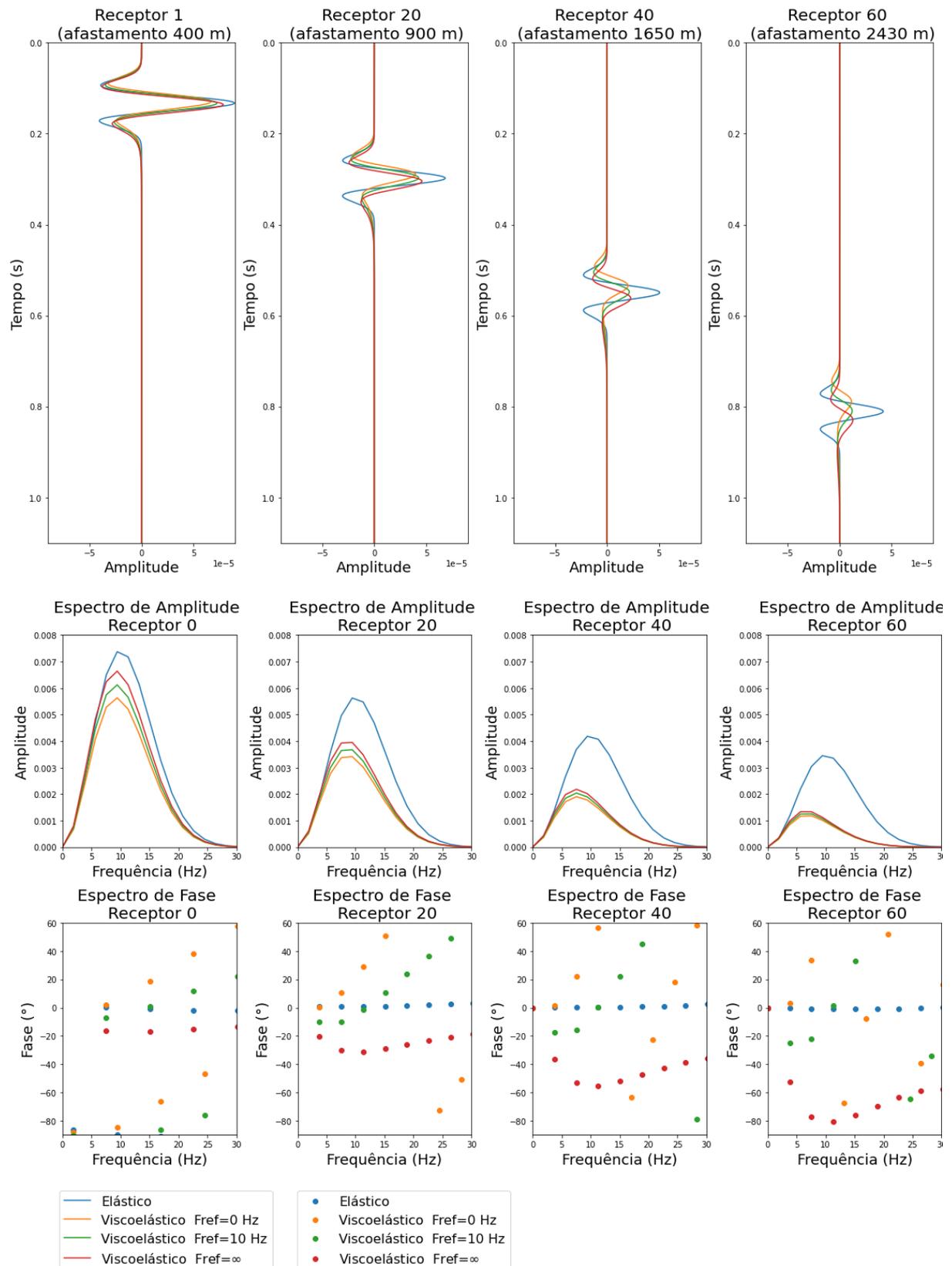


Figura 38 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 37 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase.

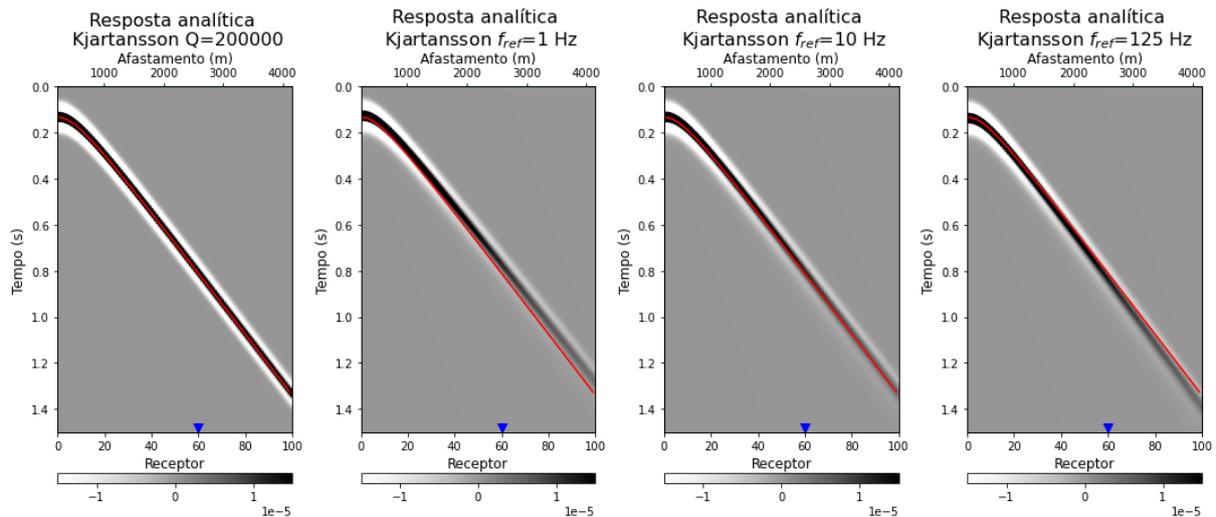
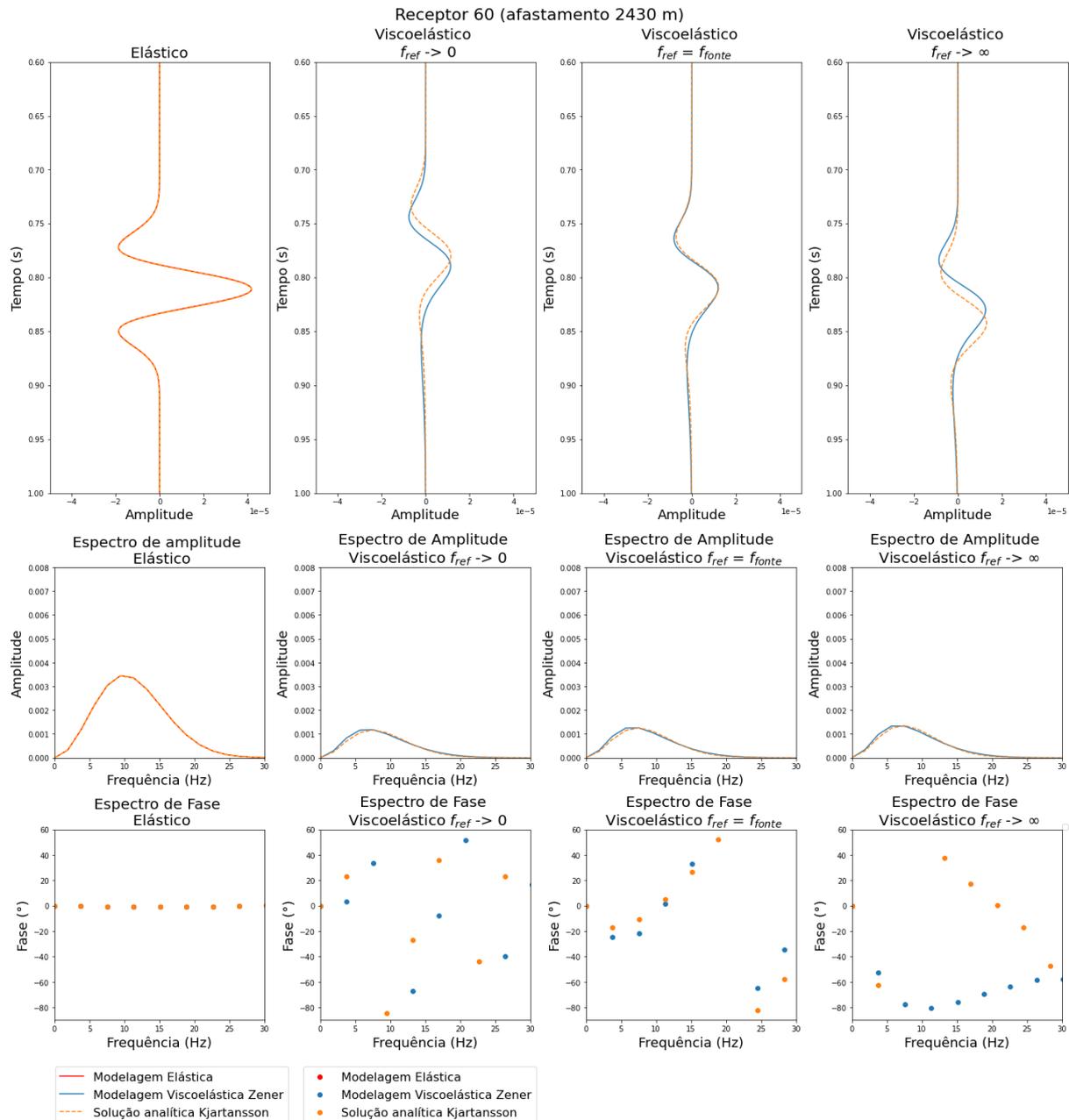


Figura 39 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum computados utilizando a solução analítica de  $Q$ -constante de Kjartansson. Para reproduzir a simulação elástica empregou-se um  $Q_p = 200.000$ . Nos casos viscoelásticos foi utilizado o mesmo  $Q_p = 20$  com frequências de referência  $f_{ref} = 1$  Hz,  $f_{ref} = 10$  Hz e  $f_{ref} = 125$  Hz. A linha vermelha marca o tempo analítico elástico da onda direta P e o símbolo azul destaca a posição dos traços analisados na figura 40.

A seguir, é analisado o efeito da variação no posicionamento da frequência de pico de dissipação do mecanismo de Zener em relação a frequência dominante da fonte.



frequência dominante da fonte,  $f_{fonte}$ , utilizada na simulação numérica (ZHU; CARCIONE; HARRIS, 2013; FAN et al., 2016; FABIEN-OUELLET; GLOAGUEN; GIROUX, 2017b). No entanto, em um meio viscoelástico, à medida que a onda se propaga, a frequência dominante da fonte vai diminuindo, alterando a relação entre esses parâmetros. Por isso, nesta seção avalia-se o efeito de considerar as três seguintes situações:  $f_{pico} < f_{fonte}$ ,  $f_{pico} = f_{fonte}$  e  $f_{pico} > f_{fonte}$ . Os testes seguiram com aproximação do limite elástico nas altas frequências ( $f_{ref} \rightarrow \infty$ ), para os dois cenários de absorção apresentados.

### 5.1.3.1 Cenário com absorção fraca

Como a frequência dominante da fonte utilizada na modelagem é igual a 10 Hz, são estudados os seguintes casos:  $f_{pico} = 4$  Hz,  $f_{pico} = 10$  Hz e  $f_{pico} = 25$  Hz. O objetivo é avaliar o quanto esse parâmetro influencia a propagação viscoelástica.

A mudança do posicionamento de  $f_{pico}$  além de deslocar o espectro de dissipação, altera a velocidade de fase do mecanismo de Zener, como pode ser visto na figura 41.

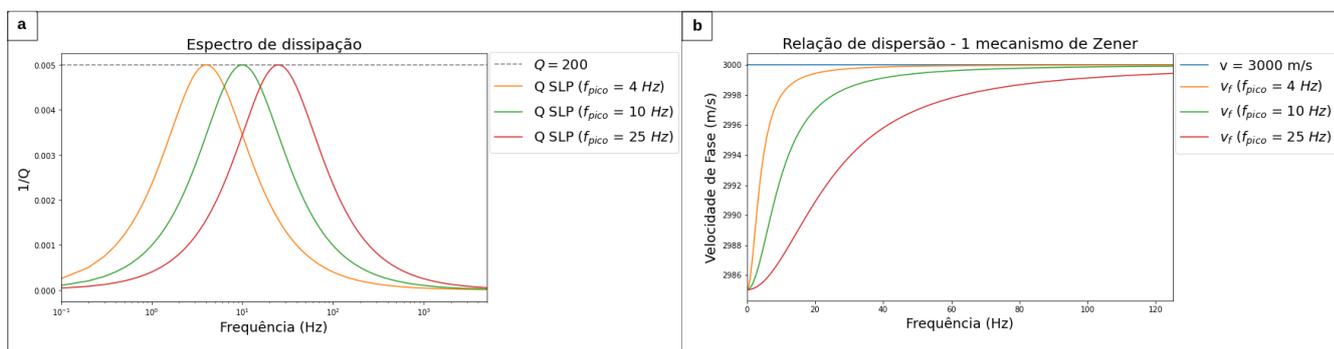


Figura 41 – (a) Espectros de dissipação de SLP com  $Q_p = 200$  e  $f_{pico}$  posicionada em 4, 10 e 25 Hz. (b) Respectivas curvas de velocidade de fase teóricas.

A figura 42 apresenta o sismograma no domínio do tiro comum empregando-se a modelagem elástica junto com aos equivalentes gerados por simulações viscoelásticas com diferente posicionamento da frequência de pico. Para o modelo com absorção fraca, a mudança de  $f_{pico}$  não apresentou impacto notável em visão geral, o que é justificável pela velocidade de fase variar apenas 15 m/s e a frequência dominante da fonte não ser tão alta.

Estudando os traços destacados na figura 42 em maior detalhe (figura 43), observa-se que, com o aumento do afastamento fonte-receptor, os resultados começam a se distinguir, mais ainda apresentam variações sutis entre si. Selecionando o traço do

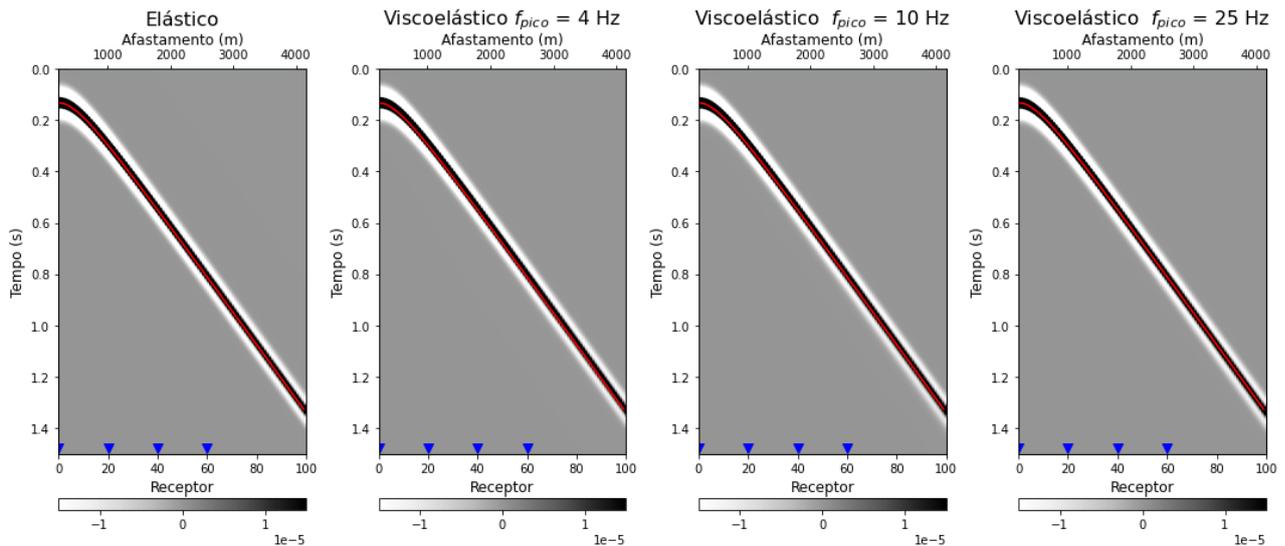


Figura 42 – Da esquerda para direita temos os sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum da simulação com aproximação elástica, viscoelástica com  $f_{pico} < f_{fonte}$ , viscoelástica com  $f_{pico} = f_{fonte}$  e viscoelástica com  $f_{pico} > f_{fonte}$ . A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolos azuis mostram as posições dos traços analisados na figura 43. Cenário de absorção fraca.

receptor 60 (figura 44) é possível observar que a posição da  $f_{pico}$  muda o tempo de trânsito do evento e a forma do espectro de amplitude. Para  $f_{pico} < f_{fonte}$  obtém-se o menor tempo entre as simulações viscoelásticas e maior atenuação das baixas frequências. No caso em que  $f_{pico} > f_{fonte}$ , resulta no efeito inverso, havendo ainda o maior deslocamento de fase entre os experimentos.

Comparando os resultados com a solução analítica de  $Q$ -constante de Kjartansson, observa-se que esta fica entre as simulações  $f_{pico} = f_{fonte}$  e  $f_{pico} > f_{fonte}$  (figura 45).

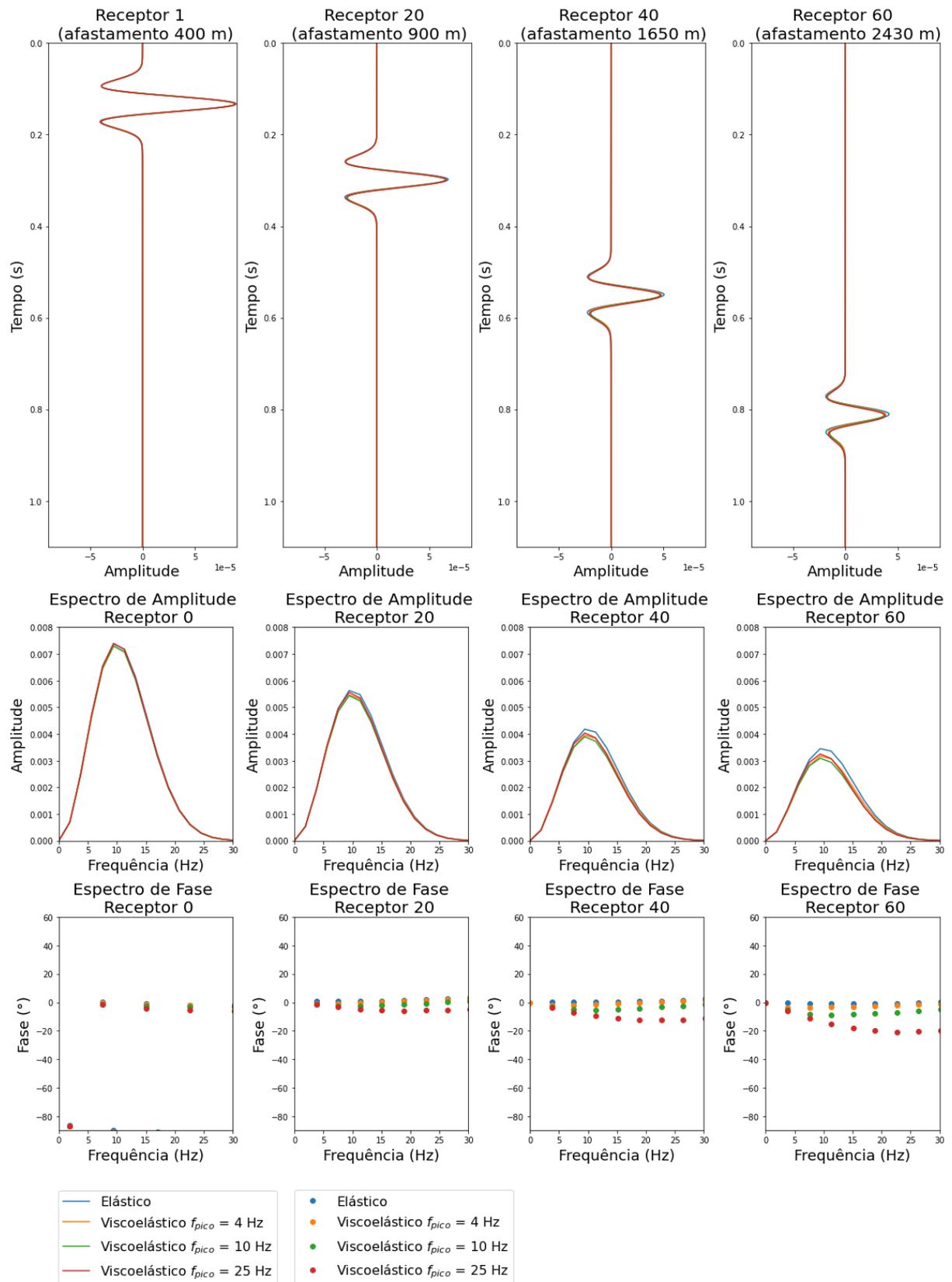


Figura 43 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 42 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase.

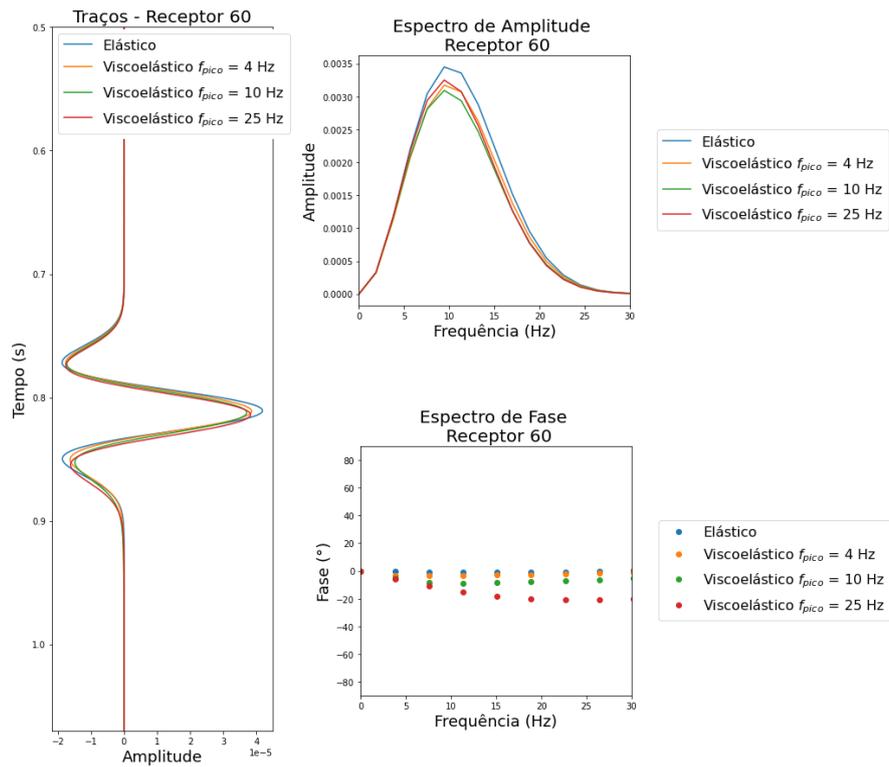


Figura 44 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas apresentados na figura 42 e seus respectivos espectros de amplitude e fase.

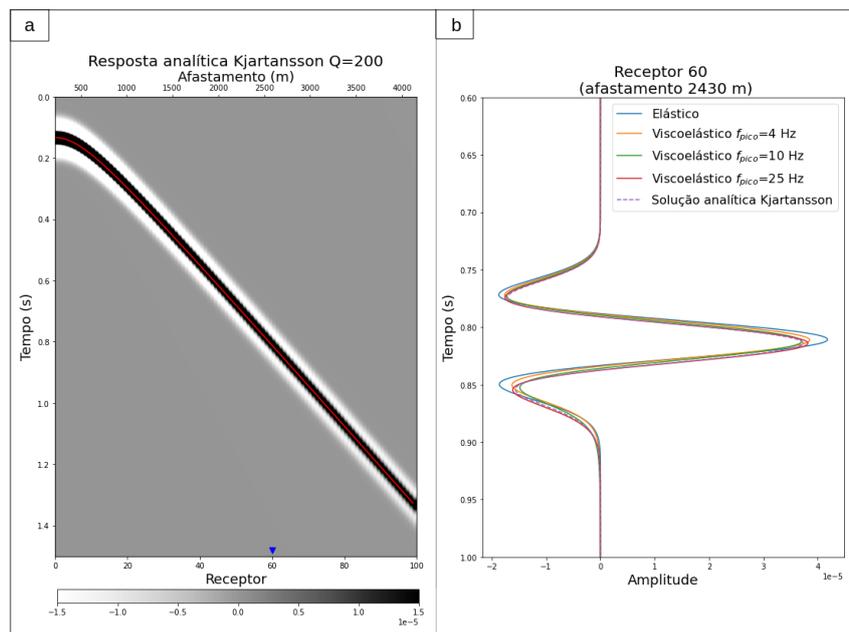


Figura 45 – (a) Sismograma computado com a solução analítica de  $Q$ -constante de Kjartansson; (b) Comparação dos traços do receptor 60 coletados no sismograma obtido com simulação elástica, nos experimentos com formulação viscoelástica sob diferentes  $f_{ref}$  e na solução de Kjartansson. A linha vermelha marca o tempo de trânsito da onda P direta para o caso elástico e o símbolo azul em (a) localiza a posição dos traços exibidos em (b).

### 5.1.3.2 Cenário com absorção forte

Repetindo o experimento para o cenário de absorção forte ( $Q_p = 20$ ), primeiro são analisados os espectros de dissipação e velocidade de fase para as diferentes  $f_{pico}$  consideradas (figura 46). Devido a absorção mais forte, a distinção entre as curvas de velocidade de fase é mais expressiva se comparada com o cenário de absorção fraca. Assim, os sismogramas de tiro comum modelados (figura 47) apresentam evidentes mudanças tanto no tempo de trânsito da onda direta P, quanto na forma do pulso propagado. Analisando os traços em destaque (figura 48), fica claro que o aumento da distância fonte-receptor torna maior a diferença entre os resultados da propagação para distintas  $f_{pico}$ . Na figura 49 é analisado em maior detalhe os resultados dos traços do receptor 60, onde ficam mais explícitas as diferenças entre a forma dos pulsos e seus espectros de amplitude e fase, apresentando comportamento equivalente ao previamente constatado no caso de atenuação fraca.

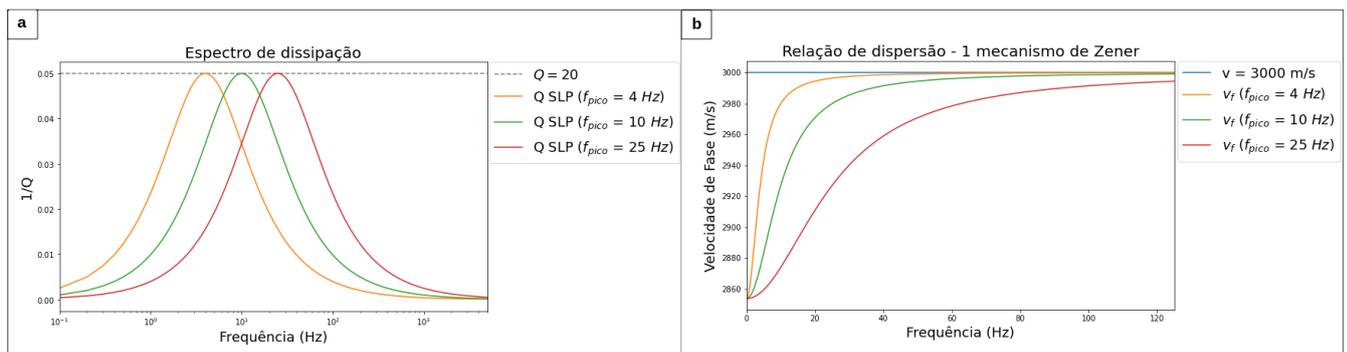


Figura 46 – (a) Espectros de dissipação de SLP com  $Q = 20$  e  $f_{pico}$  posicionada em 4, 10 e 25 Hz. (b) Respectivas curvas de velocidade de fase teóricas.

Os resultados obtidos são também comparados com a solução analítica de  $Q$ -constante de Kjartansson (figura 50). No caso de absorção forte, a forma do pulso da solução de  $Q$ -constante está mais próxima do modelo de Zener com  $f_{pico} = f_{fonte}$ .

Como visto para ambos cenários de absorção, o parâmetro de frequência de pico de dissipação muda a velocidade de fase da onda propagada, alterando assim o tempo de trânsito do evento sísmico registrado e a amplitude e fase do sinal. Esse efeito é mais pronunciado quanto maior a distância percorrida pela onda e quanto menor o valor de fator  $Q$  do meio estudado. Para  $f_{pico} < f_{fonte}$  a curva de velocidade de fase torna-se mais íngreme nas frequências abaixo de  $f_{fonte}$ , aumentando a velocidade de fase na banda do espectro sísmico, o que torna o pulso mais rápido. Por outro lado, a escolha de  $f_{pico} > f_{fonte}$  faz com que a maior variação da velocidade de fase passe

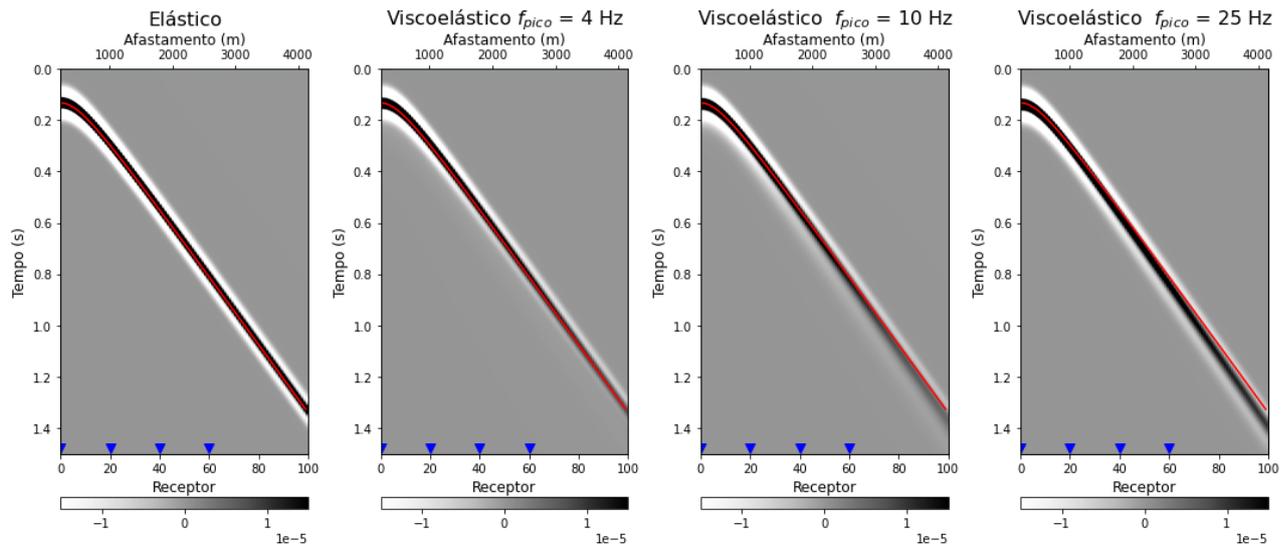


Figura 47 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum da simulação com aproximação elástica e viscoelástica com  $f_{pico} < f_{fonte}$ ,  $f_{pico} = f_{fonte}$  e  $f_{pico} > f_{fonte}$ . A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolos azuis mostra as posições dos traços analisados na figura 48. Cenário de absorção forte.

para uma banda mais alta do espectro fazendo com que a curva de velocidade de fase como um todo apresente valores mais baixos, o que causa o maior tempo de trânsito dentre os valores testados neste experimento. O caso  $f_{pico} = f_{fonte}$ , por sua vez, além de representar a perda de amplitude nas altas frequências, efeito da atenuação, tem alteração de fase progressiva e forma mais próxima da simulação de  $Q$ -constante de Kjartansson. Devido ao limite elástico adotado estar nas altas frequências, a simulação elástica será sempre mais rápida que a viscoelástica, independentemente da  $f_{pico}$  escolhida, haja visto que todas as frequências viajam com a mesma velocidade que é a maior velocidade de fase do meio viscoelástico correspondente. De maneira geral, o posicionamento do mecanismo em  $f_{fonte}$  constitui representação mais controlada do fenômeno de absorção na banda de frequência analisada.

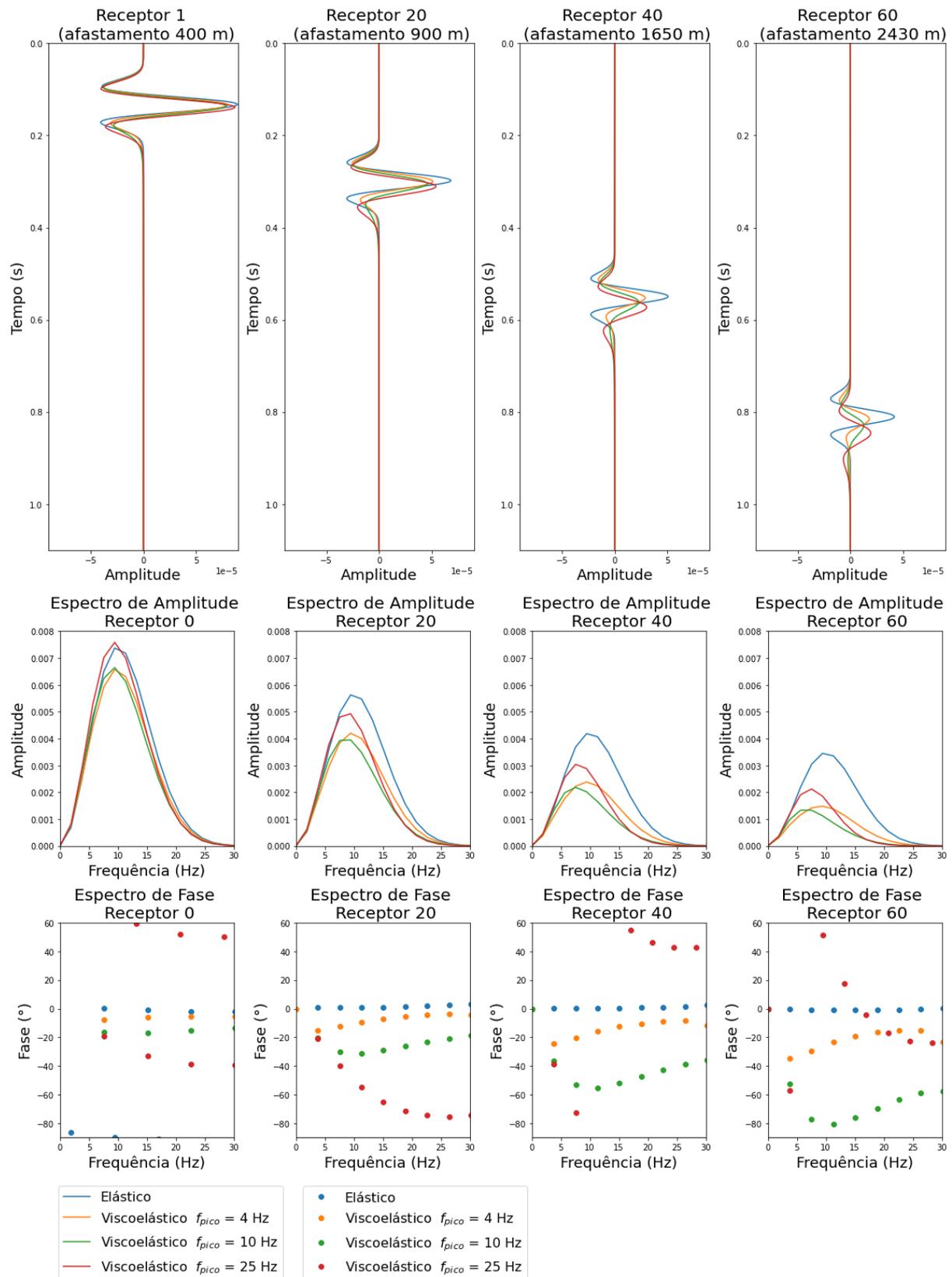


Figura 48 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 47 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase.

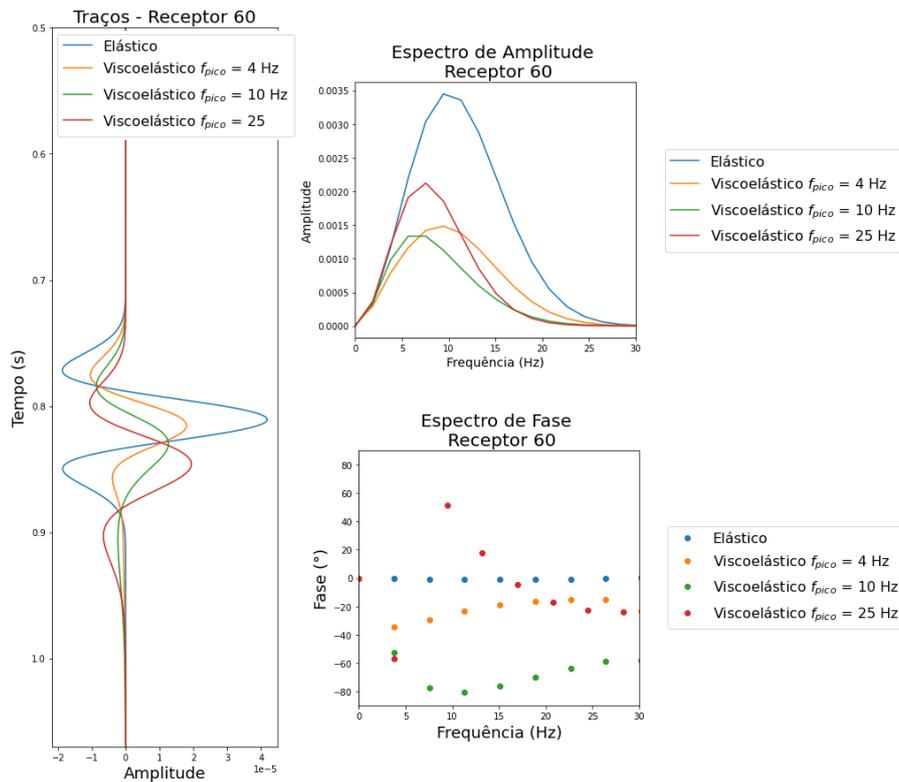


Figura 49 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas apresentados na figura 47 e seus respectivos espectros de amplitude e fase.

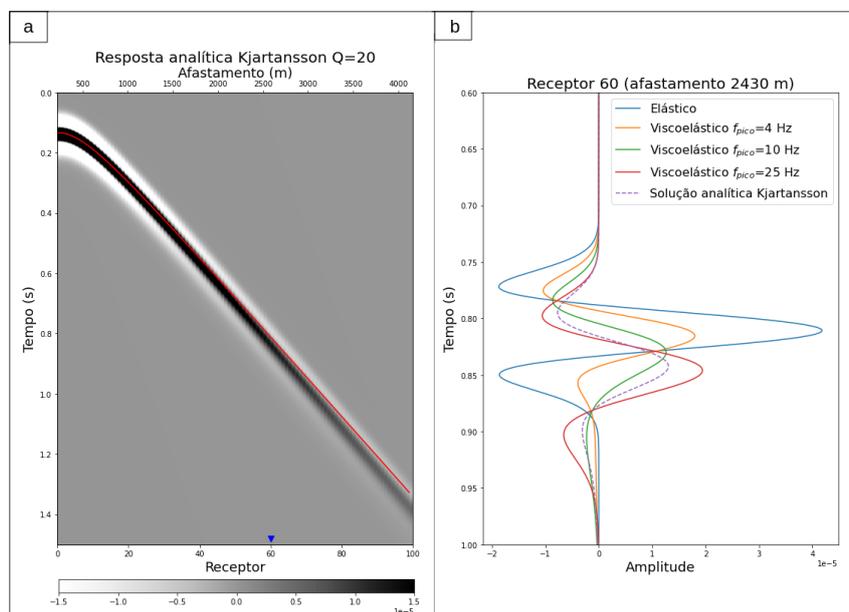


Figura 50 – (a) Sismograma do campo de pressão no domínio do tiro comum computado com a solução analítica de  $Q$ -constante de Kjartansson; (b) Comparação dos traços do receptor 60 coletados na modelagem elástica, nos experimentos com formulação viscoelástica com diferentes  $f_{pico}$  e na solução de Kjartansson. A linha vermelha marca o tempo de trânsito da onda P direta para o caso elástico e o símbolo azul em **a** localiza a posição dos traços exibidos em **b**.

### 5.1.4 Teste 4: Avaliação do intervalo entre mecanismos no modelo de Zener Generalizado

Nesta seção é analisado o intervalo de frequência entre os picos de dissipação,  $\Delta f_{pico}$ , dos mecanismos de um modelo de Zener Generalizado. Utiliza-se a associação de 3 mecanismos e são testados os intervalos de 1, 2 e 3 oitavas em torno da frequência dominante da fonte. Cada oitava significa dobrar a frequência do pico anterior. A utilização de intervalos em oitava na escala da frequência garante espaçamento regular na escala logarítmica da frequência, como sugerido por Liu, Anderson e Kanamori (1976). O objetivo é avaliar a variação desse parâmetro para os cenários considerados de absorção fraca e forte, averiguando se é possível encontrar um valor ótimo para esta parametrização. Como o propósito da associação em paralelo de  $L$  mecanismos é expandir a banda de espectro de dissipação constante, o modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson é utilizado como balizador nesta análise. Para cálculo do módulo da onda, foi empregada a estratégia de  $Q$  quase-constante, apresentada na seção 3.3. O limite elástico é mantido nas altas frequências, e a frequência de pico do mecanismo central é posicionada na frequência dominante da fonte.

#### 5.1.4.1 Cenário com absorção fraca

Primeiramente foram estimadas as frequências de pico para distribuição dos mecanismos segundo os intervalos de 1, 2 e 3 oitavas, posicionando o mecanismo central na frequência dominante da fonte, que é igual a 10 Hz. Estes valores são sumarizados na tabela 7.

Tabela 7 – Valores de frequência de pico de um SLPG com 3 mecanismos segundo intervalo  $\Delta f_{pico}$ .

$\Delta f_{pico}$ (oitava)	$f_{pico}$ (Hz)
1	5; 10; 20
2	2,5; 10; 40
3	1,25; 10; 80

Com os valores de  $f_{pico}$  é aplicado o fluxograma detalhado na seção 3.3 para cálculo dos tempos de relaxação de cada mecanismo e, na sequência, estimativa do módulo complexo, fator  $Q$  e velocidade de fase do arranjo com  $L$  mecanismos. A figura 51 apresenta o fator  $Q$  de cada mecanismo individual e o resultante do arranjo com

$L = 3$  de cada caso considerado na tabela 7. São avaliadas também as velocidades de fase do SLPG resultante em comparação com a velocidade de fase do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson.

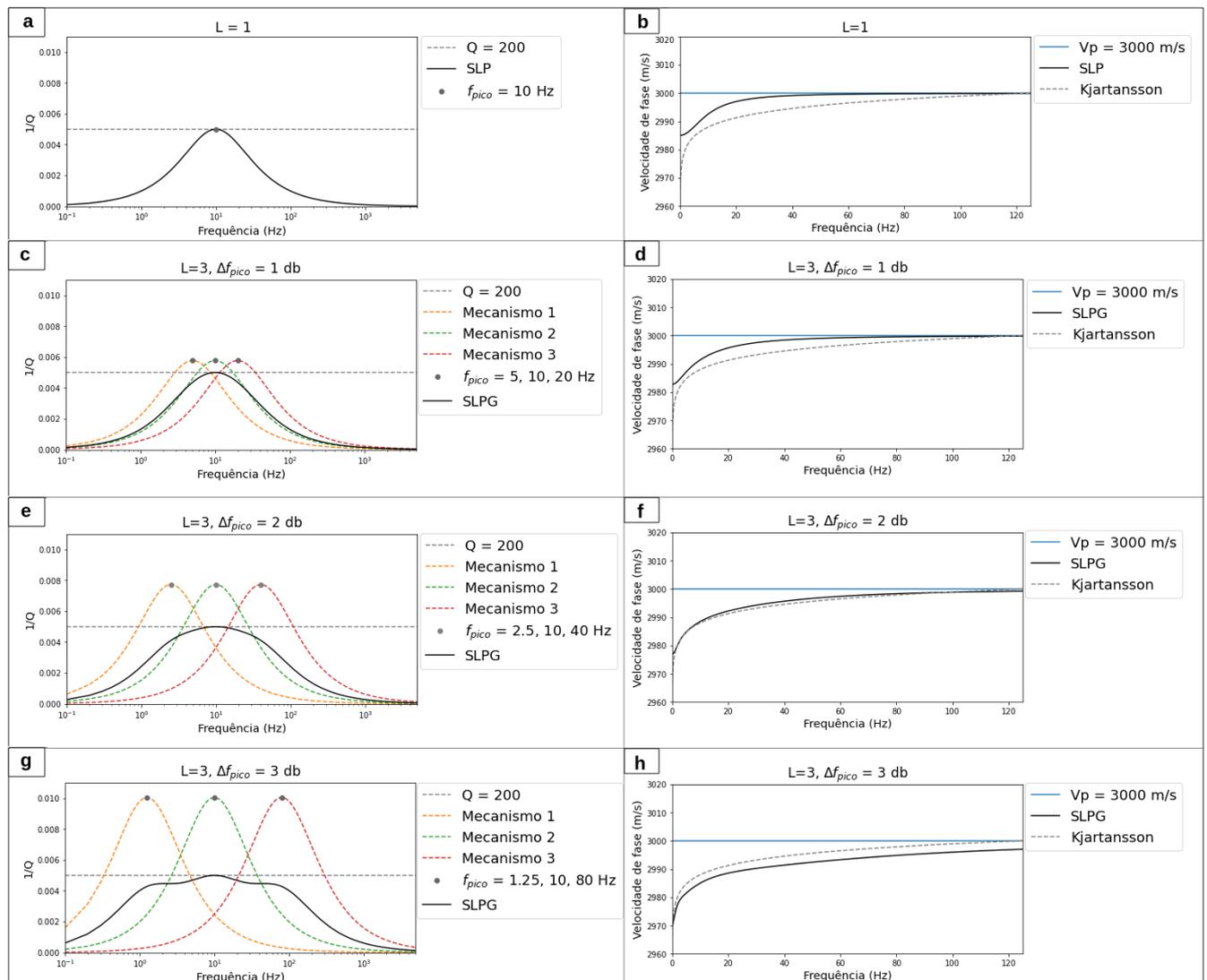


Figura 51 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidades de fase de 1 mecanismo de Zener e dos arranjos com 3 mecanismos distribuídos segundo descrito na tabela 7. As curvas coloridas em **c.**, **e.**, e **g.**, descrevem os espectros individuais de cada mecanismo, enquanto a curva preta mostra o espectro resultante de cada arranjo. As curvas pretas em **b.**, **d.**, **f.**, e **h.**, mostram as velocidades de fase dos arranjos, enquanto as curvas cinzas indicam a velocidade de fase do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson. Cenário de absorção fraca.

A figura 52 sobrepõe as curvas dos arranjos apresentados na figura 51. É possível notar que o arranjo em que  $\Delta f_{pico} = 1$  oitava tem espectro de dissipação próximo ao modelo de Zener com 1 mecanismo. Já  $\Delta f_{pico} = 3$  oitavas resulta em um espectro de dissipação rugoso. O arranjo com  $\Delta f_{pico} = 2$  oitavas expande a banda de dissipação em torno do valor desejado ( $Q = 200$ ), apresentando o melhor ajuste da velocidade de

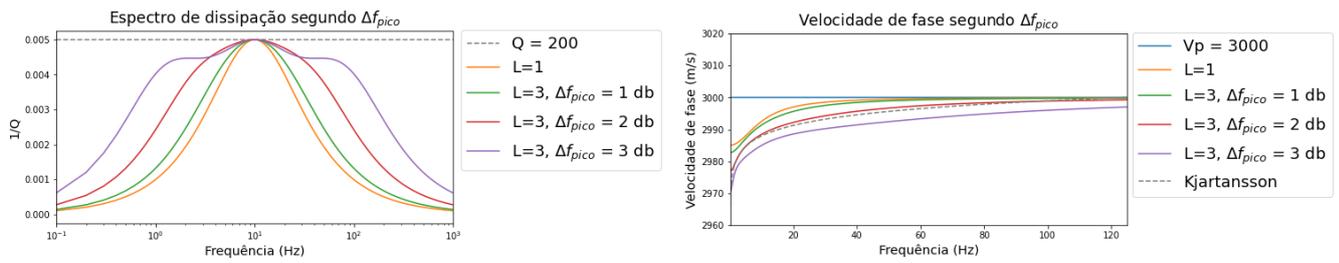


Figura 52 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidade de fase apresentadas na figura 51.

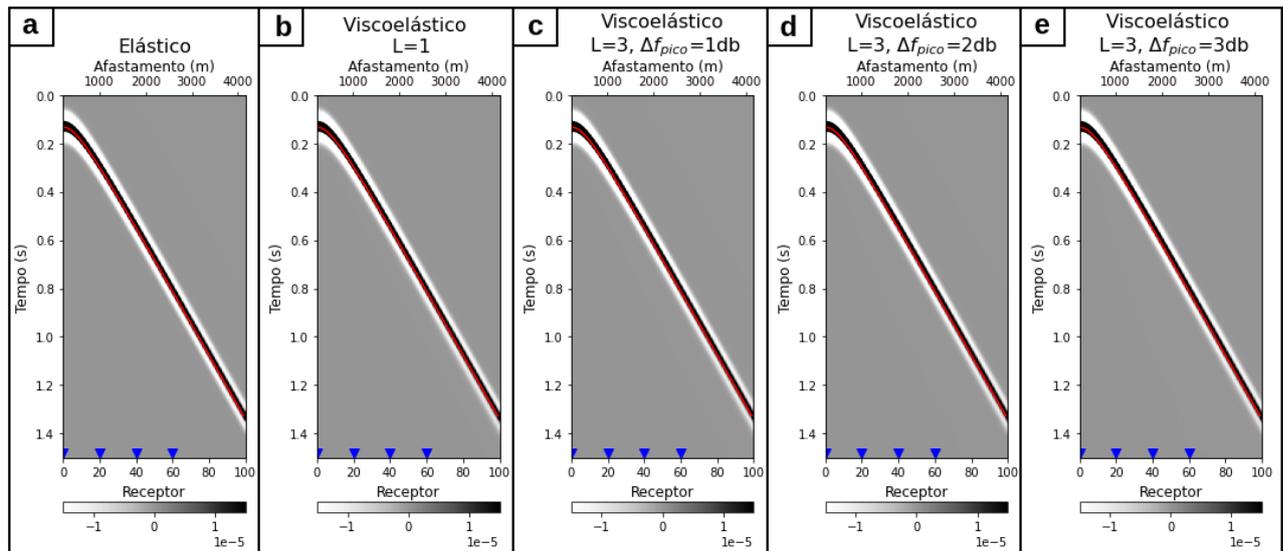


Figura 53 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum com aproximações: (a) elástica, (b) viscoelástica com 1 mecanismo de Zener e arranjo de Zener generalizado com  $L = 3$ . Para este último caso, é testado o intervalo entre frequências de pico de dissipação dos mecanismos: (c)  $\Delta f_{pico} = 1$  oitava, (d)  $\Delta f_{pico} = 2$  oitavas e (e)  $\Delta f_{pico} = 3$  oitavas. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda direta P elástica. E o símbolo azul mostra as posições dos traços analisados na figura 54. Cenário de absorção fraca.

fase do arranjo final, em relação à velocidade de fase do modelo de Kjartansson.

O efeito da escolha deste parâmetro na propagação da onda é analisado nos sismogramas apresentados na figura 53 e em seus traços destacados na figura 54. Percebe-se que para o caso de absorção fraca a escolha de  $\Delta f_{pico}$  causa mudanças pouco significativas no resultado da propagação, considerando uma fonte com frequência dominante de 10 Hz.

A solução analítica do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson apresentada na figura 45a é comparada aos resultados obtidos neste experimento. A figura 55 mostra os traços na posição do receptor 60, onde fica evidente que para o cenário de absorção fraca, todas as soluções viscoelásticas têm resultado muito semelhante ao

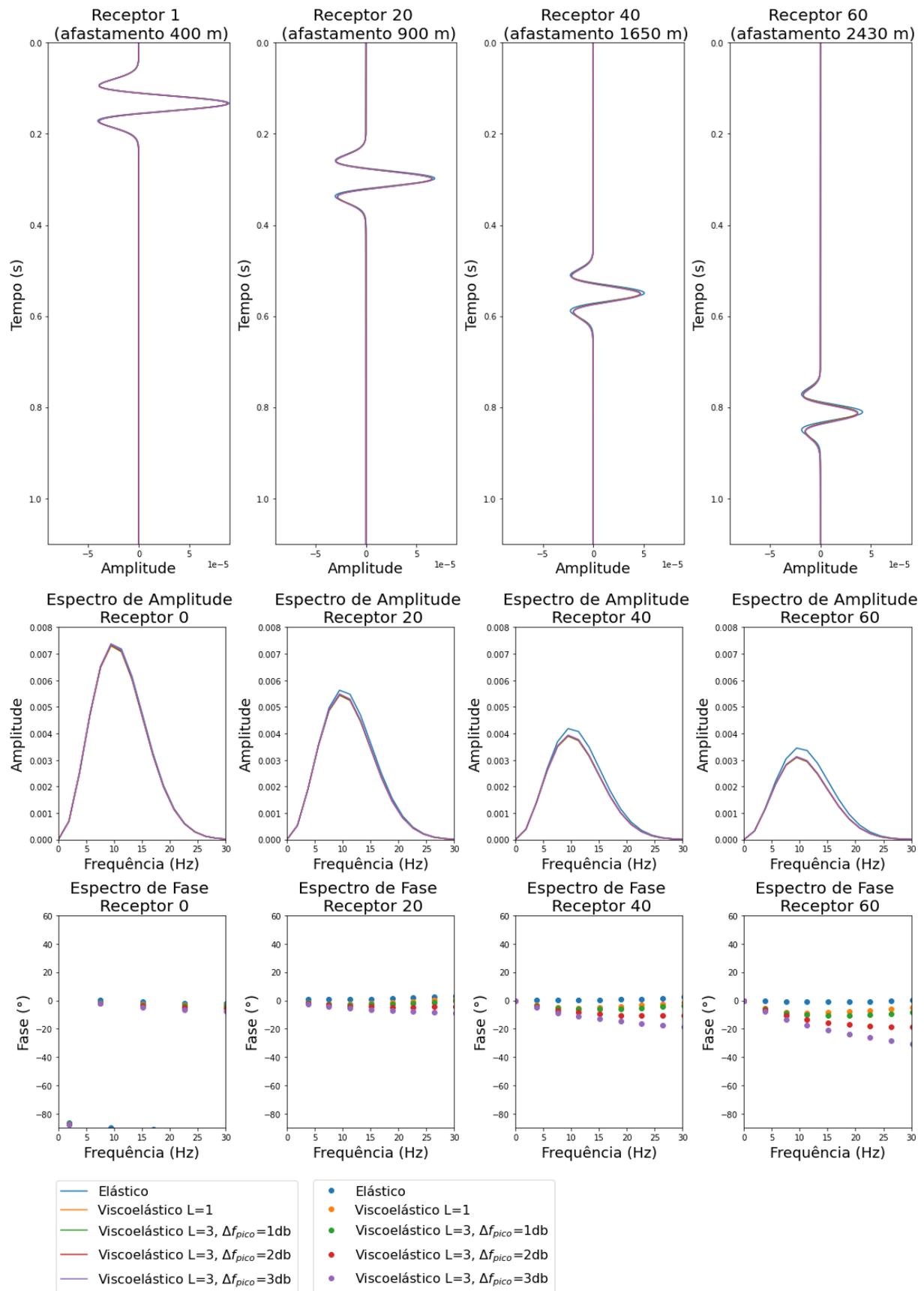


Figura 54 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 53 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase.

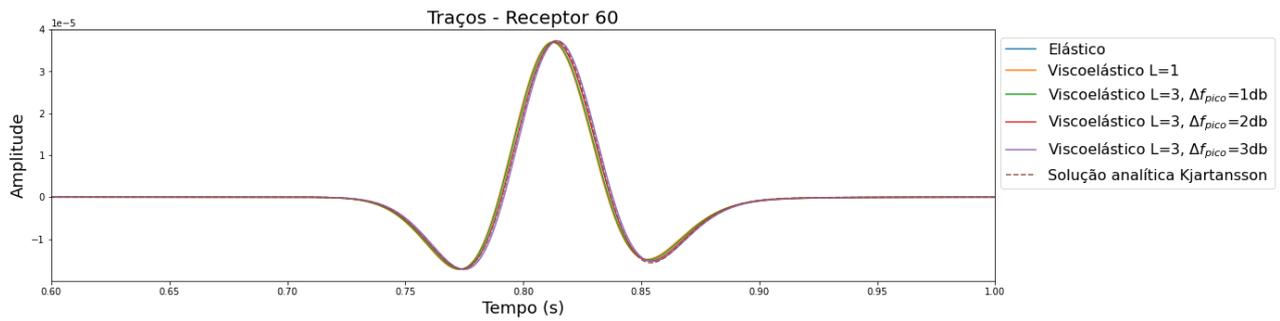


Figura 55 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas observados na figura 53 computados com aproximação viscoelástica com 1 mecanismo de Zener e viscoelástica com 3 mecanismos e variação de  $\Delta f_{pico}$  em 1, 2 e 3 oitavas. Cenário de absorção fraca.

de Kjartansson, independente do  $\Delta f_{pico}$  utilizado.

#### 5.1.4.2 Cenário com absorção forte

Repetindo os experimentos da seção anterior em cenário com forte absorção, os espectros de dissipação e velocidade de fase em meio com  $Q_p = 20$  apresentam o comportamento ilustrado na figura 56.

Pela sobreposição dos espectros de cada arranjo (figura 57) observa-se que o  $\Delta f_{pico} = 2$  oitavas também apresenta espectro de dissipação mais estável e velocidade de fase mais próxima da solução de Kjartansson, para o caso de absorção forte.

Realizando a propagação da onda para os arranjos considerados, foram obtidos os sismogramas apresentados na figura 58. Para meio com  $Q_p = 20$  a escolha da distribuição dos mecanismos altera o tempo de trânsito dos eventos registrados, o que pode ser estudado em mais detalhe nos traços destacados na figura 59. Observa-se que quão mais largo o espectro de dissipação, maior o efeito da absorção e maior o tempo de trânsito do evento. Este efeito é mais pronunciado nos afastamentos maiores.

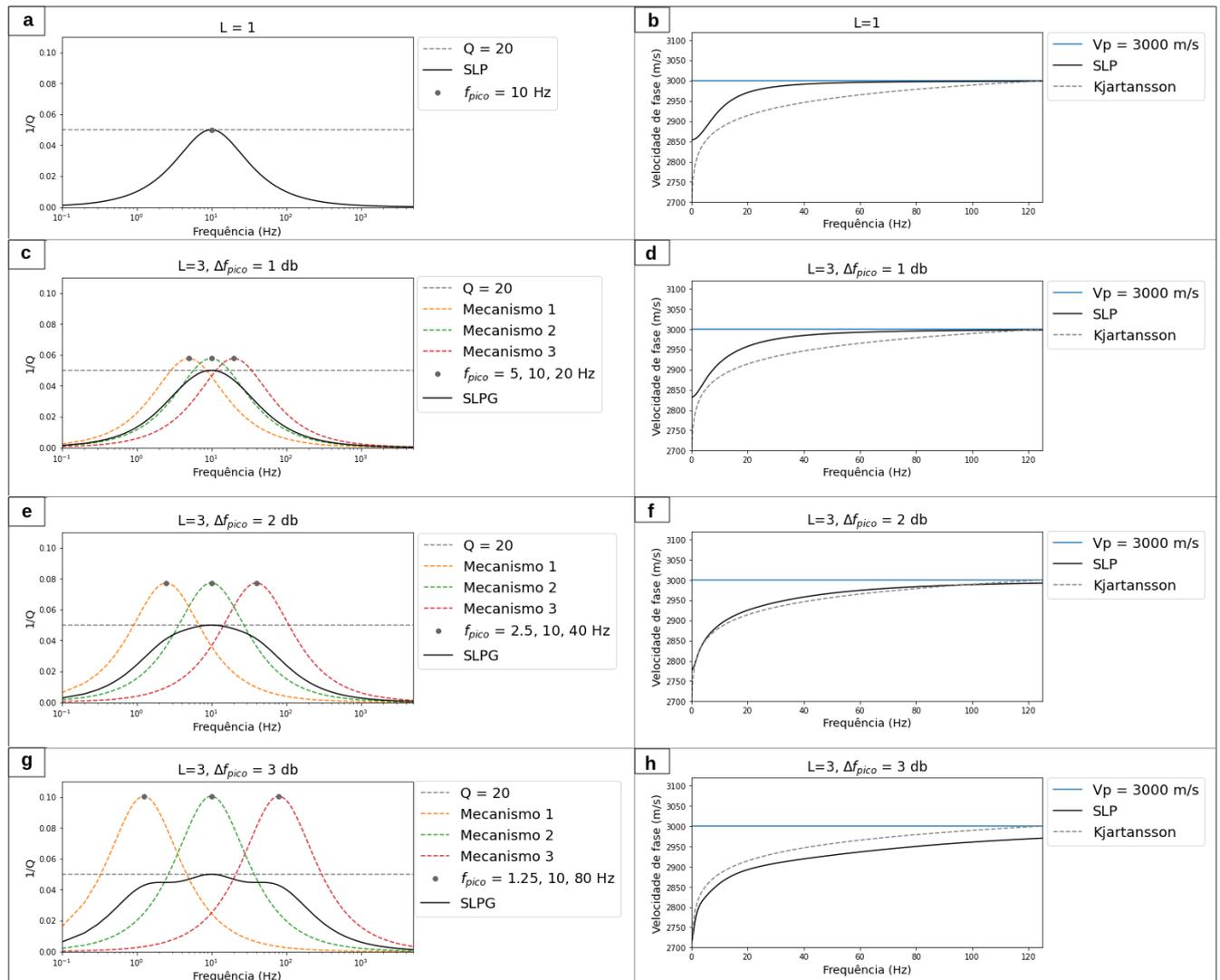


Figura 56 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidades de fase de 1 mecanismo de Zener e dos arranjos com 3 mecanismos distribuídos segundo descrito na tabela 7. As curvas coloridas em **c**, **e**, e **g**, descrevem os espectros individuais de cada mecanismo, enquanto a curva preta mostra o espectro resultante de cada arranjo. As curvas pretas em **b**, **d**, **f**, e **h**, mostram as velocidades de fase dos arranjos, enquanto as curvas cinzas indicam a velocidade de fase do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson. Cenário de absorção forte.

Para melhor entendimento das diferenças observadas, utiliza-se a solução analítica de  $Q$ -constante de Kjartansson apresentada na figura 50a. A figura 60 compara os traços do receptor 60 dos sismogramas viscoelásticos analisados, com a aproximação de  $Q$ -constante. Este resultado está em consonância com os espectros dos respectivos arranjos apresentados na figura 57:  $\Delta f_{pico} = 1$  oitava possui espectro de dissipação e curva de velocidade de fase mais próximos do modelo com 1 mecanismo, por isso, há pouca diferença de tempo de trânsito entre traços desses dois arranjos; o arranjo com  $\Delta f_{pico} = 3$  oitavas apresenta espectro de dissipação mais alargado, exibe em uma

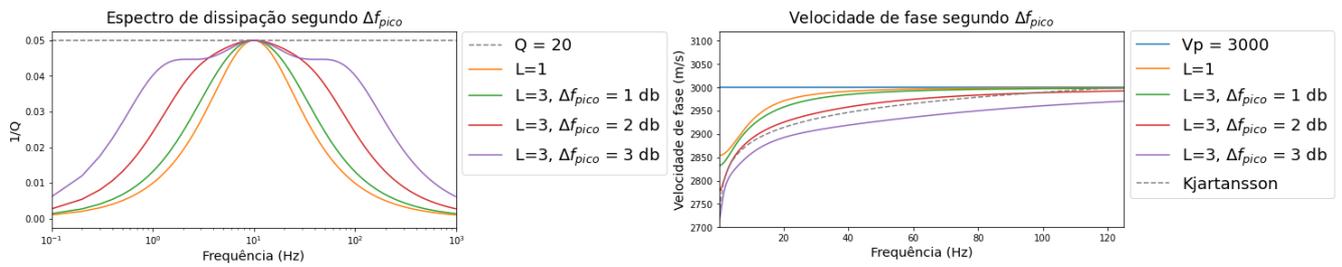


Figura 57 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidade de fase apresentadas na figura 56.

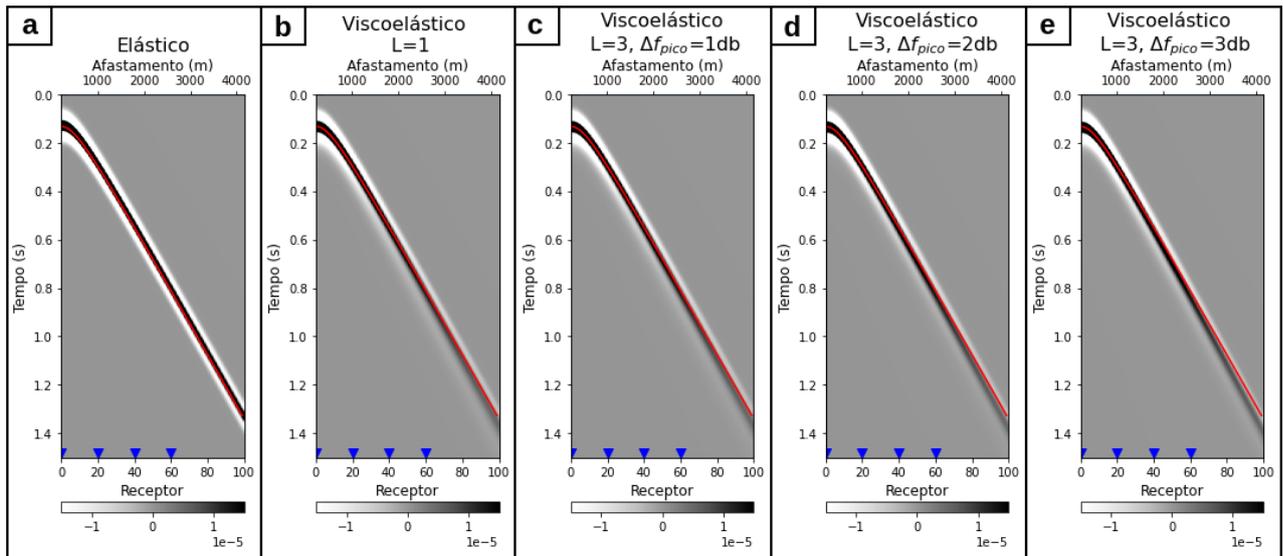


Figura 58 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum computados com aproximações: (a) elástica, (b) viscoelástica com 1 mecanismo de Zener e arranjo de Zener generalizado com  $L = 3$ . Para este último caso, é testado o intervalo entre frequências de pico de dissipação dos mecanismos: (c)  $\Delta f_{pico} = 1$  oitava, (d)  $\Delta f_{pico} = 2$  oitavas e (e)  $\Delta f_{pico} = 3$  oitavas. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolos azuis mostram as posições dos traços analisados na figura 59. Cenário de absorção forte.

curva de velocidade de fase chegando aos menores valores, logo, a velocidade de grupo é menor e o tempo de trânsito do tiro registrado é o maior dentre os analisados; o caso  $\Delta f_{pico} = 2$  oitavas amplia o espectro de dissipação sem apresentar oscilações e tem velocidade de fase mais próxima do modelo de Kjartansson, o que justifica a maior similaridade entre os tempos de trânsito dessas duas soluções. Desta forma, para cenários de absorção forte, a opção  $\Delta f_{pico} = 2$  oitavas apresenta resultado otimizado para alargamento da banda do espectro de dissipação, obtendo resultados próximos ao modelo de  $Q$ -constante.

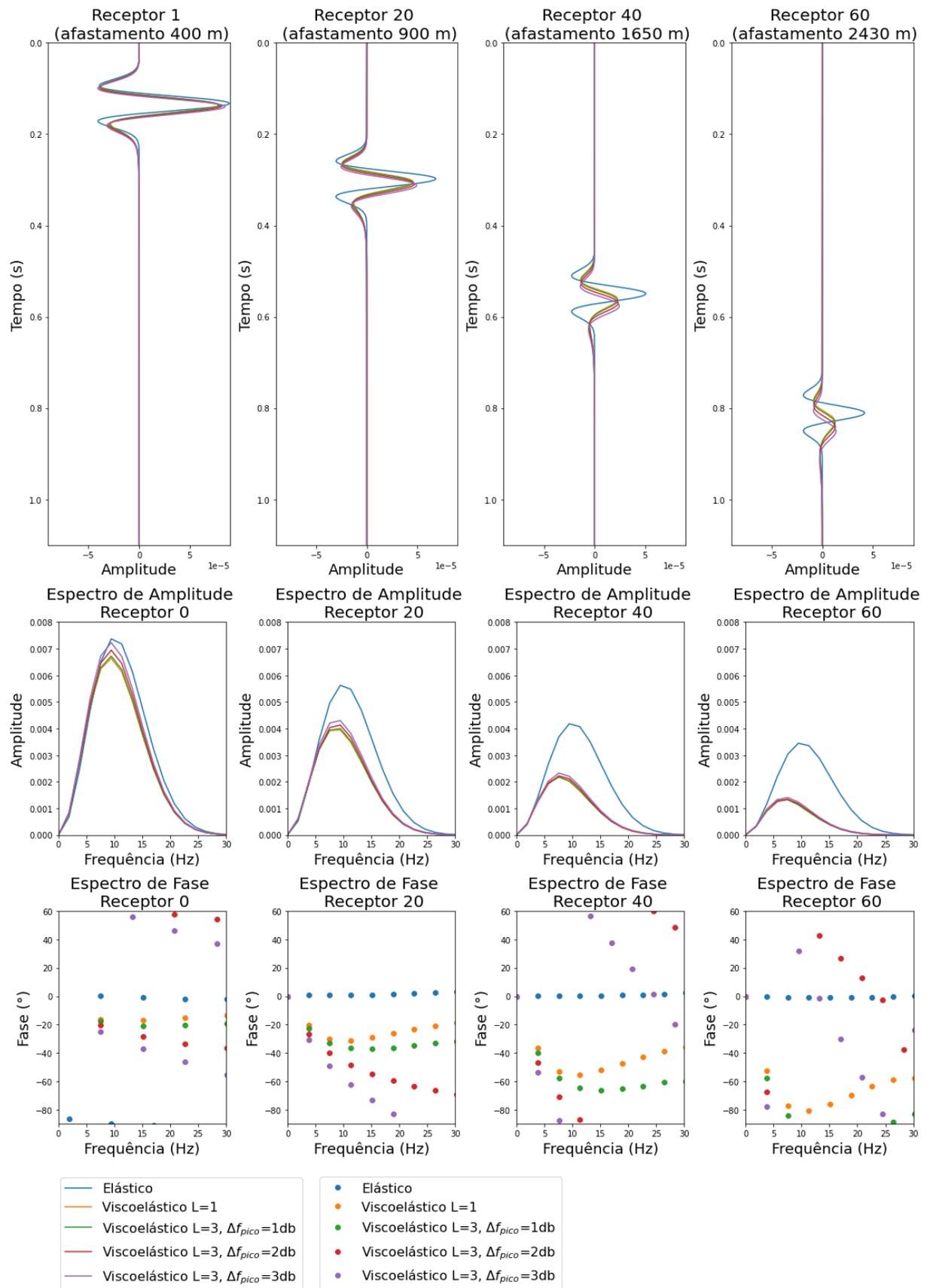


Figura 59 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 58 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase.

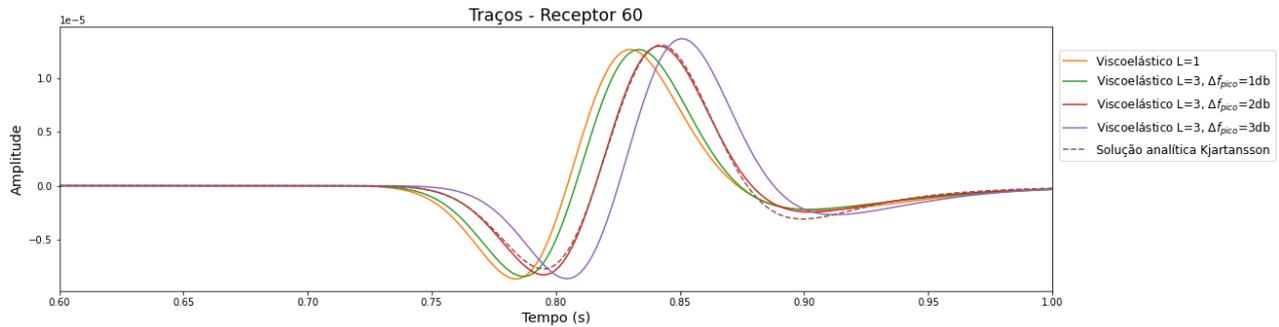


Figura 60 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas observados na figura 58 computados com aproximação viscoelástica com 1 mecanismo de Zener e viscoelástica com 3 mecanismos e variação de  $\Delta f_{pico}$  em 1, 2 e 3 oitavas. Cenário de absorção forte.

### 5.1.5 Teste 5: Avaliação do número de mecanismos no modelo de Zener Generalizado

Nesta seção é analisado o efeito na propagação em utilizar um arranjo de SLPG com 1 a 6 mecanismos de Zener. Ainda aplicando a metodologia de  $Q$  quase-constante, os picos de dissipação são distribuídos entre 0,05 e 125 Hz, equi-espacialmente na escala logarítmica da frequência,  $\log(f)$ , com intervalos variando entre 1 e 3 oitavas (tabela 8). O centro do arranjo é sempre posicionado na frequência dominante da fonte,  $f_{fonte} = 10$  Hz. O número máximo de mecanismos considerado foi determinado de modo que  $\Delta f_{pico} \geq 1$  oitava.

Os resultados são comparados com o modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson para avaliar o número de mecanismos ótimo para expansão do espectro de dissipação em torno do valor considerado. Novamente o estudo é realizado considerando cenário com absorção fraca ( $Q_p = 200$ ) e forte ( $Q_p = 20$ ).

Tabela 8 – Valores aproximados das frequências de pico,  $f_{pico}$ , e intervalo entre estas,  $\Delta f_{pico}$ , de cada arranjo com  $L$  mecanismos distribuídos equi-espacialmente em  $\log(f)$ . Intervalo de frequência de distribuição: 0,5 a 125 Hz.

$L$	$f_{pico}$ (Hz)	$\Delta f_{pico}$ (oitava)
1	10	-
2	4,3; 23,2	2,4
3	2,8; 10; 35,4	1,8
4	2,2; 6,0; 16,6; 45,5	1,5
5	1,9; 4,3; 10; 23,2; 53,9	1,2
6	1,6; 3,4; 6,9; 14,3; 29,5; 60,7	1,0

### 5.1.5.1 Cenário com absorção fraca

A figura 61 traz os espectros de dissipação de cada arranjo de mecanismos considerado na tabela 8 e suas velocidades de fase junto a curva equivalente do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson. O aumento do número de mecanismos dentro de uma banda resulta em espectro de dissipação final mais largo e velocidade de fase mais próxima a do modelo de  $Q$ -constante. Com a sobreposição das curvas (figura 62) é possível verificar que os resultados para  $4 \leq L \leq 6$  são muito próximos em ambos espectros. Este efeito ocorre devido a diminuição dos  $\Delta f_{pico}$  para introdução dos mecanismos no intervalo de frequência considerado.

A propagação com aproximação viscoelástica foi realizada para cada um desses arranjos, resultando nos sismogramas da figura 63. Pela análise visual dos dados, percebe-se que a mudança do número de mecanismos parece pouco significativa no cenário de absorção fraca ( $Q_p = 200$ ). Investigando mais detalhadamente (figura 64), percebe-se que, de fato, neste cenário e com a  $f_{fonte} = 10$  Hz, a utilização de mais de 1 mecanismo é totalmente desnecessária.

Utilizando novamente a solução analítica do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson (figura 45a), na figura 65 é comparado o traço do receptor 60 dos sismogramas apresentados. A propagação com todos os arranjos ficou muito próxima da propagação considerando que o  $Q$  não varia com a frequência, confirmando a efetividade de utilização de apenas 1 mecanismo para representação da absorção no cenário de absorção fraca estudado.

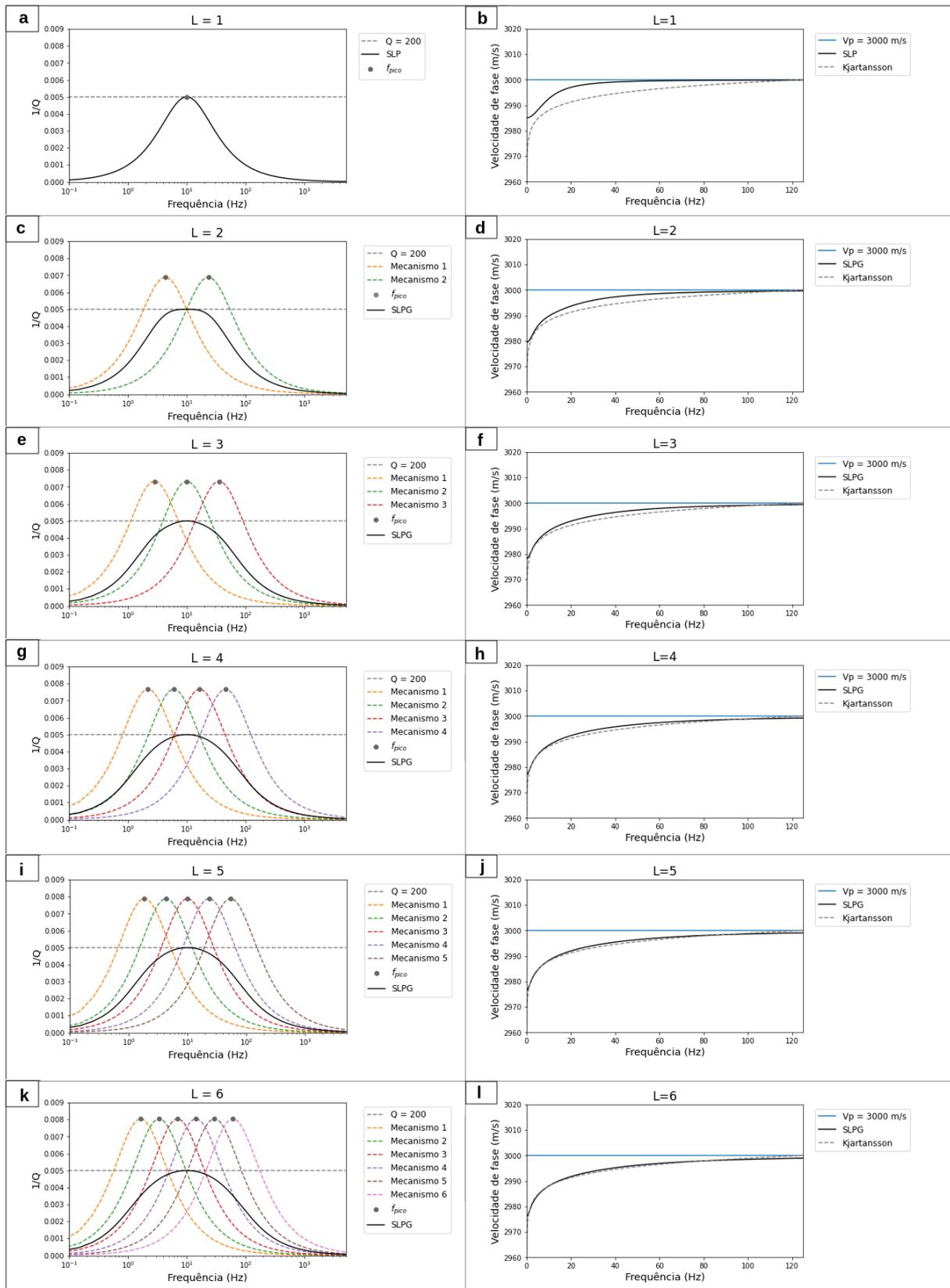


Figura 61 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidades de fase dos arranjos de Zener Generalizado descritos na tabela 8. As curvas coloridas em **c.**, **e.**, **g.**, **i.**, e **k.** descrevem os espectros individuais de cada mecanismo, enquanto a curva preta mostra o espectro resultante de cada arranjo. As curvas pretas em **b.**, **d.**, **f.**, **h.**, **j.** e **l.** mostram as velocidades de fase dos arranjos, enquanto as curvas cinzas indicam a velocidade de fase do modelo de  $Q$ -constante de Kjørtansson. Cenário de absorção fraca.

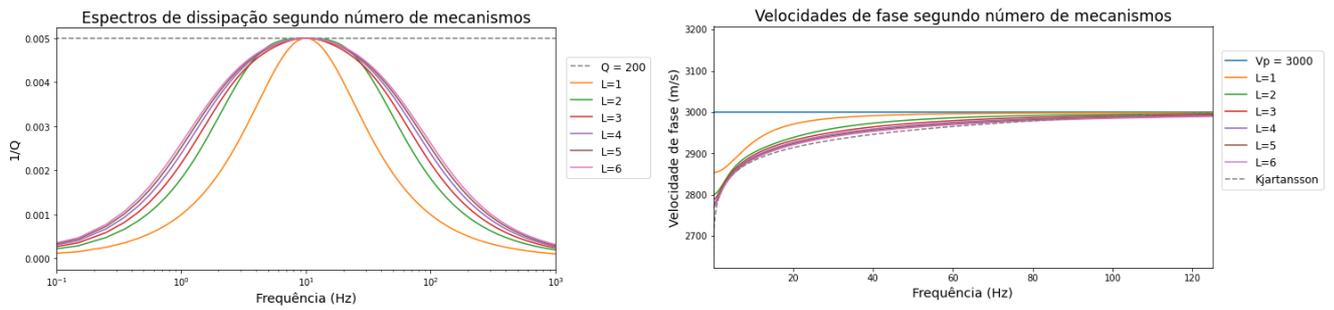


Figura 62 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidade de fase apresentadas na figura 61.

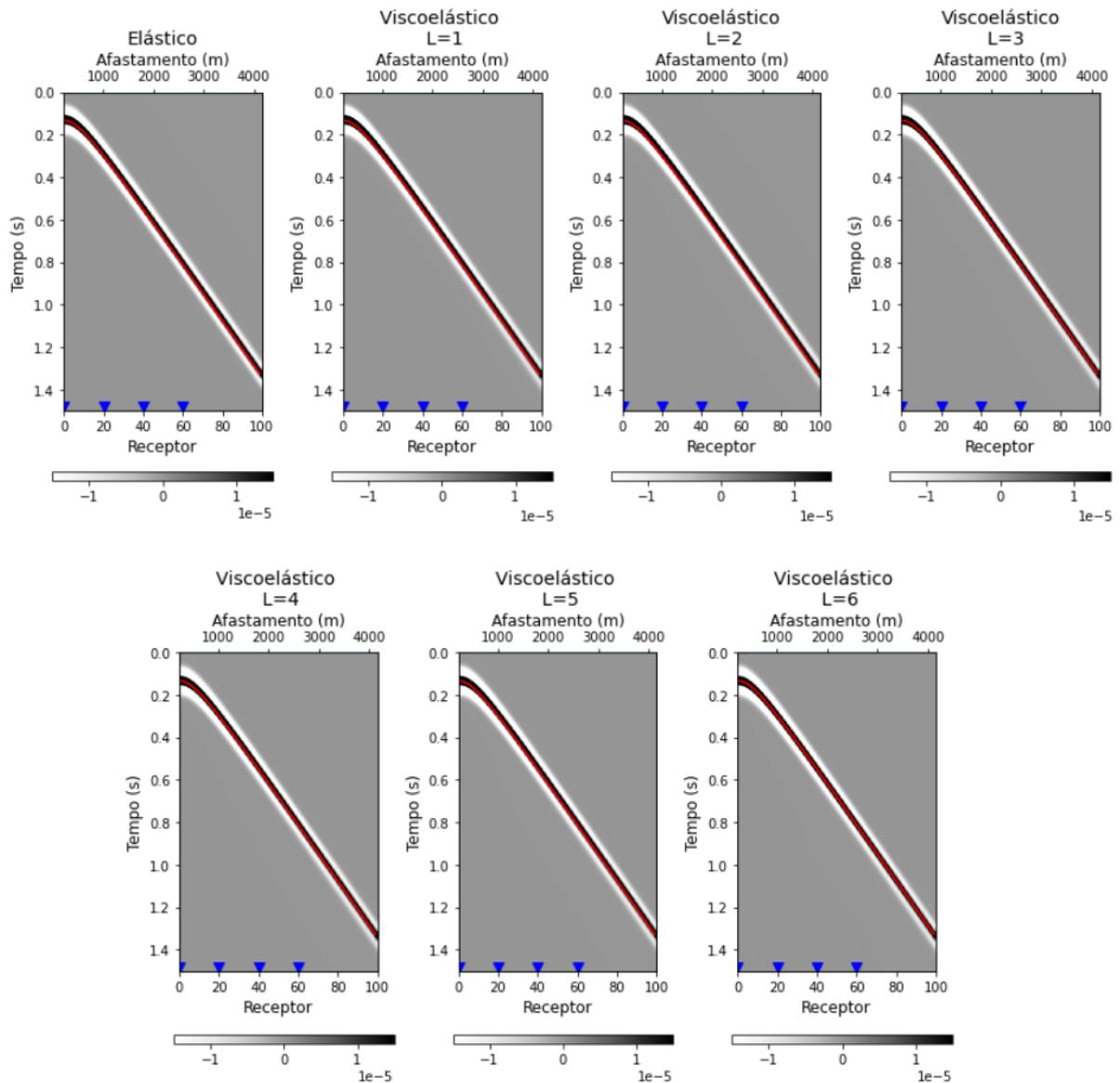


Figura 63 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum computados com aproximações: elástica e viscoelástica com os arranjos de SLPG da tabela 8. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolo azuis mostram as posições dos traços analisados na figura 64. Cenário de absorção fraca.

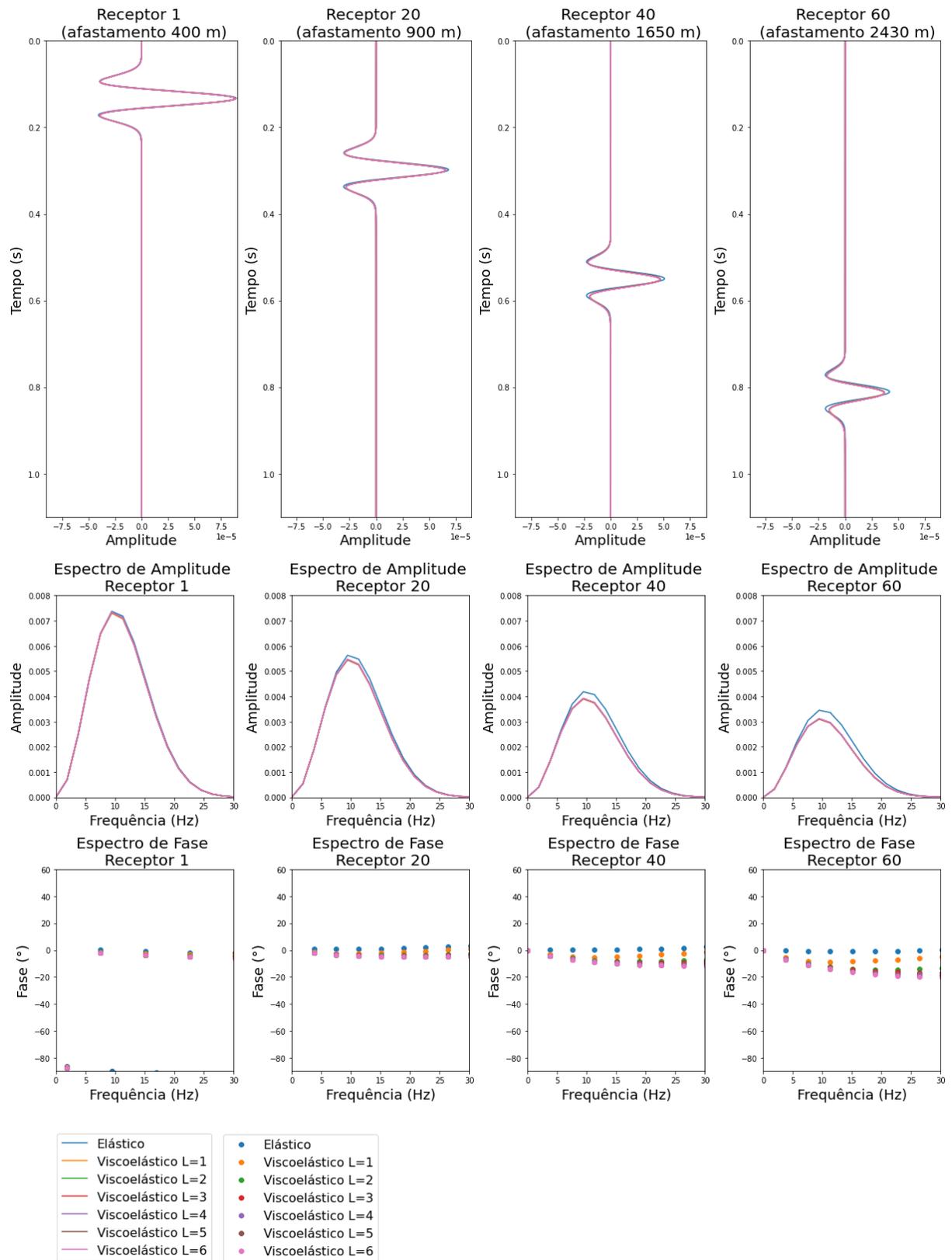


Figura 64 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 63 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase.

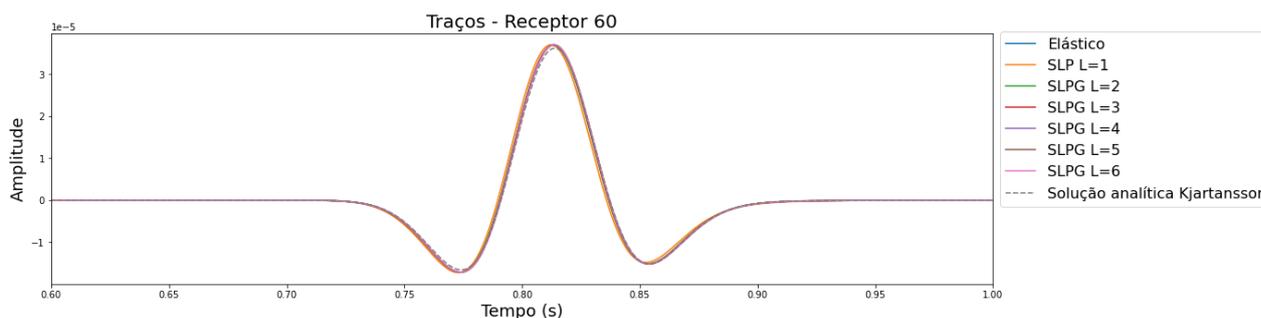


Figura 65 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas apresentados na figura 63 e sismograma calculado com a solução analítica do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson (figura 45a). Cenário de absorção fraca.

### 5.1.5.2 Cenário com absorção forte

Repete-se o experimento para  $Q_p = 20$ . A distribuição dos mecanismos na faixa de frequência considerada, resultou em comportamento dos espectros de dissipação e velocidade de fase (figura 66) equivalente aos obtidos no cenário de absorção fraca, a medida que se aumenta o número de mecanismos, melhor é a expansão do espectro de dissipação e mais próxima é a velocidade de fase da equivalente curva do modelo de  $Q$ -constante (figura 67). No entanto, calculando a média absoluta do erro (equação 4.2) entre a velocidade de fase de cada arranjo de SLPG e a velocidade de fase do modelo de Kjartansson do cenário equivalente, percebe-se que mantendo o mesmo número de mecanismos o erro em relação ao modelo de  $Q$ -constante é maior no cenário de absorção forte (figura 68).

Realizando a propagação para cada arranjo considerado, foram obtidos os sismogramas da figura 69. Diferentemente do cenário de absorção fraca é possível observar que a mudança do número de mecanismos altera o tempo do evento sísmico, principalmente ao comparar o sismograma com  $L = 1$  com outros em que  $L \geq 3$ . Analisando os traços mais detalhadamente (figura 70), é possível notar que nos afastamentos mais curtos os resultados viscoelásticos são muito próximos entre si, mas à medida que aumenta a distância fonte-receptor, a resposta com  $L = 1$  começa a se distanciar dos resultados com mais de um mecanismo.

Na figura 71 são agrupados os traços registrados no receptor 60, juntamente com o traço na mesma posição da solução de Kjartansson (figura 50a). Verifica-se que os arranjos com  $L \geq 2$  já diminuem consideravelmente a diferença com a propagação com  $Q$ -constante.

A tabela 9 traz um resumo das principais observações alcançadas com os testes em modelo homogêneo.

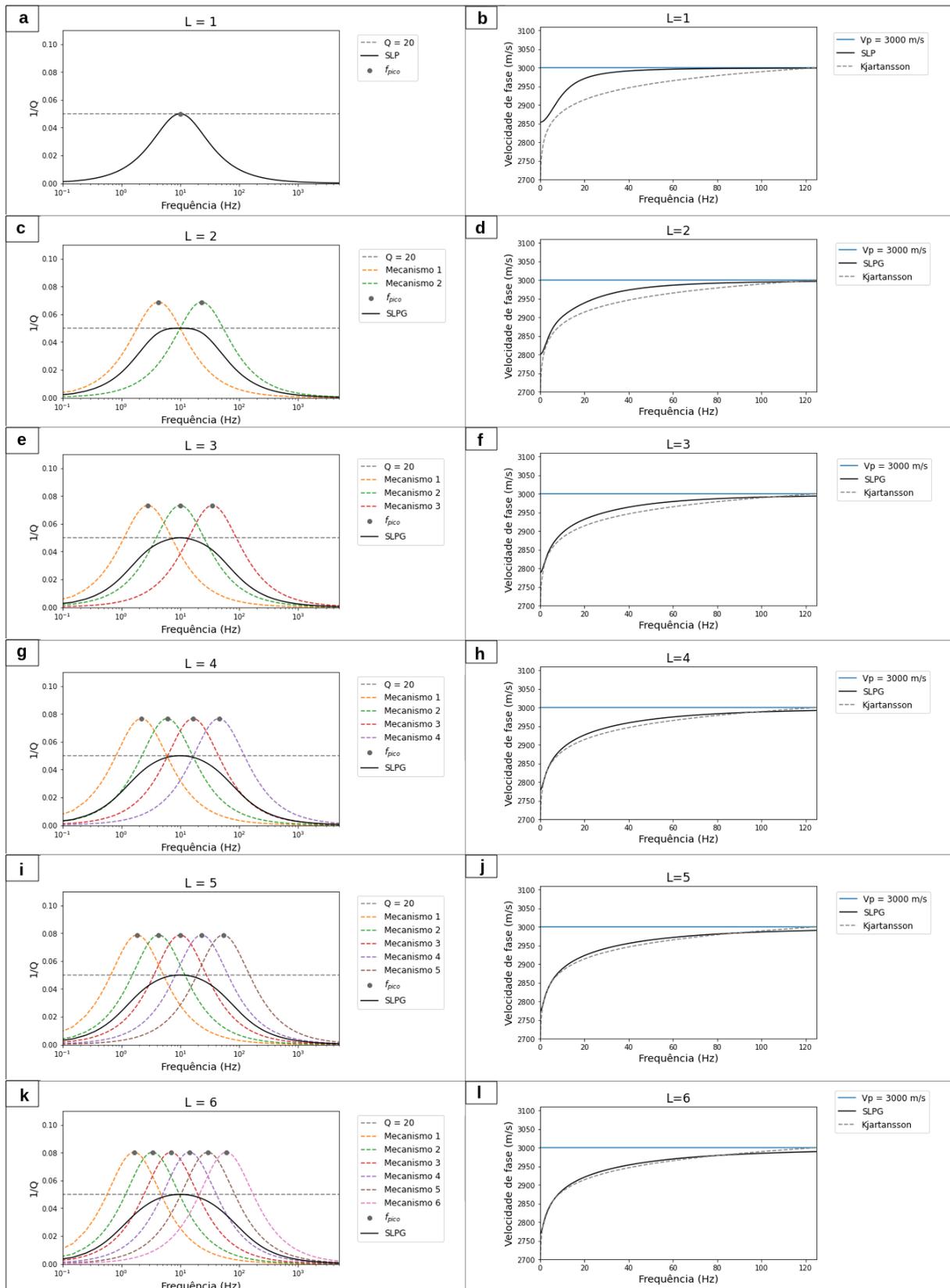


Figura 66 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidades de fase dos arranjos de Zener Generalizado descritos na tabela 8. As curvas coloridas em **c**., **e**., **g**., **i**., e **k**. descrevem os espectros individuais de cada mecanismo, enquanto a curva preta mostra o espectro resultante de cada arranjo. As curvas pretas em **b**., **d**., **f**., **h**., **j**. e **l**. mostram as velocidades de fase dos arranjos, enquanto as curvas cinzas indicam a velocidade de fase do modelo de Q-constante de Kjartansson. Cenário de absorção forte.

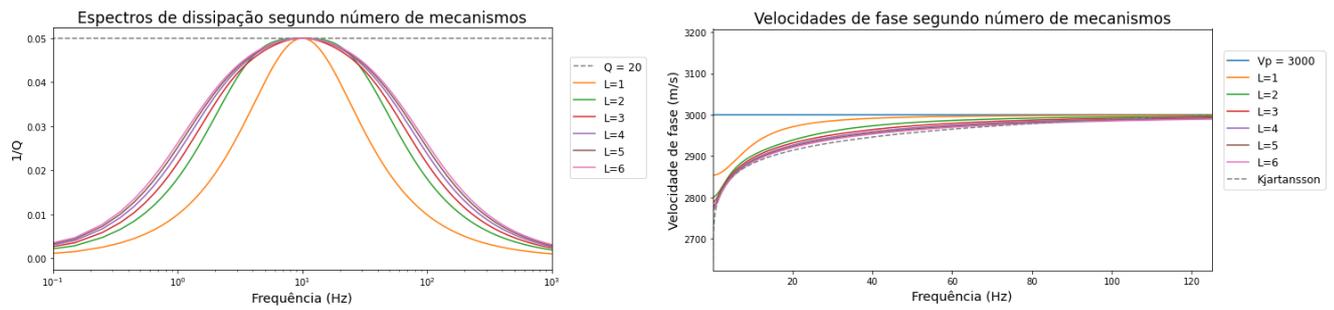


Figura 67 – Análise comparativa dos espectros de dissipação e das curvas de velocidade de fase apresentadas na figura 66.

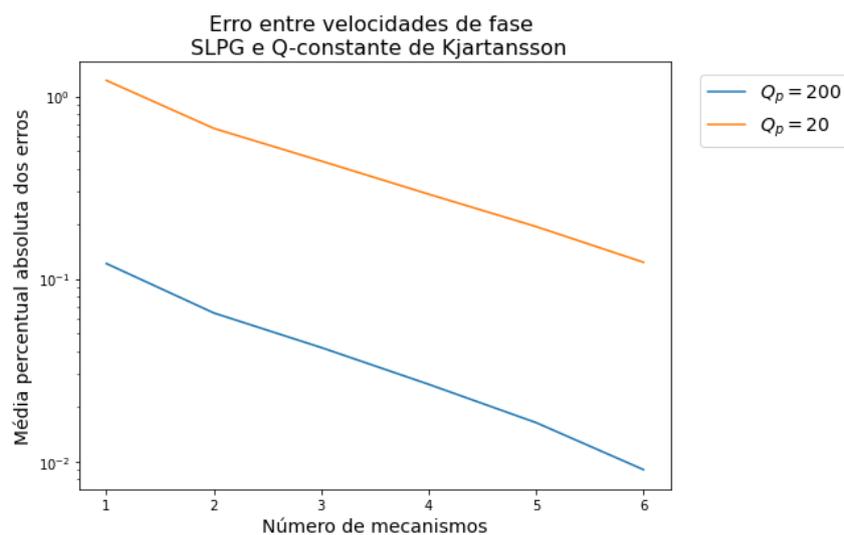


Figura 68 – Gráficos da média absoluta dos erros entre as curvas de velocidade de fase do SLPG com diferentes números de mecanismos e  $Q$ -constante de Kjørtansson. Análise para os cenários de absorção fraca e forte.

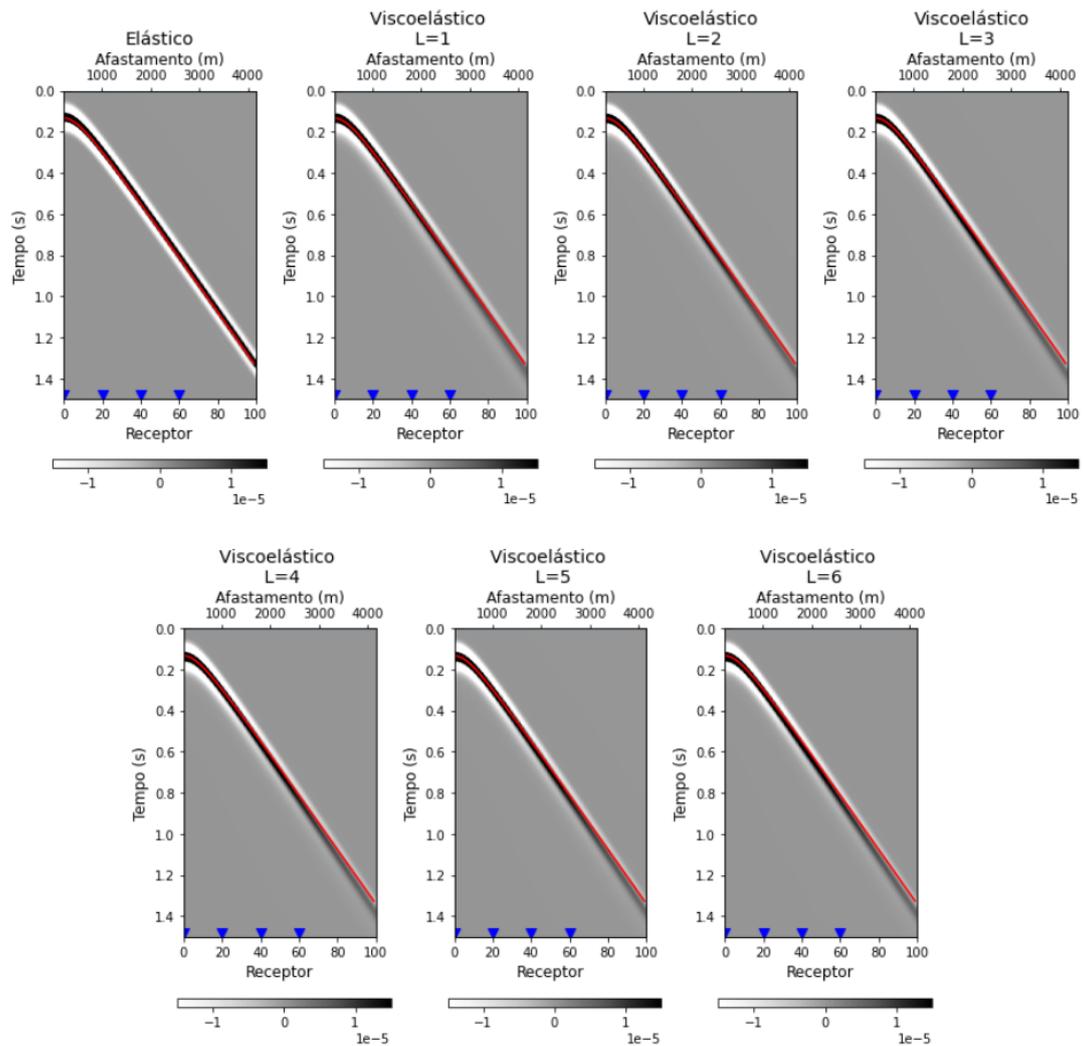


Figura 69 – Sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum computados com aproximações: elástica e viscoelástica com os arranjos de SLPG da tabela 8. A linha vermelha marca o tempo analítico da onda P direta elástica. Símbolos azuis mostram as posições dos traços analisados na figura 70. Cenário de absorção forte.

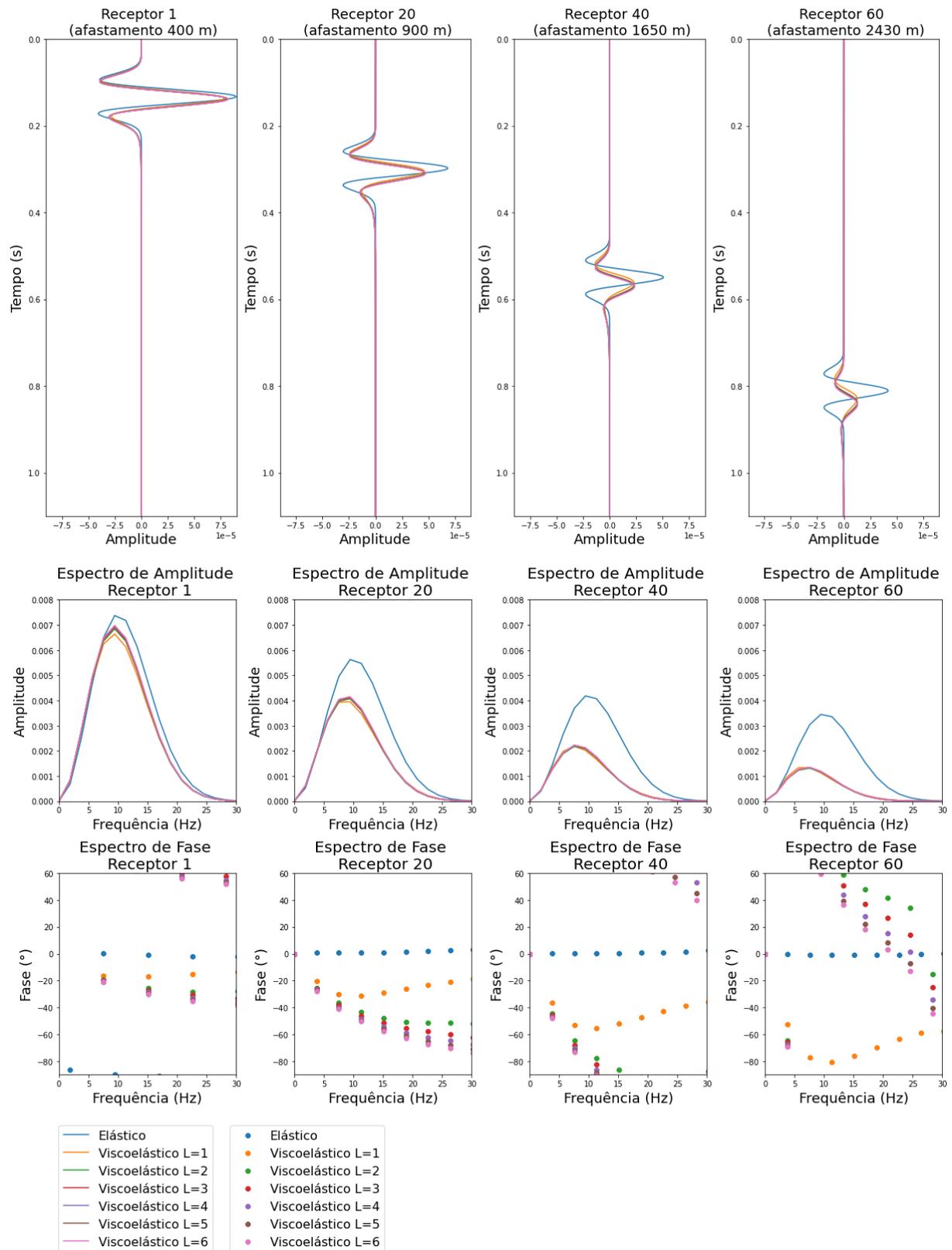


Figura 70 – Traços destacados dos sismogramas apresentados na figura 69 e seus correspondentes espectros de amplitude e fase.

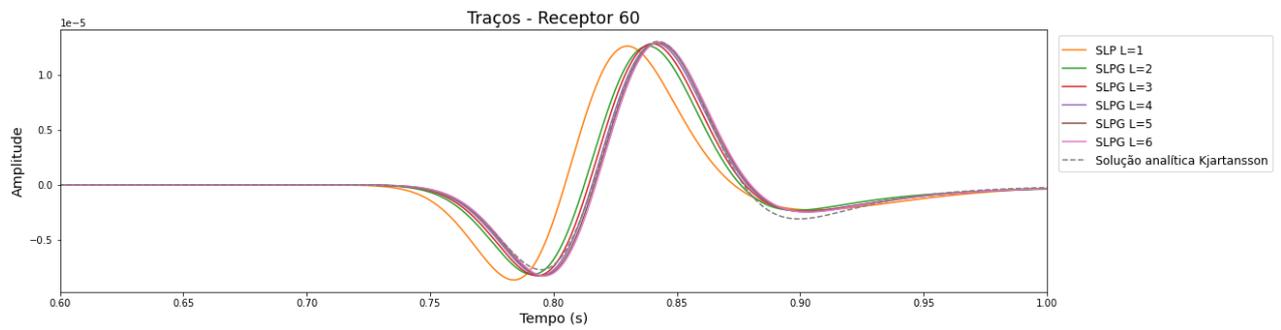


Figura 71 – Comparação entre os traços do receptor 60 dos sismogramas apresentados na figura 69 e tiro calculado com a solução analítica do modelo de  $Q$ -constante de Kjørtansson (figura 50a). Cenário de absorção forte.

Tabela 9 – Sumário das principais observações constatadas nos experimentos em modelo de propriedades constantes. São destacados os parâmetros com melhores resultados para modelo de SLPG, segundo os critérios analisados.

Teste	Experimento	Valores avaliados	Observações
1	Variação do fator $Q$	$Q_p$ : 3200, 800, 400, 200, 100, 50, 20	Quanto menor o valor de fator $Q$ maior os efeitos de atenuação e dispersão do sinal.
2	Escolha da frequência de referência	$f_{ref} = 0$	Modelagem viscoelástica com menor tempo de propagação que a elástica.
		$f_{ref} = f_{fonte}$	Modelagem viscoelástica com mesmo tempo de propagação que a elástica.
		$f_{ref} \rightarrow \infty$	<b>Modelagem viscoelástica com maior tempo de propagação que a elástica.</b>
3	Escolha da frequência de pico de dissipação	$f_{pico} < f_{fonte}$	Propagação mais rápida, maior atenuação de frequências mais baixas.
		$f_{pico} = f_{fonte}$	<b>Melhor representação da atenuação e dispersão do sinal. Maior similaridade com modelo de <math>Q</math>-constante.</b>
		$f_{pico} > f_{fonte}$	Propagação mais lenta, menor atenuação das frequências mais baixas.
4	Intervalo entre frequências de pico de dissipação para SLPG com $L = 3$	$\Delta f_{pico} = 1$ oitava	Solução muito próxima a resposta de $L = 1$
		$\Delta f_{pico} = 2$ oitavas	<b>Expansão estável do espectro de dissipação. Solução mais próxima à resposta de <math>Q</math>-constante.</b>
		$\Delta f_{pico} = 3$ oitavas	Expansão instável do espectro de dissipação.
5	Nº de mecanismos	$L$ : 1, 2, 3, 4, 5, 6	Meio com $Q_p = 200$ : $L = 1$ é suficiente para representação da absorção. Meio com $Q_p = 20$ : Quanto maior o número de mecanismos, maior a proximidade com a resposta de $Q$ -constante. $L = 2$ já apresenta acurácia suficiente para escala sísmica.

Todos os parâmetros avaliados apresentaram pouca sensibilidade em meio com fator  $Q_p = 200$ . Considerando o meio mais absoritivo, onde  $Q_p = 20$ , a escolha dos parâmetros influenciou tanto o tempo de trânsito quanto amplitude e fase do sinal propagado. Através da observação do fenômeno ondulatório e comparação com resposta do modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson, é possível propor uma escolha otimizada dos parâmetros para modelagem viscoelástica. A determinação do limite elástico do modelo de Zener que melhor representa o comportamento da propagação da onda esperado em rochas ocorre quando  $f_{ref} \rightarrow \infty$ . A utilização do modelo de Zener com maior similaridade ao modelo de  $Q$ -constante é obtida quando frequência de pico de dissipação é igual à da fonte, ou seja,  $f_{pico} = f_{fonte}$ . Para o arranjo de Zener Generalizado pode-se afirmar que  $L = 2$ , com  $\Delta f_{pico} \approx 2$  oitavas é suficiente para expansão do espectro de dissipação, mesmo em modelo com forte absorção. A avaliação do número de mecanismos no arranjo de SLPG mostrou que, em cenário de absorção fraca, 1 mecanismo é suficiente para representação do comportamento de  $Q$ -constante. Caso o meio seja muito absoritivo, a resposta com 1 mecanismo se distancia das soluções com 2 a 6 mecanismos. Neste cenário, o arranjo com  $L = 2$  já é suficiente para representação adequada dos efeitos de atenuação e dispersão constatados no modelo de Kjartansson, considerando a frequência dominante da fonte utilizada.

Como o número de mecanismos mostrou dependência com o valor do fator  $Q$  utilizado, a avaliação desse parâmetro foi estendida a cenários geológicos com distribuição variável de  $Q_p$  e  $Q_s$ .

## 5.2 Cenários geológicos

Nesta seção são considerados três modelos que se assemelham a situações geológicas: anomalia rasa com baixo fator  $Q$ , modelo de anticlinal e modelo com sal. A avaliação paramétrica, guiada pelos resultados da seção com modelo homogêneo, será mais focada na análise do número de mecanismos, sendo testados  $L = 1$ ,  $L = 2$  e  $L = 4$ , com  $1 < \Delta f_{pico} < 3$  oitavas. Para cada cenário, além do registro de tiro de pressão, é também apresentada uma seção modelada com fonte que simula uma onda plana, o que equivale a uma seção de empilhamento dos traços com afastamento curto dos registros de tiros de campo pré-processados.

### 5.2.1 Modelo de anomalia rasa com baixo fator $Q$

Para estudar o efeito da variação do valor do fator  $Q$  em um meio, construiu-se o modelo com uma anomalia rasa dessa propriedade, inspirado no cenário de baixas inclusões de fator  $Q$  proposto por Carcione (1993). A figura 72 apresenta o modelo de  $Q_p$  sobreposto pela geometria de aquisição utilizada para modelagem de um tiro, e a tabela 10 sumariza os valores das propriedades utilizadas. Entre os meios 1 e 2 não há variação de  $v_p$ ,  $v_s$  e  $\rho$ , pois o objetivo nesta análise é avaliar o efeito do contraste de fator  $Q$  isoladamente.

Tabela 10 – Propriedades do modelo de baixo contraste de fator  $Q$  exibido na figura 72.

Camada	$v_p$ (m/s)	$v_s$ (m/s)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$Q_p$	$Q_s$
1	2800	1700	2500	200	138
2	2800	1700	2500	15	10
3	4000	2400	2500	1000	1000

Na modelagem foi inserida fonte Ricker com frequência dominante 10 Hz. A discretização para atender as condições de estabilidade e dispersão numérica é  $\Delta x = \Delta z = 5$  m e  $\Delta t = 0,5$  ms.

Foram realizadas modelagens elástica e viscoelástica com  $L = 1$ ,  $L = 2$  e  $L = 4$  mecanismos, distribuídos segundo metodologia apresentada na seção anterior. A tabela 11 mostra as frequências de pico de dissipação de cada arranjo. Observando os instantâneos da propagação da onda na figura 73, constatamos os eventos formados

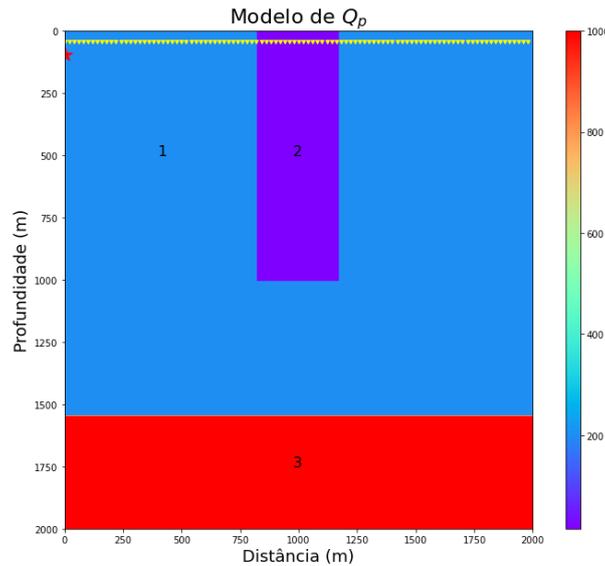


Figura 72 – Modelo de contraste raso de fator  $Q$  sobreposto pela geometria de aquisição utilizada para modelagem de 1 tiro. Valores das propriedades apresentados na tabela 10. A estrela vermelha representa a posição da fonte e os símbolos amarelos a disposição dos receptores utilizados na modelagem.

considerando aproximação elástica ou viscoelástica com 1 mecanismo. Como a anomalia só está presente nos campos de  $Q_p$  e  $Q_s$ , a modelagem elástica não enxerga esse corpo. Considerando a aproximação viscoelástica, as anomalias de  $Q_p$  e  $Q_s$  causam contrastes nas velocidades de fase da onda entre os meios 1 e 2, gerando as reflexões identificadas em **d**, **e** e **f**.

Tabela 11 – Valores aproximados das frequências de pico,  $f_{pico}$ , e intervalo entre estas,  $\Delta f_{pico}$ , de cada arranjo com  $L$  mecanismos distribuídos equi-espacialmente em  $\log(f)$ . Intervalo de frequência de distribuição: 0,5 a 125 Hz.

$L$	$f_{pico}$ (Hz)	$\Delta f_{pico}$ (oitavas)
1	10	-
2	4,3; 23,2	2,42
4	2,2; 6,0; 16,6; 45,5	1,45

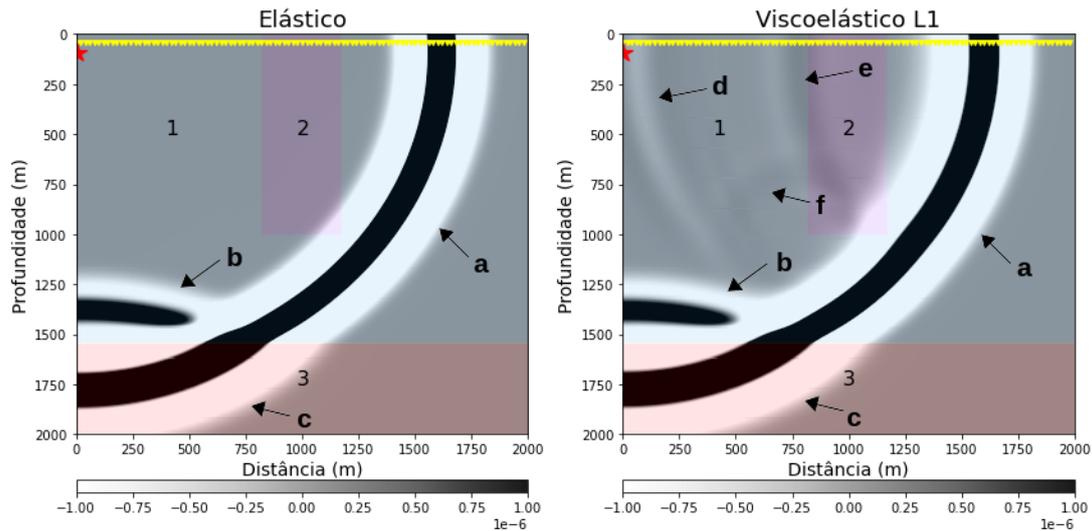


Figura 73 – Campos de onda no instante 0,575 s sobrepostos ao modelo de  $Q_p$  da figura 72. Os números 1, 2 e 3 identificam os valores das propriedades apresentados na tabela 10. À esquerda, aproximação elástica e, à direita, aproximação viscoelástica com  $L = 1$ . Descrição dos eventos: **(a)** onda direta P; **(b)** onda refletida P entre os meios 1 e 3; **(c)** onda transmitida P; **(d)**, **(e)** e **(f)** ondas refletidas P na anomalia de  $Q_p$ .

Na figura, 74 são exibidos os sismogramas com o campo de pressão no domínio do tiro comum computados com formulações elástica e viscoelástica com 1, 2 ou 4 mecanismos, assim como, as diferenças entre estes. É possível identificar nas modelagens viscoelásticas as reflexões nas paredes da anomalia, eventos 4 e 5. Também ocorre deformação da curva de tempo de trânsito das reflexões das ondas P e S da interface abaixo do corpo, indicados por 2 e 3. A diferença entre a modelagem com  $L = 2$  e  $L = 1$  apresenta valor significativo. Já o arranjo  $L = 4$  exibe menos alterações em relação ao arranjo  $L = 2$ , se for desconsiderada a onda direta P. Na figura 75 são comparados os traços viscoelásticos do receptor 200, com foco nas reflexões abaixo da anomalia. A resposta com  $L = 2$  e  $L = 4$  são bem próximas entre si e apresentam mais absorção do que  $L = 1$ .

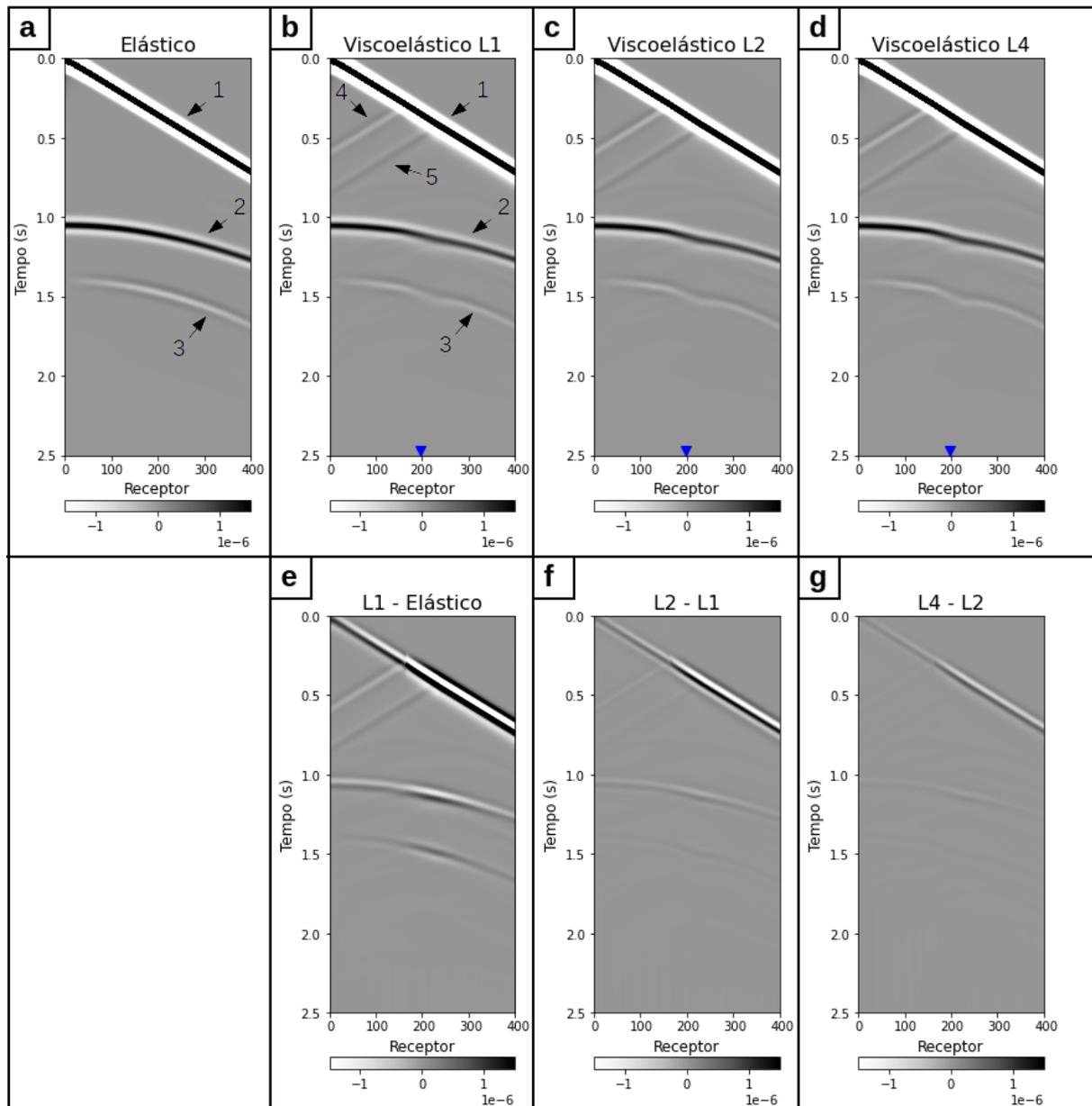


Figura 74 – Sismogramas modelados com modelo de contraste de fator  $Q$  da figura 72. **(a)** aproximação elástica; **(b)** aproximação viscoelástica com  $L = 1$ ; **(c)** aproximação viscoelástica com  $L = 2$ ; **(d)** aproximação viscoelástica com  $L = 4$ ; **(e)** diferença entre **(b)** e **(a)**; **(f)** diferença entre **(c)** e **(b)**; **(g)** diferença entre **(d)** e **(c)**. Descrição dos eventos: **(1)** onda direta P; **(2)** onda refletida P entre os meios 1 e 3; **(3)** onda refletida S entre os meios 1 e 3; **(4)** e **(5)** ondas refletidas P na anomalia de  $Q_p$ . Símbolos azuis mostram a posição dos traços comparados em detalhe na figura 75.

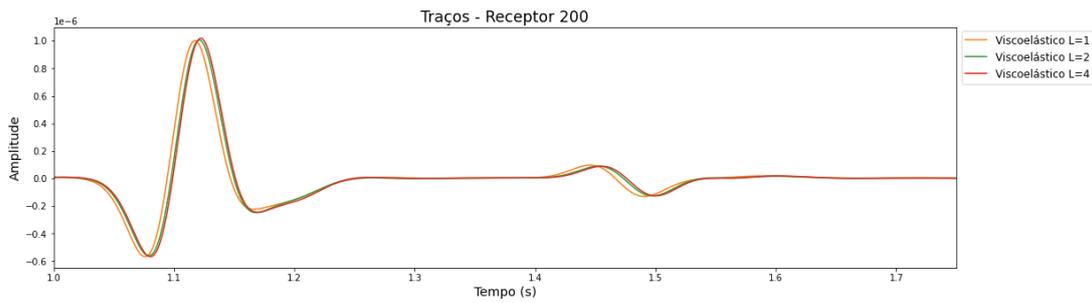


Figura 75 – Traços do receptor 200 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 74. Foco nas reflexões 2 e 3.

Para obter uma visão em seção de afastamento nulo, foi realizada a modelagem utilizando uma onda plana como fonte. Para tanto, é aplicada a geometria de aquisição ilustrada na figura 76, disparando todas as fontes no mesmo instante de tempo. As imagens geradas estão ilustradas na figura 77. A análise em seção, mesmo que no domínio do tempo, permite uma melhor correlação dos eventos com o modelo geológico. Assim, verifica-se que com a modelagem viscoelástica a base da anomalia de fator  $Q$  gera uma reflexão, apontada em 4, e a presença do corpo causa deformação das reflexões 2 e 3. Com esta modelagem também percebe-se diferenças consideráveis entre as aproximações viscoelástica com  $L = 2$  e  $L = 1$ . As contribuições empregando  $L = 4$  são mais sutis. As diferenças entre as modelagens viscoelásticas ficam mais claras comparando os traços do receptor 200 na figura 78, onde fica evidente a proximidade dos resultados com 2 ou 4 mecanismos.

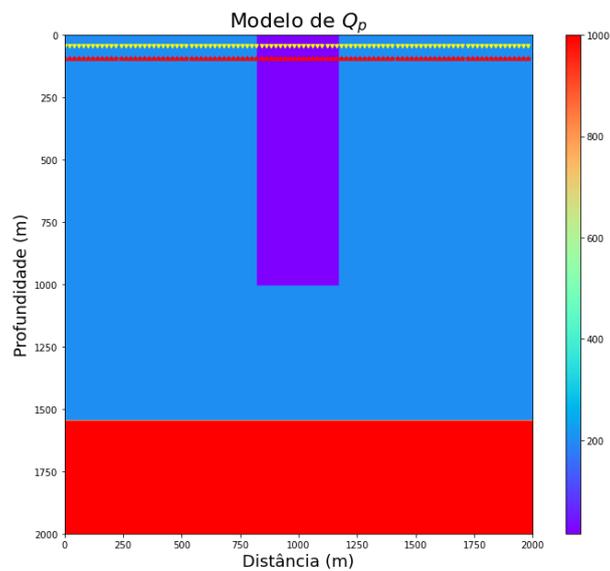


Figura 76 – Modelo de contraste raso de fator  $Q$  sobreposto pela geometria de aquisição para introdução de onda plana como fonte da modelagem. As estrelas vermelhas representam as posições das fontes e os símbolos amarelos a disposição dos receptores.

Este modelo possibilita o entendimento dos resultados da modelagem viscoelástica em presença de anomalia de fator  $Q$ . Tanto a mudança do tempo de trânsito, quanto a alteração de amplitude e fase dos eventos afetados pela presença da anomalia podem contribuir para identificação desses corpos em processos de inversão. A utilização de 1 mecanismo já é eficaz para observação do efeito de absorção. Os arranjos com  $L = 2$  e  $L = 4$  apresentam resultados muito similares e um pouco mais sensíveis a presença do corpo.

Para este cenário, a formulação viscoelástica com  $L = 2$  parece mais apropriada, já que apresenta maior efeito de absorção do que a solução com  $L = 1$ , visível pelo aumento no tempo de trânsito das reflexões, e possui resposta muito próxima ao resultado com  $L = 4$ .

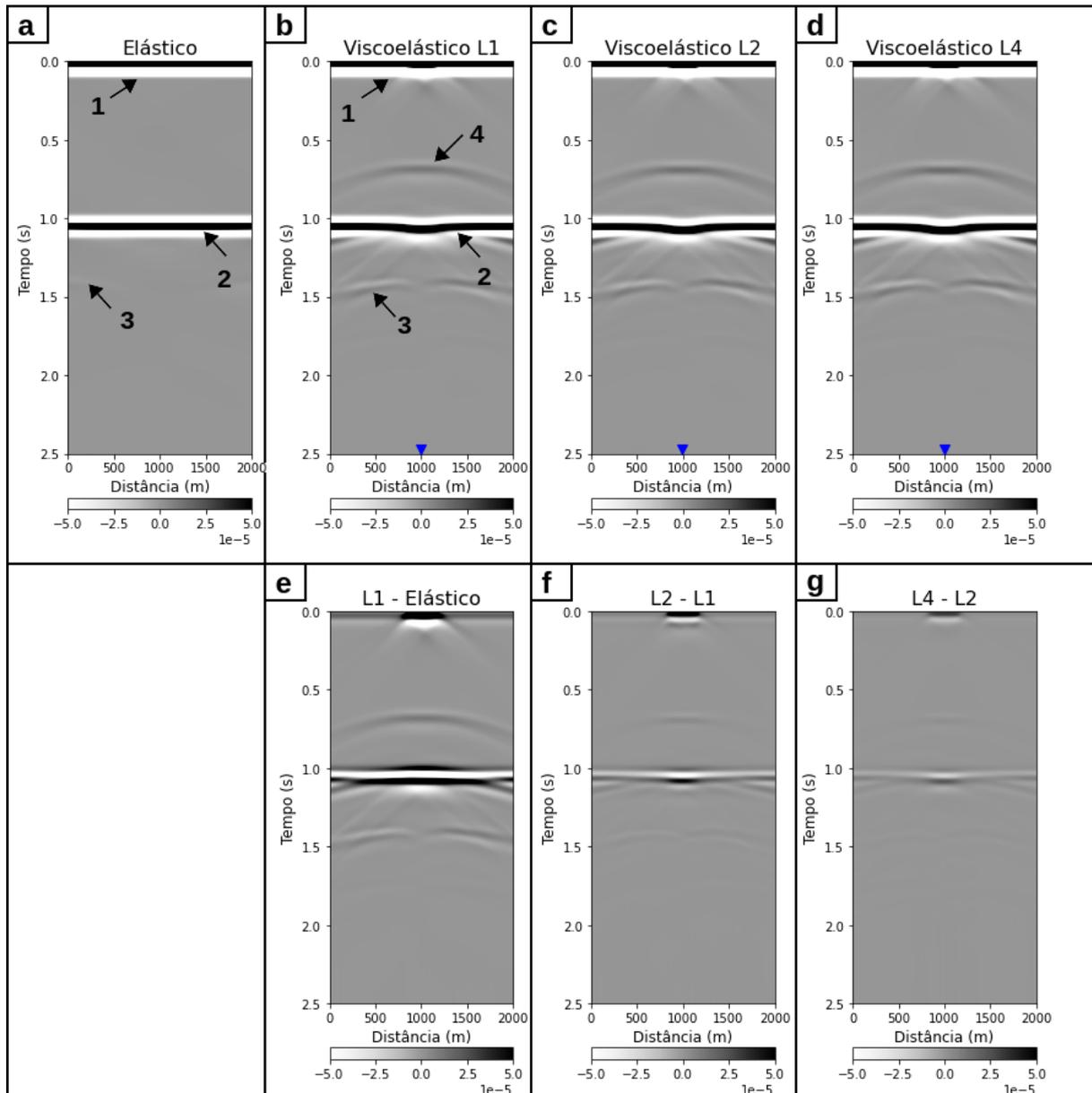


Figura 77 – Seções modeladas com modelo contraste raso de fator  $Q$  da figura 72 e fonte sísmica simulando uma onda plana . **(a)** aproximação elástica; **(b)** aproximação viscoelástica com  $L = 1$ ; **(c)** aproximação viscoelástica com  $L = 2$ ; **(d)** aproximação viscoelástica com  $L = 4$ ; **(e)** diferença entre **(b)** e **(a)**; **(f)** diferença entre **(c)** e **(b)**; **(g)** diferença entre **(d)** e **(c)**. Descrição dos eventos: **(1)** onda direta P; **(2)** onda refletida P entre meios 1 e 3; **(3)** onda refletida S entre meios 1 e 3; **(4)** ondas refletidas P na base da anomalia de  $Q_p$ . Símbolos azuis mostram a posição dos traços comparados em detalhe na figura 78.

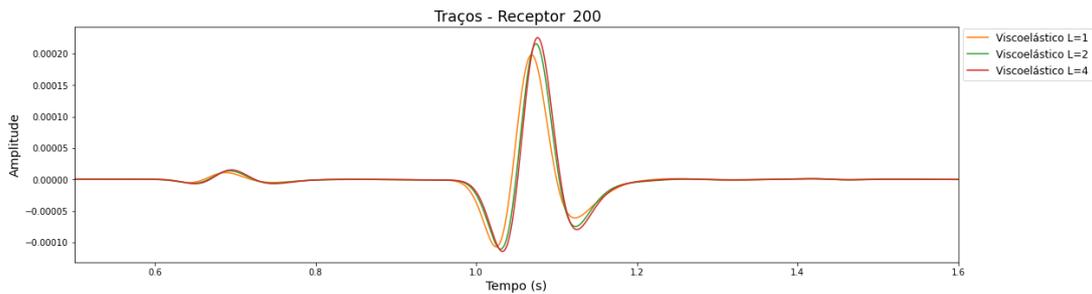


Figura 78 – Traços do receptor 200 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 77.

### 5.2.2 Modelo de anticlinal

Um dos cenários mais estudados de reservatório de petróleo é o modelo geológico de anticlinal. A figura 79 ilustra a propriedade de velocidade da onda P,  $v_p$ , de uma típica trapa de hidrocarboneto onde a rocha reservatório, um arenito permeável, está saturado com gás na camada 5 e com água salgada na região 6, sendo ambas camadas altamente dissipativas, com valores de fator  $Q$  menores que 50. A estrutura de anticlinal está entre camadas de folhelhos impermeáveis identificados pelos números 4 e 7. A camada 1 representa a lâmina d’água. A tabela 12 agrupa os valores das propriedades por camada. Este modelo foi adaptado de cenário apresentado por Carcione (1993).

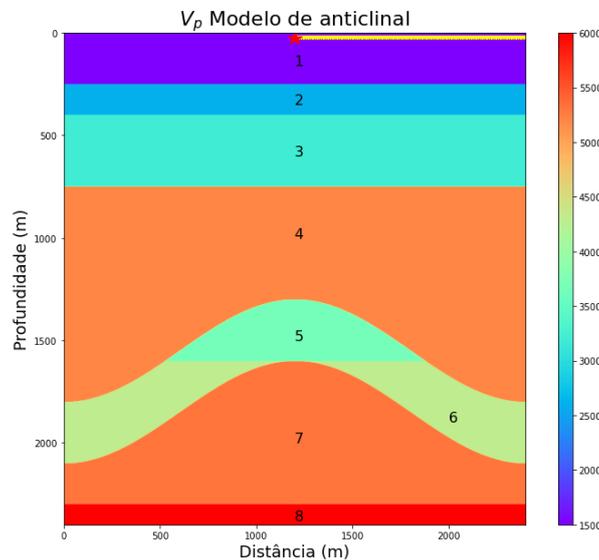


Figura 79 – Modelo de anticlinal sobreposto pela geometria de aquisição utilizada na modelagem de 1 tiro. Valores das propriedades apresentados na tabela 12. A estrela vermelha representa a posição da fonte e os símbolos amarelos a disposição dos receptores utilizados na modelagem.

Para essas modelagens foi empregada discretização  $\Delta x = \Delta z = 2 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 0,1 \text{ ms}$  e como fonte sísmica uma Ricker com frequência dominante 20 Hz. Na figura 80

Tabela 12 – Propriedades do modelo de anticlinal exibido na figura 79.

Camada	$v_p$ (m/s)	$v_s$ (m/s)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$Q_p$	$Q_s$
1	1500	0	1000	20000	20000
2	2600	1500	2400	50	30
3	3200	1850	2530	80	60
4	5200	3000	2850	180	120
5	3650	2100	2610	17	10
6	4300	2480	2720	45	30
7	5300	3060	2900	180	120
8	6000	3460	2960	280	250

são apresentados os sismogramas do campo de pressão no domínio do tiro comum computados com a modelagem elástica e viscoelástica com 1 mecanismo. As setas azuis e vermelhas indicam, respectivamente, as reflexões da onda P no topo e base do reservatório. É notável a diferença de amplitude entre os eventos considerando ou não o efeito da absorção. Digno de menção também é a maior atenuação com o afastamento do caso viscoelástico, perceptível ao analisarmos, por exemplo, a reflexão da base do reservatório em ambos os casos. A subtração entre o caso viscoelástico com  $L = 1$  e o elástico é exibida na figura 81e e evidencia essas diferenças.

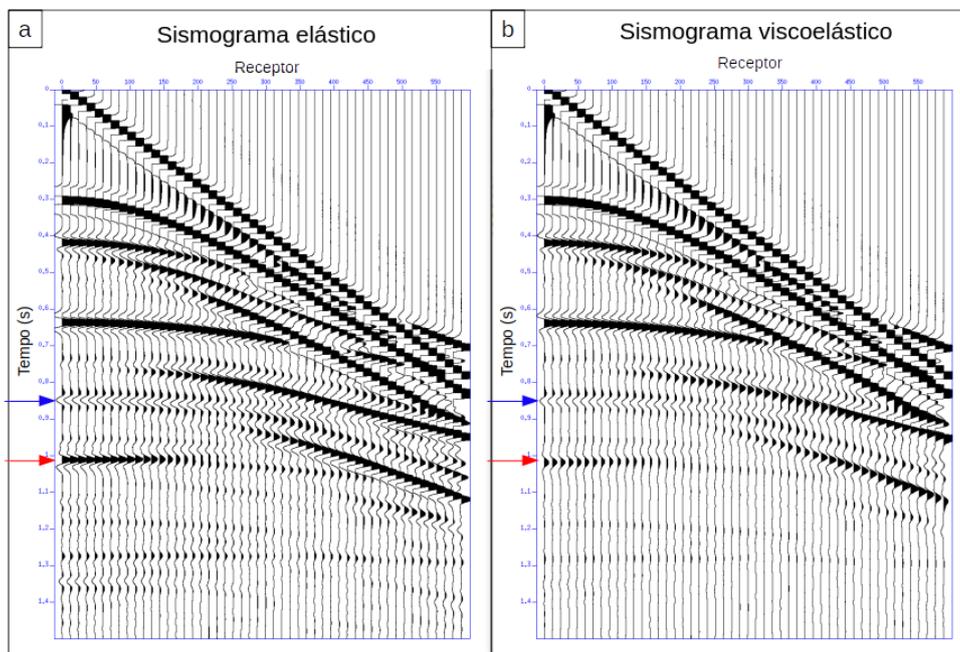


Figura 80 – Sismogramas para o campo de pressão no domínio do tiro comum elástico (a) e viscoelástico (b). As setas azuis e vermelhas indicam, respectivamente, o topo e base do reservatório, camada 5 do modelo da figura 79.

Para verificar a influência do número de mecanismos, também foram simulados os arranjos de SLPG com  $L = 2$  e  $L = 4$ , cujos dados são apresentados na figura

81. As frequências de pico dos mecanismos foram distribuídas segundo a tabela 13. Pelas seções diferença (figura 81f e figura 81g) observa-se que  $L = 2$  alterou mais a energia dos afastamentos longos dos eventos, enquanto  $L = 4$  trouxe variações menos expressivas. Comparando os traços das modelagens viscoelásticas no receptor 1, figura 82, observa-se que as diferenças são mais expressivas na base do reservatório, próximo a 1 s, mas pouco relevantes para escala sísmica.

Tabela 13 – Valores aproximados das frequências de pico,  $f_{pico}$ , e intervalo entre estas,  $\Delta f_{pico}$ , de cada arranjo com  $L$  mecanismos distribuídos equi-espacialmente em  $\log(f)$ . Intervalo de frequência de distribuição: 0,1 a 100 Hz.

$L$	$f_{pico}$ (Hz)	$\Delta f_{pico}$ (oitava)
1	20	-
2	10,9; 36,8	1,76
4	6,7; 13,9; 28,9; 60,1	1,1

A propagação introduzindo a fonte como onda plana foi realizada aplicando a geometria da figura 83. A figura 84 traz os resultados elástico e viscoelástico com  $L = 1$ , com a descrição dos principais eventos primários, onde fica evidente diminuição da amplitude das reflexões no de topo e base do reservatório quando considerado o efeito da absorção.

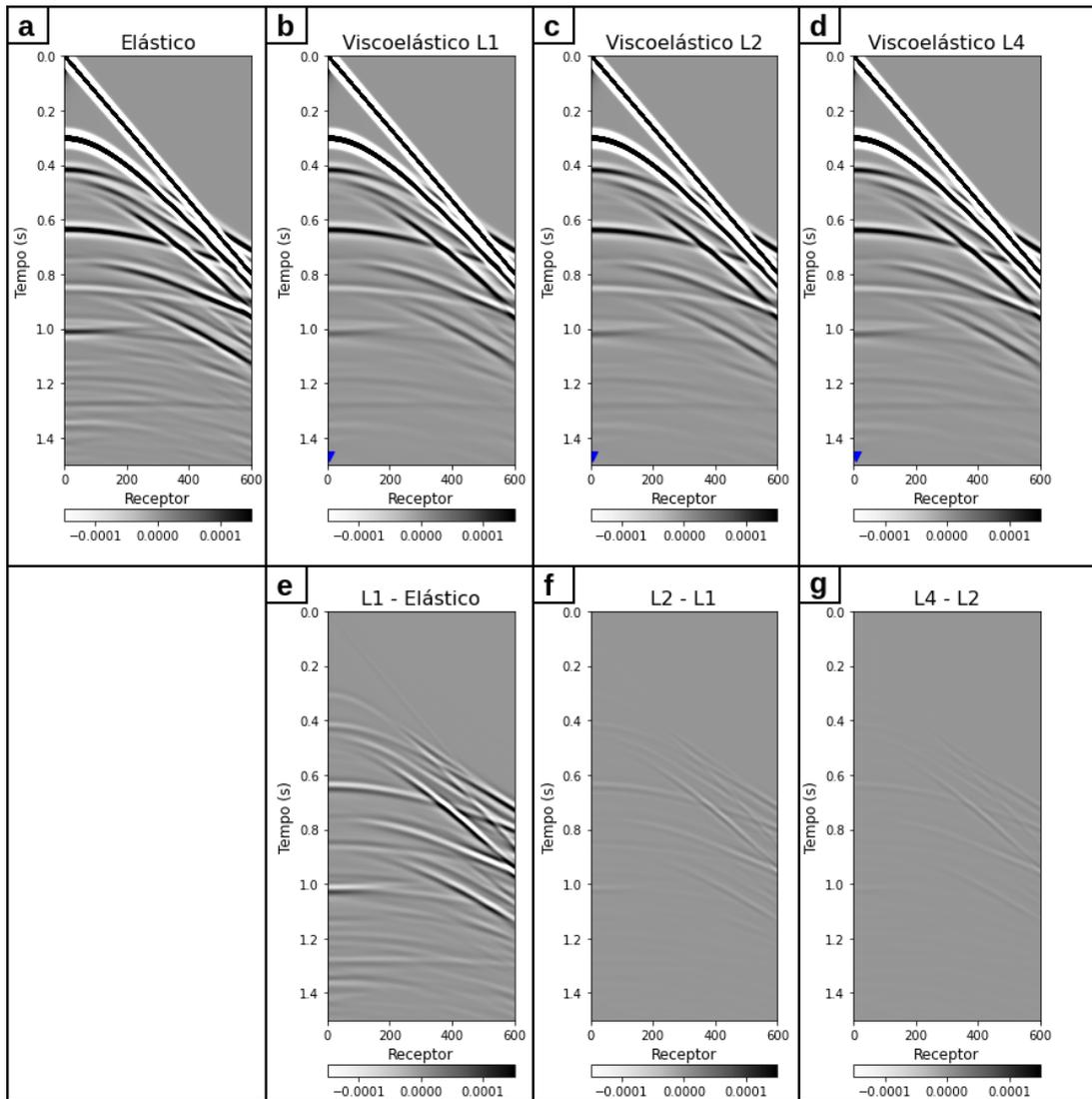


Figura 81 – Sismogramas modelados com modelo de anticlinal da figura 79. **(a)** aproximação elástica; **(b)** aproximação viscoelástica com  $L = 1$ ; **(c)** aproximação viscoelástica com  $L = 2$ ; **(d)** aproximação viscoelástica com  $L = 4$ ; **(e)** diferença entre **(b)** e **(a)**; **f.** diferença entre **(c)** e **(b)**; **(g)** diferença entre **(d)** e **(c)**. Símbolos azuis destacam posição dos traços analisados na figura 82.

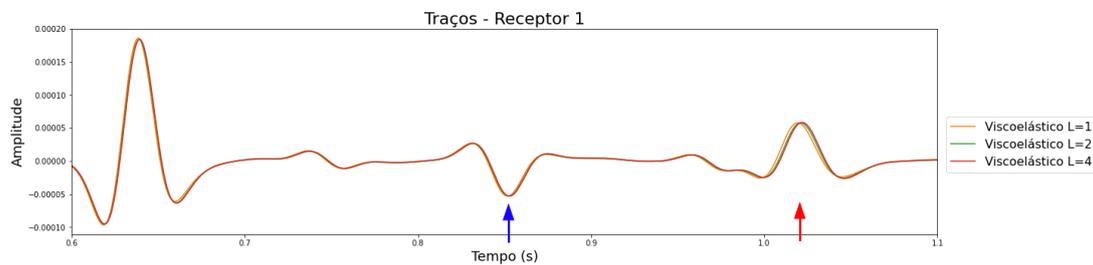


Figura 82 – Traços do receptor 1 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 81. As setas azul e vermelha indicam, respectivamente, a reflexão da onda P no topo e base do reservatório.

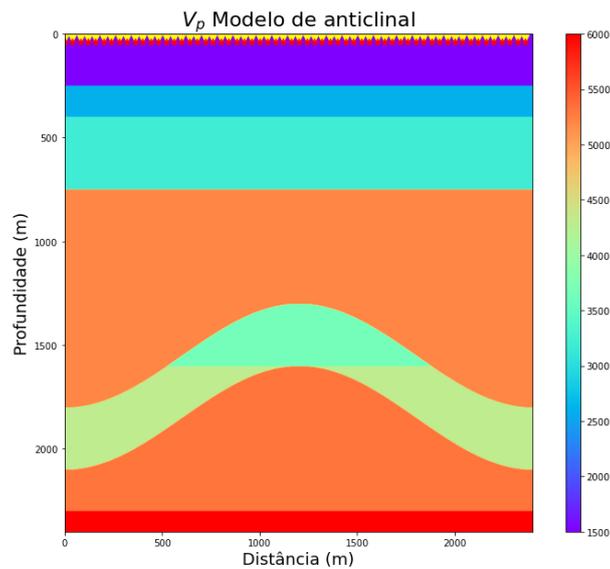


Figura 83 – Modelo de anticlinal sobreposto pela geometria de aquisição para introdução de onda plana como fonte da modelagem. As estrelas vermelhas representam a posição das fontes e os símbolos amarelos a disposição dos receptores.

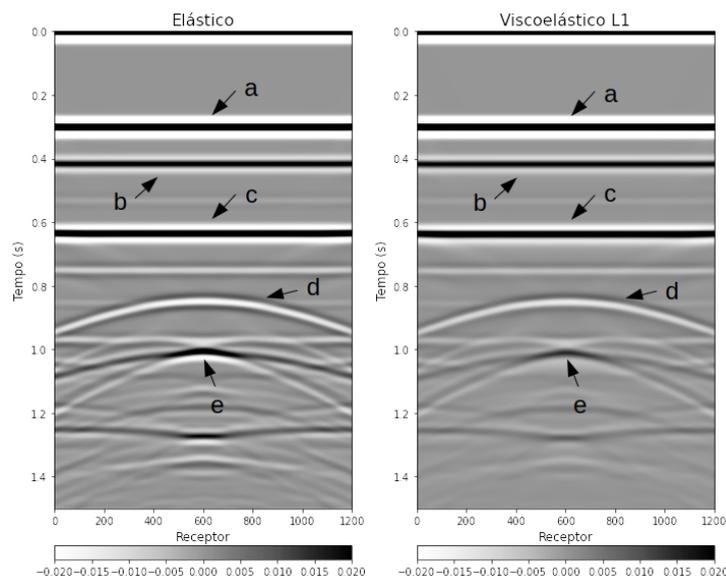


Figura 84 – Sismogramas gerados por modelagens elástica e viscoelástica com  $L = 1$  modelados com onda plana. As setas indicam as principais reflexões primárias da onda P, sendo: **(a)** fundo do mar; **(b)** topo da camada 3; **(c)** topo da camada 4; **(d)** topo do reservatório e **(e)** base do reservatório.

Analisando o efeito do número de mecanismos para as seções geradas com onda plana, figura 85, verifica-se que aumentar o número de mecanismo não é tão relevante para a imagem gerada com este modelo, quanto constatado no modelo de contraste raso de fator  $Q$ . Examinando os traços da modelagem viscoelástica registrados no receptor 300, observa-se uma pequena diferença entre as respostas na saída do reservatório.

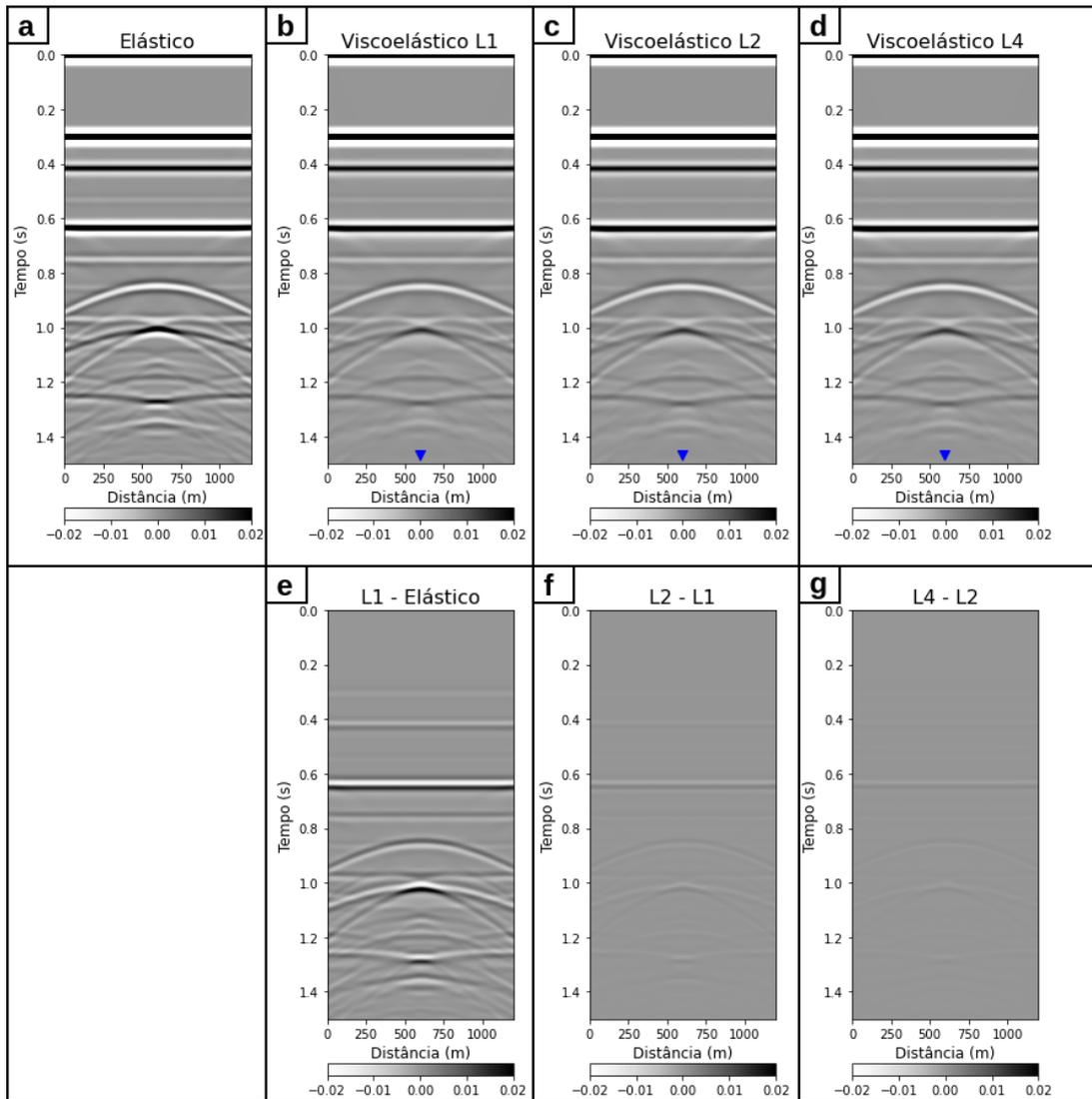


Figura 85 – Sismogramas modelados para o modelo de anticlinal da figura 79 empregando-se como fonte uma onda plana. **a.** aproximação elástica; **b.** aproximação viscoelástica com  $L = 1$ ; **c.** aproximação viscoelástica com  $L = 2$ ; **d.** aproximação viscoelástica com  $L = 4$ ; **e.** diferença entre **b.** e **a.**; **f.** diferença entre **c.** e **b.**; **g.** diferença entre **d.** e **c.**. Símbolos azuis destacam posição dos traços analisados na figura 86.

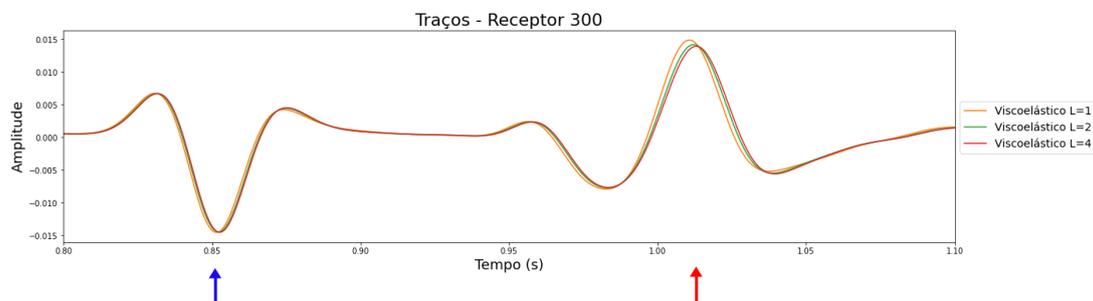


Figura 86 – Traços do receptor 300 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 85. Foco nos eventos associados à entrada e saída do reservatório, indicadas pelas setas azul e vermelha, respectivamente.

Para o modelo de anticlinal apresentado, a representação viscoelástica com  $L = 1$  apresenta resultado satisfatório para caracterização do efeito da absorção, considerando a frequência dominante do sinal utilizada.

### 5.2.3 Modelo com camada de sal

O terceiro e último modelo geológico estudado foi elaborado por uma equipe multidisciplinar do grupo de imageamento sísmico (GISIS) do departamento de Geologia e Geofísica da UFF, em projeto financiado pela Petrobras. O dado que subsidiou a construção do modelo é um volume PSDM (*Pre Stack Depth Migration*) adquirido junto ao Banco de Dados de Exploração e Produção (BDEP) da ANP. Este volume foi criado a partir do processamento dos levantamentos 0276\_BS500, 0302\_TAMBAU\_URUGUA\_TAMBUATA e 0302\_FRANCO no campo de Búzios, Pré-sal brasileiro. Também foram obtidos os dados de campo do levantamento 0302\_FRANCO, os quais foram processados pela equipe do projeto e são utilizados para comparação com o dado modelado.

O modelo de propriedades foi construído a partir de horizontes interpretados no dado sísmico, informações de dados de poços e valores referência encontrados na literatura e corresponde ao modelo intermediário descrito no trabalho de Freitas et al. (2022). Deste, foi separada uma linha 2D para realização da modelagem utilizando as informações de aquisição de um tiro adquirido em sua proximidade. A figura 87 mostra os valores das propriedades sobrepostas pela geometria de aquisição desse tiro. Os fatores  $Q_p$  e  $Q_s$  foram considerados iguais e na lâmina d'água têm valor 10.000.

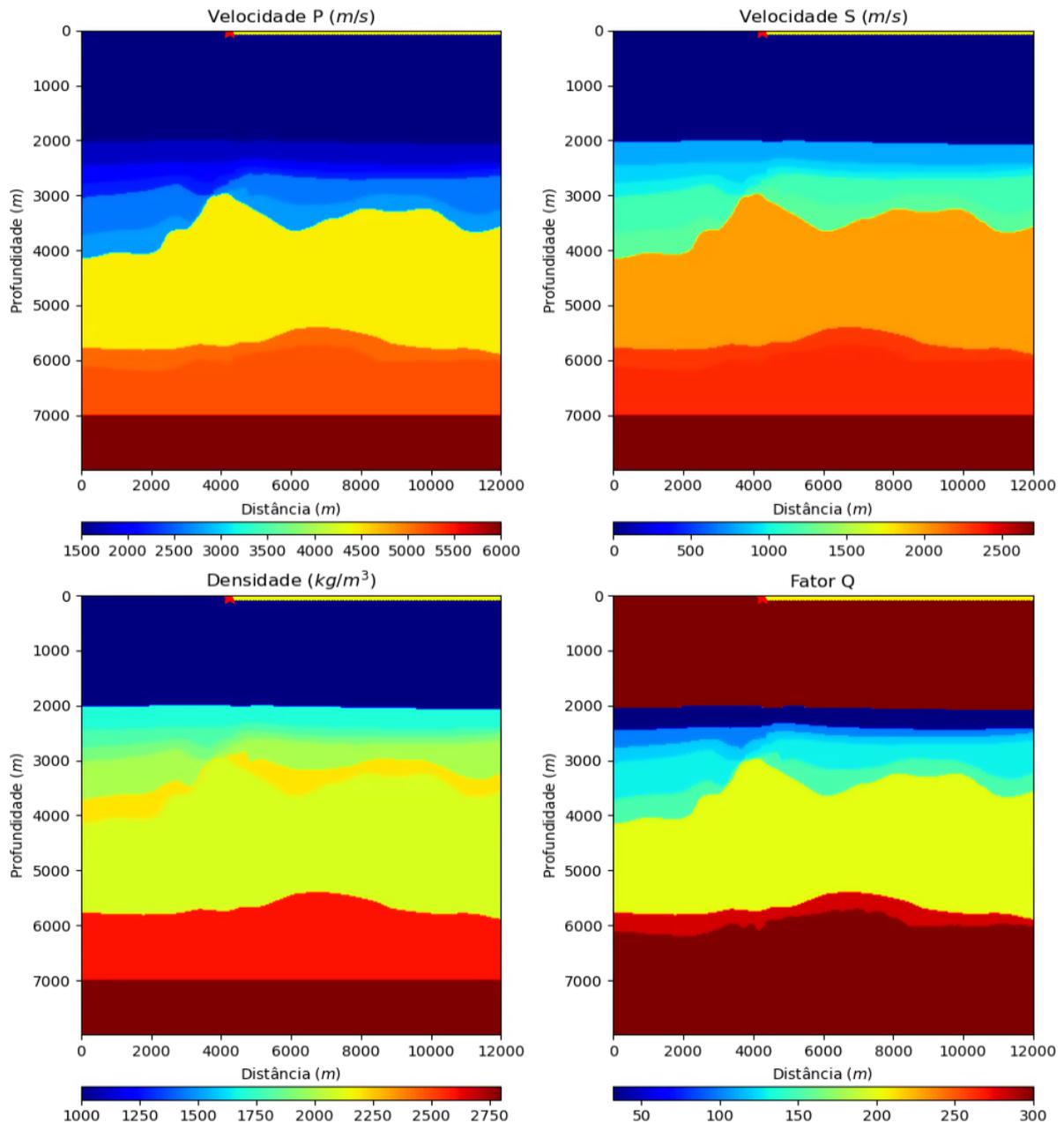


Figura 87 – Modelo de propriedades construído a partir do dado de Búzios.

O dado de campo possui 648 canais espaçados por 12,5 m. A profundidade da fonte é 7 m e a profundidade dos receptores é 9 m. Os sismogramas de campo foram processados internamente e passaram pelas clássicas etapas de processamento pré-migração: deconvolução de assinatura da fonte, atenuação de *swell noise*, atenuação de múltipla por SRMA (*Surface Related Multiple Attenuation*) e filtragem Radon, bem como, silenciamento hiperbólico acima do fundo do mar. Para comparação com o dado modelado, também foi aplicado um filtro passa banda 0-3-10-25 Hz. Os parâmetros utilizados na modelagem são: fonte Ricker com frequência dominante  $f_{fonte} = 10$

Hz, discretizações  $\Delta x = \Delta z = 6,25$  m e  $\Delta t = 0,5$  ms. Fonte e receptores foram posicionados na profundidade 12,5 m.

A figura 88 mostra os dados resultantes das modelagens elástica e viscoelástica com 1 mecanismo ao lado do correspondente dado real. As modelagens não replicam perfeitamente o dado de campo, o que pode ser devido a diferenças na geometria de aquisição, a imperfeições no modelo de propriedade utilizado e a diferenças entre propagações 2D e 3D. Mesmo assim, é possível notar similaridades entre as reflexões do fundo do mar (**a**), de camadas do Pós-sal (**b**, **c** e **d**) e do topo (**e**) e base (**f**) do sal, sinalizadas pelas setas verdes. O evento associado ao topo do embasamento (**g**) não é claro no dado real. As setas vermelhas indicam ruídos criados nos dados modelados devido a irregularidades no contraste de propriedades no fundo do mar e devem ser desconsiderados nessa comparação. Foram selecionadas duas regiões para observação em maior detalhe. A área do polígono 1 é exibida na figura 89. Desconsiderando os ruídos apontados pelas setas vermelhas, é possível ver similaridade nos eventos apontados pelas setas verdes. Os tempos de trânsito não são exatamente coincidentes, mas as reflexões nas camadas acima do topo do sal, próximo a 3,5 s, apresentam cinemática próxima às de eventos encontrados no dado real. Na área 2, exibida na figura 90, são analisadas as reflexões em afastamentos maiores, onde espera-se maior atuação da absorção do sinal. O que se confirma ao compararmos os resultados elástico e viscoelástico, onde além da mudança de amplitude, é notável a diferença de fase entre as simulações. Comparando essas soluções com o dado real, a modelagem viscoelástica apresenta eventos com fase mais similar aos correspondentes eventos do sismograma real, como evidenciado pelas setas azuis.

A figura 91 compara os resultados da modelagem elástica com os da modelagem viscoelásticos com 1, 2 ou 4 mecanismos. Este é o cenário com maior lanço de aquisição dentre os estudados (8100 m). Modelar com 2 ou 4 mecanismos apresenta maiores diferenças nos afastamentos médios e longos. A figura 92 evidencia os traços das modelagens viscoelásticas registrados no receptor 450, em destaque na figura 91. Os resultados com 2 e 4 mecanismos são muito semelhantes e apresentam uma diferença perceptível em relação a modelagem viscoelástico com  $L = 1$ .

A modelagem viscoelástica com 1 mecanismo resultou em eventos nos afastamentos mais longos, mais próximos ao dado real do que os resultados da

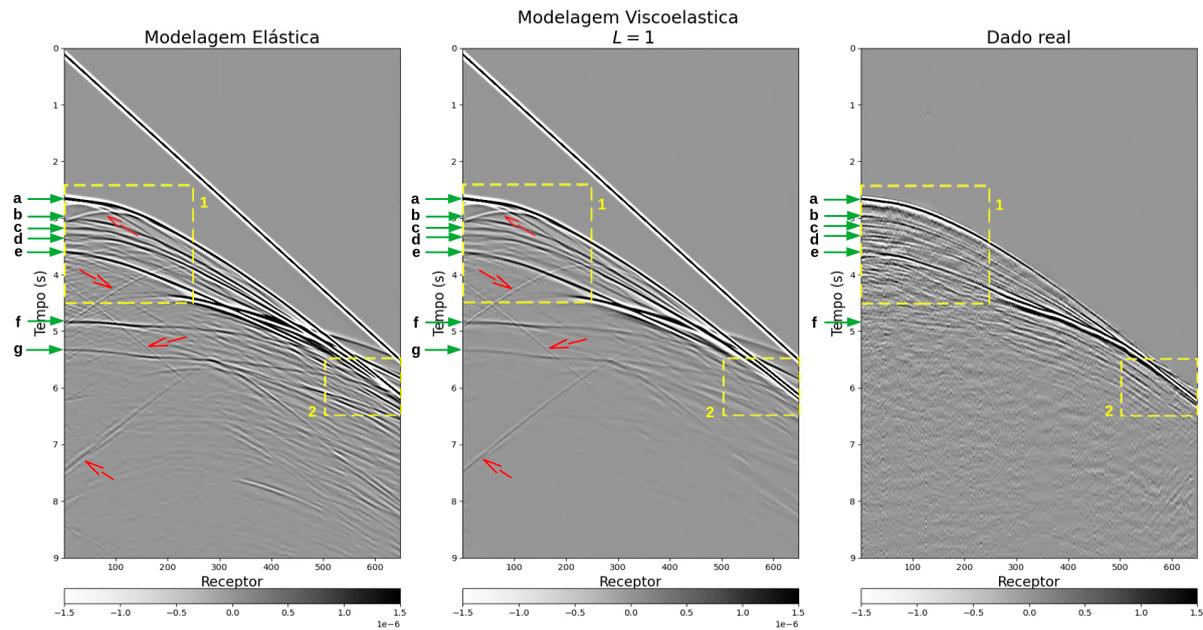


Figura 88 – Sismograma com o campo de pressão no domínio do tiro comum modelados com aproximação elástica e viscoelástica ( $L = 1$ ) e correspondente dado real. As setas verdes indicam os eventos: fundo do mar (a), reflexões no Pós-sal (b, c e d), topo do sal (e), base do sal (f) e topo do embasamento (g). As setas vermelhas apontam ruídos criados no dado modelado devido a irregularidades no contraste das propriedades no fundo do mar e os polígonos 1 e 2 delimitam áreas expostas em maior detalhe nas figuras 89 e 90, respectivamente.

aproximação elástica. Caso seja necessário maior precisão aos efeitos da absorção, o arranjo com 2 mecanismos já é suficiente, visto que  $L = 4$  agregou pouca informação em relação a este.

As simulações foram geradas em máquina *Dell PowerEdge R740* com 196 Gb de memória *RAM*, 2 processadores com 24 cores por processador. Os tempos dos experimentos realizados para 1 tiro estão sumarizados na tabela 14. Aumentar o número de mecanismos significa elevar a quantidade de variáveis de memória na equação 3.96, o que aumenta o tempo de cálculo da solução.

Tabela 14 – Tempos para simulação de 1 tiro segundo aproximação da equação da onda utilizada.

Aproximação	Nº de mecanismos	Tempo
Elástica	-	38m40s
Viscoelástica	1	39m41s
Viscoelástica	2	44m40s
Viscoelástica	4	49m29s

Devido à complexidade do modelo, optou-se por não trabalhar com a seção gerada

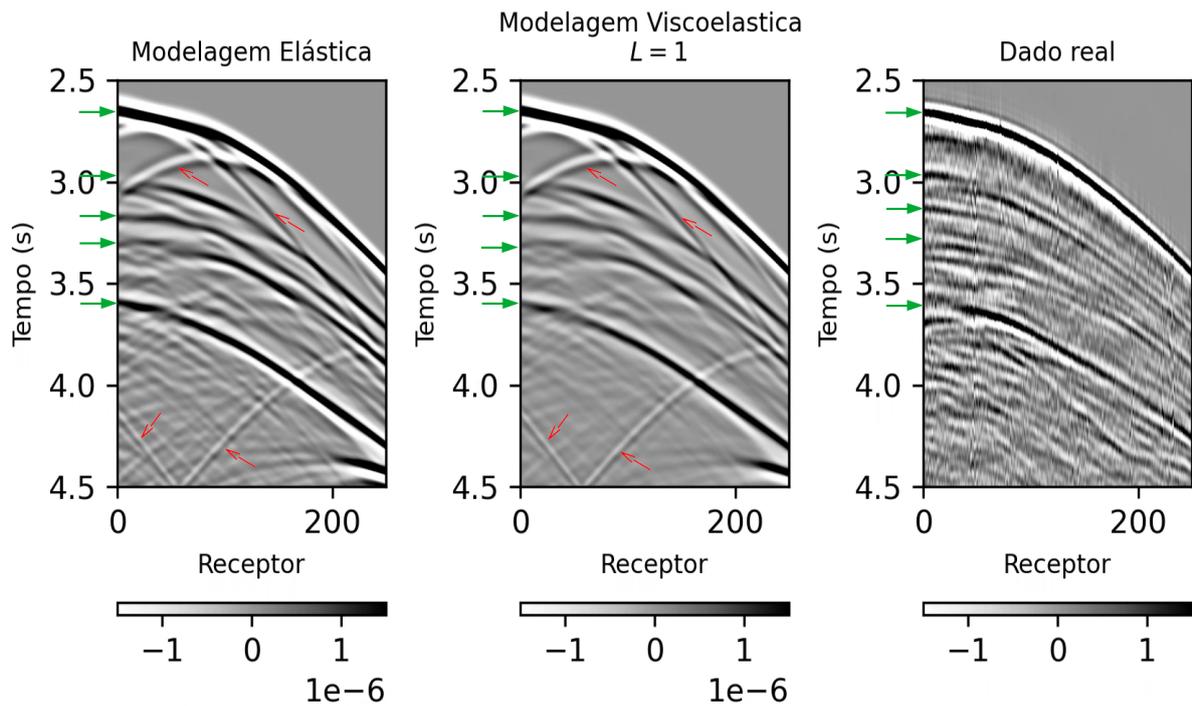


Figura 89 – Análise em detalhe da área 1 destacada na figura 88. As setas verdes indicam eventos correspondentes nos dados modelados e dado real. As setas vermelhas apontam difrações criadas por irregularidades presentes na superfície do fundo do mar do modelo de propriedades e devem ser desconsideradas nesta comparação.

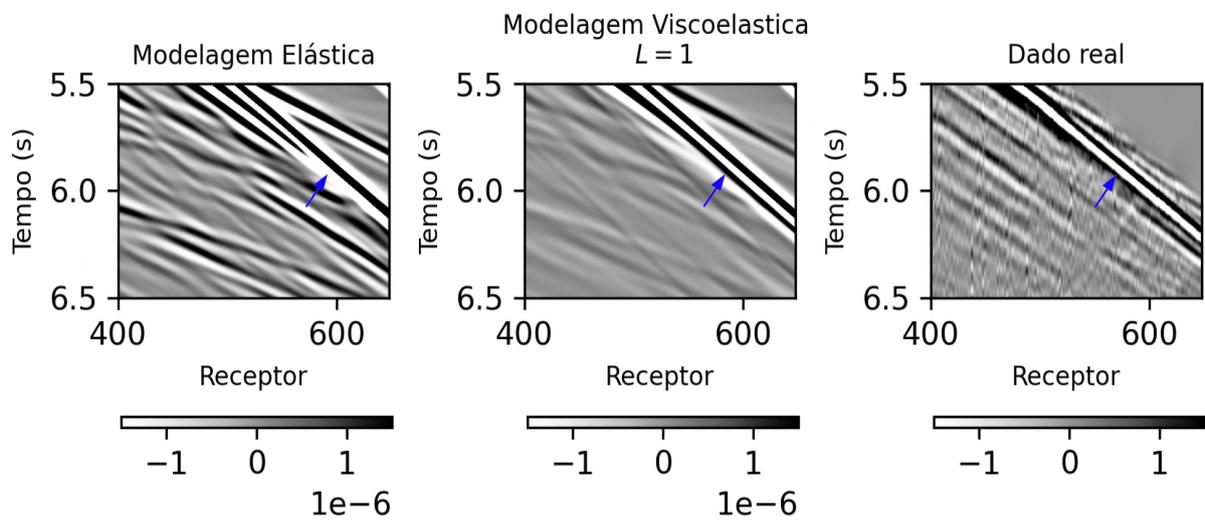


Figura 90 – Análise em detalhe da área 2 destacada na figura 88. Percebe-se que os dados gerados por modelagem viscoelástica reproduzem mais adequadamente eventos presentes no dado real, como o indicado pela seta azul..

com fonte de onda plana por esta apresentar diversas difrações originadas no topo do sal.

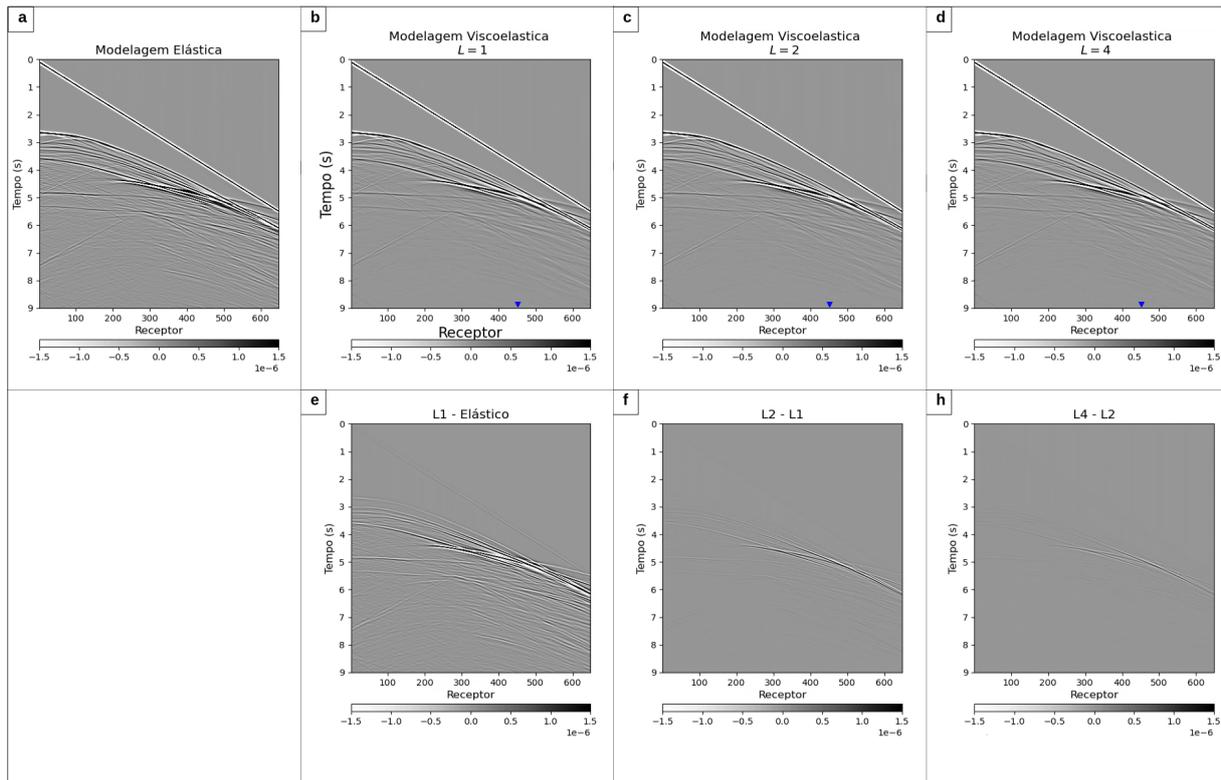


Figura 91 – Sismograma com o campo de pressão no domínio do tiro comum modelados com o modelo da figura 87. **(a)** aproximação elástica; **(b)** aproximação viscoelástica com  $L = 1$ ; **(c)** aproximação viscoelástica com  $L = 2$ ; **(d)** aproximação viscoelástica com  $L = 4$ ; **(e)** diferença entre **(b)** e **(a)**; **(f)** diferença entre **(c)** e **(b)**; **(g)** diferença entre **(d)** e **(c)**. Símbolos azuis apontam a posição dos traços analisados na figura 92.

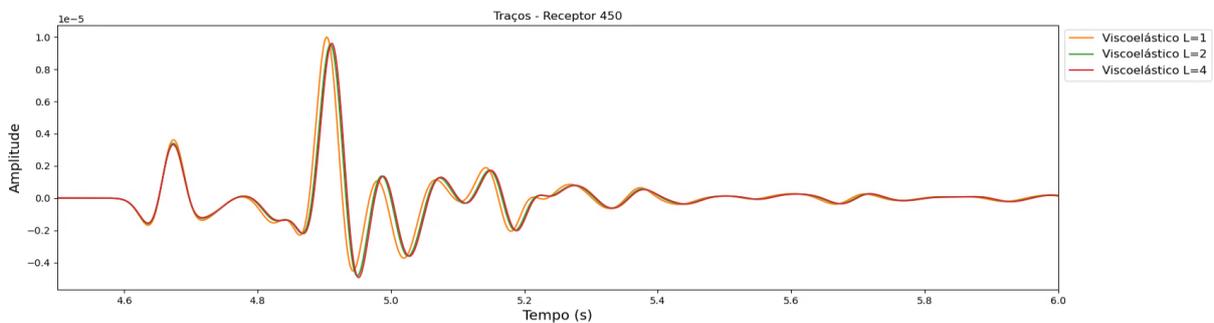


Figura 92 – Traços do receptor 450 das modelagens viscoelásticas apresentadas na figura 91. Foco em intervalo do traço com maior diferença entre as modelagens.

## 6 Discussões

A aproximação viscoelástica inclui os efeitos da absorção na propagação da onda, o que pode diminuir diferenças entre dados modelado e real, trazendo contribuições em processos de inversão que utilizem a equação da onda. No entanto, a solução estimada depende fortemente da escolha dos parâmetros utilizados na simulação numérica, o que motivou a realização dos ensaios apresentados.

Na análise paramétrica, o modelo de  $Q$ -constante de Kjartansson foi utilizado de forma balizadora, auxiliando na escolha ótima dos parâmetros do modelo de Zener. O modelo de Kjartansson é implementado no domínio da frequência e possui complexa formulação no domínio do tempo. Estudos como os de McDonal et al. (1958), mostraram que o fator de atenuação é aproximadamente linear com a frequência o que faz com que o fator  $Q$  seja constante, como assumido por Kjartansson. Teoria razoável para dados sísmicos cuja banda de frequência é limitada (ZHU; CARCIONE; HARRIS, 2013). O trabalho de Murphy (1982) corrobora esta análise, mostrando através de medidas em laboratório que o fator  $Q$  é independente ou pouco dependente da frequência na banda espectral da sísmica convencional. No entanto, para formulação da propagação da onda no domínio do tempo, o modelo de Zener Generalizado proposto por Liu, Anderson e Kanamori (1976) é matematicamente mais adequado. Como visto na seção 3.2.3, o espectro de dissipação do SLP não é constante, apresentando comportamento elástico nas extremidades do espectro e pico de dissipação em uma dada frequência. O modelo de Zener Generalizado expande o intervalo de frequência submetido ao valor de pico de dissipação através da associação em paralelo de  $L$  mecanismos de Zener, tornando o valor do fator  $Q$  menos dependente da frequência nesse intervalo da banda espectral. Nos ensaios em modelo homogêneo, os parâmetros foram avaliados de forma a entender o comportamento ondulatório do fator  $Q$  sob suas variações, escolhendo os valores com resultados mais próximos da solução viscoacústica do modelo de Kjartansson.

Os experimentos realizados em modelo homogêneo mostraram que a resposta dos parâmetros de frequência de referência do módulo relaxado,  $f_{ref}$ , frequência de pico de dissipação do mecanismo de Zener,  $f_{pico}$ , intervalo entre frequências de pico,  $\Delta f_{pico}$  e número de mecanismos de Zener no arranjo de SLPG,  $L$ , pode ser muito

distinta a depender do valor de fator  $Q$  adotado. Como esses experimentos foram gerados com fonte de pressão em meio homogêneo, apenas o valor do fator  $Q$  da onda P,  $Q_p$ , é levado em conta, já que não há geração de onda S. Observou-se que em meio com  $Q_p = 200$ , a variação dos parâmetros, dentro das faixas sugeridas, foi pouco importante. Mesmo a escolha do limite elástico feita através de  $f_{ref}$  não causou diferenças expressivas nos resultados analisados. Isso ocorre devido à pouca variação de velocidade de fase causada por esse meio. Também é importante ressaltar que estes ensaios utilizaram como fonte sísmica uma Ricker com frequência dominante de  $10 \text{ Hz}$ . Para uma fonte com frequência maior, a diferenciação entre as respostas de cada parâmetro deve ser um pouco mais evidente.

Mesmo havendo diferenças sutis entre as variações de cada parâmetro no meio com  $Q_p = 200$ , foi possível identificar, em algumas variáveis, uma tendência de comportamento que foi confirmada ao se considerar meio com absorção mais forte, onde se considerou  $Q_p = 20$ . A escolha do limite elástico nas altas frequências,  $f_{ref} \rightarrow \infty$ , faz com que a propagação viscoelástica seja mais lenta que a correspondente elástica, o que, segundo Fan et al. (2016) é o comportamento mais esperado para rochas da superfície terrestre. É possível encontrar na literatura a escolha do limite elástico nas baixas frequências,  $f_{ref} = 0$ , como em Carcione, Kosloff e Kosloff (1988b), ou na frequência dominante da fonte,  $f_{ref} = f_{fonte}$ , como em Zhu, Carcione e Harris (2013). Esta determinação pode variar segundo o tipo do ensaio proposto, mas é importante que seja claro o limite elástico adotado, para controle da resposta viscoelástica em relação a correspondente solução elástica.

O parâmetro  $f_{pico}$  influencia os tempos de relaxação da tensão e da deformação (equações 3.55 e 3.54), variáveis que incluem a resposta reológica do mecanismo na equação da onda. Como visto no teste 3 (seção 5.1.3), sua escolha pode causar mudanças significativas na amplitude e fase do evento, principalmente em meio com absorção forte. Ao escolher  $f_{pico} = f_{fonte}$  observou-se no sismograma uma mudança de fase paulatina com o aumento do tempo de trânsito. Este resultado também apresentou amplitude mais próxima a resposta de  $Q$ -constante de Kjartansson. O que justifica muitas publicações utilizarem essa parametrização (ZHU; CARCIONE; HARRIS, 2013; FAN et al., 2016; FABIEN-OUELLET; GLOAGUEN; GIROUX, 2017b).

Para o modelo de Zener Generalizado, verificou-se que a escolha do número de mecanismos e sua distribuição ao longo do espectro têm relevância nos resultados

em meio muito absorptivo. A análise do espectro de dissipação do arranjo final é importante para garantir que esses parâmetros sejam escolhidos de maneira adequada. A determinação dessas variáveis deve ser feita de maneira conjunta, idealmente escolhendo o menor número de mecanismos para redução do tempo de execução da simulação. Nos testes em modelo homogêneo  $L = 2$  e  $\Delta f_{pico} \approx 2$  oitavas foram suficientes para uma boa representação da absorção em cenário de baixo valor de fator  $Q$ .

Na análise dos cenários geológicos ficou evidente que a resposta da modelagem viscoelástica depende dos valores do modelo de fator  $Q$  e da espessura e profundidade de suas camadas. O cenário com contraste raso de baixo fator  $Q$  mostrou que a modelagem viscoelástica respondeu à presença da anomalia, o que pode ser agregador em estudos de prospectos rasos ou em investigações de riscos à perfuração por presença de gás. Neste modelo a utilização de dois mecanismos foi o melhor resultado entre representação dos efeitos de absorção e tempo de execução da solução. Caso o contraste de fator  $Q$  seja menos expressivo e mais profundo, a resposta viscoelástica apresentará menores diferenças em relação a aproximação elástica.

Para os resultados do modelo de anticlinal, ao comparar as soluções elástica e viscoelástica, vale destacar as distintas respostas de amplitude com afastamento das reflexões no topo e base do reservatório (figura 80). A atenuação causa maior decréscimo da amplitude nos afastamentos mais longos devido a maior distância de propagação. As diferenças entre amplitude e fase dos eventos é especialmente notável na base do reservatório. Estudos de Samec e Blangy (1992) e Martinez (1993) mostram a importância da consideração dos parâmetros viscoelásticos para análises de AVO. Neste modelo a representação da viscoelasticidade com 1 mecanismo é suficiente para análise dos traços com afastamento mais curto. Caso o estudo necessite de detalhamento da resposta dos afastamentos longos, que sofrem mais os efeitos da absorção, o arranjo com 2 mecanismos deve ser considerado.

A comparação entre dado modelado e o dado real do modelo de Búzios é prejudicada pela geometria de aquisição aplicada na modelagem não ser exatamente igual a do dado adquirido. O fato de trabalharmos em meio 2D também pode causar diferenças no campo de onda propagado em relação ao real. Mesmo diante dessas limitações, foi observado que a inclusão da viscoelasticidade gerou maior semelhança entre o dado modelado e o dado real, principalmente nos eventos de afastamentos

longos (figura 90).

Nos casos analisados verificou-se que modelos com menor contribuição de camadas com baixo valor de fator  $Q$  são bem representados com o modelo de Zener com 1 mecanismo. Para cenários muito absorptivos, o arranjo com 2 mecanismos apresenta solução satisfatória para a escala sísmica. Esse resultado está consonante aos trabalhos de Blanch, Robertsson e Symes (1995) e Zhu, Carcione e Harris (2013). Nos experimentos propostos não foi avaliado o efeito da variação da frequência dominante da fonte, nem do tipo de fonte sísmica utilizada. Para otimização dos tempos de execução, as frequências dominantes das fontes sísmicas empregadas ficaram entre 10 Hz e 20 Hz. A parametrização otimizada proposta se limita a esses cenários. Em caso de estudos com frequências mais altas, as diferenças entre a simulação com 1 ou mais mecanismos podem ser mais significativas e, a depender do nível de resolução desejado, indicar a utilização de arranjos maiores.

Os estudos foram realizados considerando meio isotrópico. Porém, na realidade observa-se que, mesmo em meios litologicamente homogêneos, as propriedades elásticas podem variar consideravelmente em função da orientação da medida (ROSA, 2018), logo a inclusão da anisotropia na equação de propagação da onda é necessária para representação mais fidedigna de um campo de onda adquirido em uma bacia sedimentar.

Além da escolha dos parâmetros da modelagem, os modelos de propriedades utilizados também são cruciais para a qualidade dos resultados obtidos. Com a aproximação viscoelástica são incluídos os campos de  $Q_p$  e  $Q_s$  na equação de propagação da onda. A determinação desses parâmetros a partir de dados sísmicos reais não é trivial, havendo diferentes métodos computacionais para sua estimativa (TONN, 1991). Além disso, fenômenos de interferência construtiva e destrutiva do campo de ondas dificultam o isolamento do efeito da absorção em dados reais. Nos últimos anos, técnicas tomográficas também passaram a ser utilizadas para cálculo do fator  $Q$  (GAMAR-SADAT et al., 2019). Pelos resultados, vimos que a solução viscoelástica pode variar muito a depender do valor de fator  $Q$  utilizado, logo, em estudos com dados reais, é importante assegurar que os modelos de propriedades representam a realidade de maneira satisfatória.

## 7 Conclusão

Este trabalho foi dedicado ao estudo dos parâmetros da modelagem viscoelástica em meio isotrópico 2D utilizando modelo mecânico de Zener Generalizado. Considerando uma fonte sísmica com frequência dominante de 10 Hz, foram analisadas as variáveis: frequência de referência do módulo relaxado, valor da frequência de pico de dissipação do mecanismo de Zener em relação a frequência dominante da fonte, intervalo entre frequências de pico de dissipação e número de mecanismos em arranjo de SLPG. Verificou-se que, em meio com fator  $Q_p = 200$ , a variação de cada parâmetro, segundo as faixas sugeridas, causou inexpressivas diferenças na solução estimada. Ao considerar o cenário mais absoritivo com  $Q_p = 20$ , constatou-se que a mudança dos parâmetros causou alterações mais relevantes de tempo de trânsito, amplitude e fase dos eventos.

A escolha da frequência de referência do módulo relaxado,  $f_{ref}$ , que determina o limite elástico adotado no modelo de Zener, é o parâmetro de maior impacto dentre os estudados e altera o comportamento da resposta viscoelástica em relação a elástica. A definição desta frequência indica se os meios de maior absorção são mais rápidos ou mais lentos que os correspondentes elásticos, embutindo menor ou maior significado físico nas simulações. Para faixa de frequências da sísmica convencional, espera-se que a velocidade de grupo pelo meio absoritivo seja menor que para o respectivo meio elástico. Esse comportamento é alcançado quando adota-se  $f_{ref} \rightarrow \infty$ , ou seja, o limite elástico nas frequências altas.

O posicionamento da frequência de pico de dissipação afeta diretamente o tempo de trânsito e o espectro de amplitude do dado modelado. Ao escolher a frequência de pico igual à frequência dominante da fonte, obtém-se os espectros de amplitude e fase menos distorcidos com representação dos efeitos da absorção de maneira mais apropriada.

Após avaliação entre 1 a 6 mecanismos de Zener, distribuídos ao longo de um intervalo de frequência da banda sísmica, constatou-se que os resultados com 1 mecanismo são eficientes em meios com absorção fraca caracterizada por  $Q_p = 200$ , utilizando fonte com frequência dominante 10 Hz. Já em cenário de absorção mais forte,

representados por  $Q_p = 20$ , a resposta com 1 mecanismo se distancia da solução de  $Q$ -constante de Kjartansson, utilizada como balizadora das análises. Com 2 mecanismos a resposta do modelo de SLPG representa de maneira eficiente o comportamento ondulatório de um espectro plano de fator  $Q$ .

Com a análise dos cenários geológicos propostos, ficaram evidentes as vantagens da solução viscoelástica em relação a elástica na resposta à presença de anomalias com baixo fator  $Q$  e na representação mais realística das relações de amplitude tanto no domínio do tiro comum quanto em seção. O teste de simulação de 1 tiro do campo de Búzios mostrou que a resposta viscoelástica entregou solução mais próxima ao dado real, do que o correspondente resultado com aproximação elástica.

O número de mecanismos deve ser avaliado segundo o cenário viscoelástico considerado, mas em geral a solução com 1 mecanismo foi eficiente em meios com pouca absorção, enquanto o arranjo com 2 mecanismos representa melhor os efeitos de atenuação e dispersão em meios mais absorptivos.

A inclusão da viscoelasticidade na equação de propagação, com adequada escolha de seus parâmetros, é necessária para representação mais real da amplitude e fase de dados simulados. Esta é importante tanto em análises em seção quanto no domínio do tiro comum ou CDP e afeta as relações de amplitude entre camadas e com o afastamento fonte-receptor. Para ser mais próximo do modelo da Terra real, é necessário também a inclusão de outros efeitos associados à propagação do sinal sísmico, dentre os quais se destaca a anisotropia, que considera a mudança das velocidades em relação a direção de propagação da onda.

## 8 Estudos Futuros

Muitas variáveis ainda podem ser analisadas para melhor entendimento da propagação viscoelástica com o modelo mecânico de Zener. Um desses parâmetros é a fonte sísmica adotada. Sugere-se avaliar se a parametrização otimizada proposta, é eficiente na propagação de fontes sísmicas distintas da tradicional Ricker e com conteúdos de frequência mais altos.

Para análise completa do fenômeno ondulatório, também é necessário incluir os efeitos da anisotropia na equação da onda. Além da variação das velocidades das ondas P e S com a direção de propagação, também pode-se considerar a variação direcional da própria absorção, através da anisotropia dos fatores de qualidade  $Q_p$  e  $Q_s$ .

Para maior entendimento do efeito da absorção, estudos podem ser realizados em meios finamente acamadados no intuito de avaliar a diferença entre a absorção elástica causada pelo filtro estratigráfico, da absorção viscoelástica oriunda das propriedades de atenuação intrínseca do meio.

Estudos comparativos com dados reais adquiridos em meios geológicos monótonos, onde a determinação do modelo de propriedades esteja menos propensa a erros, também podem auxiliar o entendimento e proposição de uma escolha ótima de parametrização da modelagem viscoelástica.

# Referências

- ALVES, P. H. B. *Construção de modelos baseados na análise de velocidade de dados sísmicos da margem sudoeste da Inglaterra: uma comparação de dados empilhados*. 78 f. Monografia (curso de graduação em geofísica) — Universidade Federal Fluminense, RJ, 2021.
- BEST, A. I.; MCCANN, C. Seismic attenuation and pore-fluid viscosity in clay-rich reservoir sandstones. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 60, n. 5, p. 1386–1397, set. 1995. Disponível em: [⟨https://doi.org/10.1190/1.1443874⟩](https://doi.org/10.1190/1.1443874).
- BLANCH, J. O.; ROBERTSSON, J. O. A.; SYMES, W. W. Modeling of a constant: Methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 60, n. 1, p. 176–184, jan. 1995. Disponível em: [⟨https://doi.org/10.1190/1.1443744⟩](https://doi.org/10.1190/1.1443744).
- BLAND, D. R. *The Theory of Linear Viscoelasticity*. Mineola, New York, Dover Publications, Inc., 2016, 1960. Disponível em: [⟨https://doi.org/10.1190/1.9781560803447⟩](https://doi.org/10.1190/1.9781560803447).
- BOHLEN, T. Parallel 3-d viscoelastic finite difference seismic modelling. *Computers and Geosciences*, Elsevier BV, v. 28, n. 8, p. 887–899, out. 2002. Disponível em: [⟨https://doi.org/10.1016/s0098-3004\(02\)00006-7⟩](https://doi.org/10.1016/s0098-3004(02)00006-7).
- CARCIONE, J. M. Seismic modeling in viscoelastic media. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 58, n. 1, p. 110–120, jan. 1993. Disponível em: [⟨https://doi.org/10.1190/1.1443340⟩](https://doi.org/10.1190/1.1443340).
- CARCIONE, J. M. Wave propagation in anisotropic, anelastic, porous and electromagnetic media. In: *Wave Fields in Real Media*. [S.l.]: Elsevier, 2007.
- CARCIONE, J. M. Anisotropic elastic media. In: *Wave Fields in Real Media*. Elsevier, 2015. p. 1–62. Disponível em: [⟨https://doi.org/10.1016/b978-0-08-099999-9.00001-7⟩](https://doi.org/10.1016/b978-0-08-099999-9.00001-7).
- CARCIONE, J. M.; KOSLOFF, D.; KOSLOFF, R. Viscoacoustic wave propagation simulation in the earth. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 53, n. 6, p. 769–777, jun. 1988. Disponível em: [⟨https://doi.org/10.1190/1.1442512⟩](https://doi.org/10.1190/1.1442512).
- CARCIONE, J. M.; KOSLOFF, D.; KOSLOFF, R. Wave propagation simulation in a linear viscoelastic medium. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 95, n. 3, p. 597–611, dez. 1988. Disponível em: [⟨https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1988.tb06706.x⟩](https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1988.tb06706.x).
- CERJAN, C.; KOSLOFF, D.; KOSLOFF, R.; RESHEF, M. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 50, n. 4, p. 705–708, abr. 1985. Disponível em: [⟨https://doi.org/10.1190/1.1441945⟩](https://doi.org/10.1190/1.1441945).

- DAY, S. M.; MINSTER, J. B. Numerical simulation of attenuated wavefields using a pade approximant method. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press (OUP), v. 78, n. 1, p. 105–118, jul. 1984. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1984.tb06474.x>.
- EASON, G.; FULTON, J.; SNEDDON, I. N. The generation of waves in an infinite elastic solid by variable body forces. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, The Royal Society, v. 248, n. 955, p. 575–607, mar. 1956. Disponível em: <https://doi.org/10.1098/rsta.1956.0010>.
- EMMERICH, H.; KORN, M. Incorporation of attenuation into time-domain computations of seismic wave fields. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 52, n. 9, p. 1252–1264, set. 1987. Disponível em: <https://doi.org/10.1190/1.1442386>.
- FABIEN-OUELLET, G.; GLOAGUEN, E.; GIROUX, B. *SeisCL*. 2017. Disponível em: <https://github.com/gfabieno/SeisCL/blob/master/SeisCL/analytical/viscoelastic.py>. Acesso em: 24 nov. 2021.
- FABIEN-OUELLET, G.; GLOAGUEN, E.; GIROUX, B. Time-domain seismic modeling in viscoelastic media for full waveform inversion on heterogeneous computing platforms with OpenCL. *Computers Geosciences*, Elsevier (BV), v. 100, p. 142–155, mar. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2016.12.004>.
- FAN, N.; ZHAO, L. F.; XIE, X. B.; GE, Z.; YAO, Z. X. Two-dimensional time-domain finite-difference modeling for viscoelastic seismic wave propagation. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press (OUP), v. 206, n. 3, p. 1539–1551, jul. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/gji/ggw228>.
- FREITAS, D. F.; SIQUEIRA, R.; C., M.; GONZALEZ, M.; FILHO, D. M. S. 3d velocity model building of búzios oil field - improvements and updates. *Conference: IX Simpósio Brasileiro de Geofísica: Curitiba, PR, Brazil*, Sociedade Brasileira de Geofísica, v. 58, n. 1, p. 110–120, out. 2022.
- FREY, P.; BUHAN, M. *Universidad de Chile, Notas de aula, Capítulo 6 - The finite difference method*. 2008. Disponível em: [https://www.ljll.math.upmc.fr/frey/cours/UdC/ma691/ma691\\_ch6.pdf](https://www.ljll.math.upmc.fr/frey/cours/UdC/ma691/ma691_ch6.pdf). Acesso em: 3 sep. 2022.
- FUTTERMAN, W. I. Dispersive body waves. *Journal of Geophysical Research*, American Geophysical Union (AGU), v. 67, n. 13, p. 5279–5291, dez. 1962. Disponível em: <https://doi.org/10.1029/jz067i013p05279>.
- GALLEGOS, C.; BERJANO, M.; CHOPLIN, L. Linear viscoelastic behavior of commercial and model mayonnaise. *Journal of Rheology*, Society of Rheology, v. 36, n. 3, p. 465–478, abr. 1992. Disponível em: <https://doi.org/10.1122/1.550354>.
- GAMAR-SADAT, F.; PINTUS, A.; GUILLAUME, P.; WRIGHT, A. Q-tomography: Status and challenges. *81st EAGE Conference and Exhibition 2019 Workshop Programme*, European Association of Geoscientists and Engineers, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.3997/2214-4609.201901913>.
- GHRIST, M. L. *Higher-order finite difference methods for wave equation:Ph.D.* [S.I.]: University of Colorado, Boulder, 2000.

- GUO, P. *Seismic full waveform modeling and imaging in attenuating media*. 78 f. Monografia (Doctorate degree of philosophy in geoscience) — The University of Texas, Texas, 2017.
- GUO, P.; MCMECHAN, G. A.; REN, L. Modeling the viscoelastic effects in p-waves with modified viscoacoustic wave propagation. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 84, n. 6, p. T381–T394, nov. 2019. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1190/geo2018-0747.1〉](https://doi.org/10.1190/geo2018-0747.1).
- HENDERSON, C. The application of boltzmann's superposition theory to materials exhibiting reversible beta flow. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, The Royal Society, v. 206, n. 1084, p. 72–86, mar. 1951. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1098/rspa.1951.0057〉](https://doi.org/10.1098/rspa.1951.0057).
- IKELLE, L. T.; AMUNDSEN, L. *Introduction to Petroleum Seismology*. Society of Exploration Geophysicists, 2018. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1190/1.9781560803447〉](https://doi.org/10.1190/1.9781560803447).
- JONES, T. D. Pore fluids and frequency-dependent wave propagation in rocks. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 51, n. 10, p. 1939–1953, out. 1986. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1190/1.1442050〉](https://doi.org/10.1190/1.1442050).
- KELLY, K. R.; WARD, R. W.; TREITEL, S.; ALFORD, R. M. SYNTHETIC SEISMOGRAMS: A FINITE -DIFFERENCE APPROACH. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 41, n. 1, p. 2–27, fev. 1976. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1190/1.1440605〉](https://doi.org/10.1190/1.1440605).
- KELVIN, W. T. XXI. elements of a mathematical theory of elasticity. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, The Royal Society, v. 146, p. 481–498, dez. 1856. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1098/rstl.1856.0022〉](https://doi.org/10.1098/rstl.1856.0022).
- KJARTANSSON, E. Constant q-wave propagation and attenuation. *Journal of Geophysical Research*, American Geophysical Union (AGU), v. 84, n. B9, p. 4737, 1979. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1029/jb084ib09p04737〉](https://doi.org/10.1029/jb084ib09p04737).
- KOLSKY, H. LXXI. The propagation of stress pulses in viscoelastic solids. *Philosophical Magazine*, Informa UK Limited, v. 1, n. 8, p. 693–710, ago. 1956. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1080/14786435608238144〉](https://doi.org/10.1080/14786435608238144).
- LEVANDER, A. R. Fourth-order finite-difference p-sv seismograms. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 53, n. 11, p. 1425–1436, nov. 1988. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1190/1.1442422〉](https://doi.org/10.1190/1.1442422).
- LEVEQUE, R. J. *Finite Difference Methods for Differential Equations*. [S.l.]: University of Washington, 2005.
- LIU, H.-P.; ANDERSON, D. L.; KANAMORI, H. Velocity dispersion due to anelasticity; implications for seismology and mantle composition. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press (OUP), v. 47, n. 1, p. 41–58, out. 1976. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1976.tb01261.x〉](https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1976.tb01261.x).

- MADARIAGA, R. Dynamics of an expanding circular fault. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Seismological Society of America (SSA), v. 66, n. 3, p. 639–666, jun. 1976. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1785/bssa0660030639〉](https://doi.org/10.1785/bssa0660030639).
- MARTINEZ, R. D. Wave propagation effects on amplitude variation with offset measurements: A modeling study. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 58, n. 4, p. 534–543, abr. 1993. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1190/1.1443436〉](https://doi.org/10.1190/1.1443436).
- MAXWELL, J. C. On the dynamical theory of gases. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, The Royal Society, v. 157, p. 49–88, dez. 1867. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1098/rstl.1867.0004〉](https://doi.org/10.1098/rstl.1867.0004).
- MCCRUM, N. G.; BUCKLEY, C. P.; BUCKNALL, C. B. Principles of polymer engineering. *Journal of Polymer Science Part C: Polymer Letters*, Wiley, jul. 1989.
- MCDONAL, F. J.; ANGONA, F. A.; MILLS, R. L.; SENGBUSH, R. L.; NOSTRAND, R. G. V.; WHITE, J. E. ATTENUATION OF SHEAR AND COMPRESSIONAL WAVES IN PIERRE SHALE. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 23, n. 3, p. 421–439, jul. 1958. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1190/1.1438489〉](https://doi.org/10.1190/1.1438489).
- MOCZO, P. On the rheological models used for time-domain methods of seismic wave propagation. *Geophysical Research Letters*, American Geophysical Union (AGU), v. 32, n. 1, 2005. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1029/2004gl021598〉](https://doi.org/10.1029/2004gl021598).
- MOCZO, P.; ROBERTSSON, J. O.; EISNER, L. The finite-difference time-domain method for modeling of seismic wave propagation. In: *Advances in Wave Propagation in Heterogenous Earth*. Elsevier, 2007. p. 421–516. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1016/s0065-2687\(06\)48008-0〉](https://doi.org/10.1016/s0065-2687(06)48008-0).
- MURPHY, W. F. Effects of partial water saturation on attenuation in massilon sandstone and vycor porous glass. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America (ASA), v. 71, n. 6, p. 1458–1468, jun. 1982. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1121/1.387843〉](https://doi.org/10.1121/1.387843).
- PICOTTI, S.; CARCIONE, J. M.; JING, B. Rock-physics templates based on seismic q. *Geophysics*, v. 84, n. 1, p. 13–23, jan. 2019.
- QUINTAL, B.; TISATO, N.; ZURICH, E.; SWITZERLAND. Modeling seismic attenuation due to wave-induced fluid flow in the mesoscopic scale to interpret laboratory measurements. *13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society*, v. 84, ago. 2013.
- RAMOS, E. C. *Q Tomography e Q Migration, Compensação Q em Meios Complexos em Dados da Bacia da Foz do Amazonas*. 105 f. Monografia (curso de graduação em geofísica) — Universidade Federal Fluminense, RJ, 2019.
- RICKER, N. THE FORM AND LAWS OF PROPAGATION OF SEISMIC WAVELETS. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 18, n. 1, p. 10–40, jan. 1953. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1190/1.1437843〉](https://doi.org/10.1190/1.1437843).
- ROBERTSSON, J. O. A.; BLANCH, J. O.; SYMES, W. W. Viscoelastic finite-difference modeling. *Geophysics*, v. 59, n. 9, p. 1444–1456, 1994.

- ROMANELLI, F. *Anelasticity*. University of Trieste - Department of Mathematics and Geosciences., 2014. Disponível em: [https://moodle2.units.it/pluginfile.php/8997/mod\\_resource/content/1/15\\_Anelasticity\\_n.pdf](https://moodle2.units.it/pluginfile.php/8997/mod_resource/content/1/15_Anelasticity_n.pdf). Acesso em: 21 oct. 2022.
- ROSA, A. L. R. *Análise do Sinal Sísmico*. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Geofísica, 2018.
- SAMEC, P.; BLANGY, J. P. Viscoelastic attenuation, anisotropy, and AVO. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 57, n. 3, p. 441–450, mar. 1992. Disponível em: <https://doi.org/10.1190/1.1443258>.
- SCHUSTER, G. T. *Seismic Inversion*. Society of Exploration Geophysicists, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1190/1.9781560803423>.
- TAL-EZER, H.; GARCIONE, J. M.; KOSLOFF, D. An accurate and efficient scheme for wave propagation in linear viscoelastic media. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 55, n. 10, p. 1366–1379, out. 1990. Disponível em: <https://doi.org/10.1190/1.1442784>.
- TELFORD, W. M.; GELDART, L. P.; SHERIFF, R. E. Applied geophysics (2nd edition). *Geological Journal*, Cambridge University Press, v. 27, n. 1, p. 97–97, jan. 1992. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/gj.3350270119>.
- THORBECKE, J. 2d finite-difference wavefield modelling. dez. 2021. Disponível em: <https://janth.home.xs4all.nl/Software/fdelmodcManual.pdf>.
- TONN, R. The determination of the seismic quality factor  $q$  from vsp data: a comparison of different computational methods. *Geophysical Prospecting*, Wiley, v. 39, n. 1, p. 1–27, jan. 1991. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1991.tb00298.x>.
- VIRIEUX, J. Wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 51, n. 4, p. 889–901, abr. 1986. Disponível em: <https://doi.org/10.1190/1.1442147>.
- YANG, R.; MAO, W.; CHANG, X. An efficient seismic modeling in viscoelastic isotropic media. *GEOPHYSICS*, Society of Exploration Geophysicists, v. 80, n. 1, p. T63–T81, jan. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1190/geo2013-0439.1>.
- ZENER, C. M.; SIEGEL, S. Elasticity and anelasticity of metals. *The Journal of Physical and Colloid Chemistry*, American Chemical Society (ACS), v. 53, n. 9, p. 1468–1468, set. 1949. Disponível em: <https://doi.org/10.1021/j150474a017>.
- ZHU, T.; GARCIONE, J. M.; HARRIS, J. M. Approximating constant- $q$  seismic propagation in the time domain. *Geophysical Prospecting*, Wiley, v. 61, n. 5, p. 931–940, maio 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/1365-2478.12044>.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Solução analítica do modelo de Q-constante para meio viscoacústico

Como descrito por Carcione (2015), a solução analítica para meio viscoacústico utilizando o modelo de Q-constante de Kjartansson é obtida aplicando o princípio da correspondência à função de Green para meio acústico. Considerando propagação 2D, a função de Green,  $g(x, z, x_0, z_0, t)$ , é calculada através da solução da equação escalar da onda

$$\Delta g - \frac{1}{v_a^2} \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = -4\pi \delta(x - x_0) \delta(z - z_0) \delta(t) \quad (\text{A.1})$$

onde  $x$  e  $z$  são as coordenadas do receptor,  $x_0$  e  $z_0$  são as coordenadas da fonte,  $v_a$  é a velocidade da onda acústica. Sua solução é dada por

$$g(x, z, x_0, z_0, t) = 2H\left(t - \frac{r}{v_a}\right) \left(t^2 - \frac{r^2}{v_a^2}\right)^{-1/2} \quad (\text{A.2})$$

sendo  $r$  a distância entre fonte e receptor e  $H$  a função degrau.

Fazendo a transformada direta de Fourier da Equação A.2, obtém-se

$$G(x, z, x_0, z_0, w) = 2 \int_{r/v_a}^{\infty} \left(t^2 - \frac{r^2}{v_a^2}\right)^{-1/2} \exp(-iwt) dt \quad (\text{A.3})$$

Considerando  $\tau = v_a(t/r)$ , temos

$$G(x, z, x_0, z_0, w) = 2 \int_1^{\infty} (\tau^2 - 1)^{-1/2} \exp\left(-\frac{iw}{v_a} \tau\right) d\tau \quad (\text{A.4})$$

A expressão A.4 pode ser simplificada utilizando a função de Hankel de segundo tipo e ordem zero,  $H_0^{(2)}$ , em

$$G(x, z, x_0, z_0, w) = -i\pi H_0^{(2)}\left(\frac{wr}{v_a}\right) \quad (\text{A.5})$$

Utilizando o princípio da correspondência, substitui-se a velocidade acústica  $v_a$  pela velocidade complexa do modelo de Q-constante de Kjartansson, dada por

$$v_c(w) = \sqrt{\frac{M_c(w)}{\rho}} \quad (\text{A.6})$$

onde  $\rho$  é a densidade e  $M_c(w)$  é módulo complexo do modelo de Kjartansson dada pela expressão 3.70. Assim a função viscoacústica de Green fica igual a

$$G(x, z, x_0, z_0, w) = -i\pi H_0^{(2)}\left(\frac{wr}{v_c(w)}\right) \quad (\text{A.7})$$

Para garantir que a transformada inversa da função de Green seja real, é estabelecida a condição

$$G(-w) = G^*(w) \quad (\text{A.8})$$

A solução do campo de onda dilatação,  $\epsilon(w)$ , no domínio da frequência é obtida aplicando a fonte sísmica,  $F(w)$ , também no domínio da frequência, de forma que

$$\epsilon(w) = G(w)F(w) \quad (\text{A.9})$$

Para obtenção do dado no domínio do tempo, basta aplicar a transformada inversa de Fourier a  $\epsilon(w)$ .

Esta resposta analítica foi implementada em linguagem Python. Para manter a característica de fase do pulso introduzido como fonte, este deve ter a aplicação da correção (1) descrita na seção 3.8.

# APÊNDICE B – Solução por diferenças finitas das equações da onda para meio elástico e isotrópico bidimensional

Considerando a propagação elástica em duas dimensões, no plano  $z-x$ , a solução da equação da onda (equação 3.77) por operador de diferenças finitas com malha intercalada e aproximação de 2<sup>a</sup> ordem no tempo e 8<sup>a</sup> ordem no espaço foi estimada com a equação 3.101. Os índices  $(k, i)$  correspondem às posições de malha em  $(z, x)$ ,  $n$  à posição de malha no eixo temporal,  $\Delta t$  à amostragem temporal e  $\Delta x$  e  $\Delta z$  correspondem aos incrementos espaciais. Os coeficientes  $c_i^{(4)}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  são apresentados na tabela 15. O meio é caracterizado pela densidade  $\rho$  e pelas constantes de Lamé  $\lambda$  e  $\mu$ .

Os campos  $v_x$  e  $v_z$ , velocidades de partículas nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente, são calculados por:

$$\begin{aligned}
 v_{x, k, i + \frac{1}{2}}^{n + \frac{1}{2}} = & v_{x, k, i + \frac{1}{2}}^{n - \frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho_{k, i}} \left\{ \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( \sigma_{xx, k, i + \frac{1}{2}}^n - \sigma_{xx, k, i - \frac{1}{2}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( \sigma_{xx, k, i + \frac{3}{2}}^n - \sigma_{xx, k, i - \frac{3}{2}}^n \right) + \right. \right. \\
 & c_3^{(4)} \left( \sigma_{xx, k, i + \frac{5}{2}}^n - \sigma_{xx, k, i - \frac{5}{2}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( \sigma_{xx, k, i + \frac{7}{2}}^n - \sigma_{xx, k, i - \frac{7}{2}}^n \right) \left. \right] + \\
 & \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( \sigma_{xz, k + \frac{1}{2}, i}^n - \sigma_{xz, k - \frac{1}{2}, i}^n \right) + c_2^{(4)} \left( \sigma_{xz, k + \frac{3}{2}, i}^n - \sigma_{xz, k - \frac{3}{2}, i}^n \right) + \right. \\
 & \left. c_3^{(4)} \left( \sigma_{xz, k + \frac{5}{2}, i}^n - \sigma_{xz, k - \frac{5}{2}, i}^n \right) + c_4^{(4)} \left( \sigma_{xz, k + \frac{7}{2}, i}^n - \sigma_{xz, k - \frac{7}{2}, i}^n \right) \right] \left. \right\}
 \end{aligned} \tag{B.1a}$$

$$\begin{aligned}
 v_{z, k + \frac{1}{2}, i}^{n + \frac{1}{2}} = & v_{z, k + \frac{1}{2}, i}^{n - \frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho_{k, i}} \left\{ \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( \sigma_{zz, k, i + \frac{1}{2}}^n - \sigma_{zz, k, i - \frac{1}{2}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( \sigma_{zz, k, i + \frac{3}{2}}^n - \sigma_{zz, k, i - \frac{3}{2}}^n \right) + \right. \right. \\
 & c_3^{(4)} \left( \sigma_{zz, k, i + \frac{5}{2}}^n - \sigma_{zz, k, i - \frac{5}{2}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( \sigma_{zz, k, i + \frac{7}{2}}^n - \sigma_{zz, k, i - \frac{7}{2}}^n \right) \left. \right] + \\
 & \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( \sigma_{xz, k + \frac{1}{2}, i}^n - \sigma_{xz, k - \frac{1}{2}, i}^n \right) + c_2^{(4)} \left( \sigma_{xz, k + \frac{3}{2}, i}^n - \sigma_{xz, k - \frac{3}{2}, i}^n \right) + \right. \\
 & \left. c_3^{(4)} \left( \sigma_{xz, k + \frac{5}{2}, i}^n - \sigma_{xz, k - \frac{5}{2}, i}^n \right) + c_4^{(4)} \left( \sigma_{xz, k + \frac{7}{2}, i}^n - \sigma_{xz, k - \frac{7}{2}, i}^n \right) \right] \left. \right\}
 \end{aligned} \tag{B.1b}$$

As tensões  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xz}$  e  $\sigma_{zz}$ , respectivamente normais nas direções  $x$  e  $z$  e cisalhante, são calculadas por:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx_{k,i}}^n = & \sigma_{xx_{k,i}}^{n-1} + \Delta t \left\{ \frac{\pi_{k,i}}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + \right. \right. \\ & c_3^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \left. \right] + \\ & \frac{\lambda_{k,i}}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + \right. \\ & \left. \left. c_3^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.2a})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz_{k,i}}^n = & \sigma_{zz_{k,i}}^{n-1} + \Delta t \left\{ \frac{\pi_{k,i}}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + \right. \right. \\ & c_3^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \left. \right] + \\ & \frac{\lambda_{k,i}}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + \right. \\ & \left. \left. c_3^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \right] \right\}^n \end{aligned} \quad (\text{B.2b})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xz_{k,i}}^n = & \sigma_{xz_{k,i}}^{n-1} + \mu_{k,i} \Delta t \left\{ \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + \right. \right. \\ & c_3^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{x_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \left. \right] + \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + \right. \\ & \left. \left. c_2^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.2c})$$

onde

$$\pi_{k,i} = \lambda_{k,i} + 2\mu_{k,i}$$

Tabela 15 – Coeficientes do operador de diferenças finitas de 8ª ordem.

Ordem de aproximação	Coeficientes			
	$c_1^{(4)}$	$c_2^{(4)}$	$c_3^{(4)}$	$c_4^{(4)}$
8ª	$\frac{1225}{1024}$	$-\frac{245}{3072}$	$\frac{49}{5120}$	$-\frac{5}{7168}$

# APÊNDICE C – Solução por diferenças finitas das equações da onda para meio viscoelástico e isotrópico bidimensional

Considerando a propagação viscoelástica em duas dimensões, no plano  $z-x$ , a solução da equação da onda (equação 3.96) por operador de diferenças finitas com malha intercalada e aproximação de 2ª ordem no tempo e 8ª ordem no espaço foi estimada com a equação 3.101. Os índices  $(k, i)$  correspondem às posições de malha em  $(z, x)$ ,  $n$  à posição de malha no eixo temporal,  $\Delta t$  à amostragem temporal e  $\Delta x$  e  $\Delta z$  correspondem aos incrementos espaciais. Os coeficientes  $c_i^{(4)}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  são apresentados na tabela 15. O meio é caracterizado pela densidade  $\rho$  e pelas constantes de Lamé  $\lambda$  e  $\mu$ . A reologia do meio é representada pelos tempos de relaxação do esforço,  $\tau_\sigma$ , e da deformação,  $\tau_\epsilon$  dos  $L$  mecanismos de Zener utilizados.

Os campos  $v_x$  e  $v_z$ , velocidades de partículas nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente, são calculados por:

$$\begin{aligned}
 v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} = & v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho_{k,i}} \left\{ \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( \sigma_{xx_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - \sigma_{xx_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( \sigma_{xx_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - \sigma_{xx_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. c_3^{(4)} \left( \sigma_{xx_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - \sigma_{xx_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( \sigma_{xx_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - \sigma_{xx_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \right] + \right. \\
 & \left. \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( \sigma_{xz_{k+\frac{1}{2},i}}^n - \sigma_{xz_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( \sigma_{xz_{k+\frac{3}{2},i}}^n - \sigma_{xz_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. c_3^{(4)} \left( \sigma_{xz_{k+\frac{5}{2},i}}^n - \sigma_{xz_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( \sigma_{xz_{k+\frac{7}{2},i}}^n - \sigma_{xz_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{C.1a}$$

$$\begin{aligned}
 v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^{n+\frac{1}{2}} = & v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho_{k,i}} \left\{ \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( \sigma_{zz_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - \sigma_{zz_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( \sigma_{zz_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - \sigma_{zz_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + \right. \right. \\
 & c_3^{(4)} \left( \sigma_{zz_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - \sigma_{zz_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( \sigma_{zz_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - \sigma_{zz_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \left. \right] + \\
 & \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( \sigma_{xz_{k+\frac{1}{2},i}}^n - \sigma_{xz_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( \sigma_{xz_{k+\frac{3}{2},i}}^n - \sigma_{xz_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + \right. \\
 & \left. \left. c_3^{(4)} \left( \sigma_{xz_{k+\frac{5}{2},i}}^n - \sigma_{xz_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( \sigma_{xz_{k+\frac{7}{2},i}}^n - \sigma_{xz_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \right] \right\} \quad (C.1b)
 \end{aligned}$$

As tensões  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xz}$  e  $\sigma_{zz}$ , respectivamente normais nas direções  $x$  e  $z$  e cisalhante, são calculadas por:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx_{k,i}}^n = & \sigma_{xx_{k,i}}^{n-1} + \left\{ \Delta t \pi_{k,i} \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \right\} \left\{ \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + \right. \right. \\
 & c_2^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \left. \right] + \\
 & \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + \right. \\
 & \left. c_4^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \right] \right\} - \Delta t 2\mu \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + \right. \\
 & \left. c_2^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \right] + \Delta t \sum_{l=1}^L r_{xx_l} \quad (C.2a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{zz_{k,i}}^n = & \sigma_{zz_{k,i}}^{n-1} + \pi_{k,i} \Delta t \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left\{ \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + \right. \right. \\
 & c_2^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \left. \right] + \\
 & \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + \right. \\
 & \left. c_4^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \right] \right\} - 2\mu \Delta t \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + \right. \\
 & \left. c_2^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \right] + \Delta t \sum_{l=1}^L r_{zz_l} \quad (C.2b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xz_{k,i}}^n = & \sigma_{xz_{k,i}}^{n-1} + \mu_{k,i} \Delta t \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left\{ \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + \right. \right. \\ & c_3^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \left. \right] + \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + \right. \\ & \left. \left. c_2^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \right] \right\} + \Delta t \sum_{l=1}^L r_{xz_l} \end{aligned} \quad (\text{C.2c})$$

As variáveis de memória  $r_{xx}$ ,  $r_{xz}$  e  $r_{zz}$  são calculadas por:

$$\begin{aligned} r_{xx}^n = & r_{xx}^{n-1} - \frac{\Delta t}{\tau_{\sigma_l}} \left\{ \left[ r_{xx_l} + \frac{\pi_{k,i}}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left\{ \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + \right. \right. \\ & c_2^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \left. \right] + \right. \\ & \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + \right. \\ & c_4^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \left. \right] - \frac{2\mu}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + \right. \\ & \left. \left. c_2^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.3a})$$

$$\begin{aligned} r_{zz}^n = & r_{zz}^{n-1} - \frac{\Delta t}{\tau_{\sigma_l}} \left\{ \left[ r_{zz_l} + \frac{\pi_{k,i}}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^p}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left\{ \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + \right. \right. \\ & c_2^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \left. \right] + \right. \\ & \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + \right. \\ & c_4^{(4)} \left( v_{z_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{z_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \left. \right] - \frac{2\mu}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + \right. \\ & \left. \left. c_2^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{x_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.3b})$$

$$\begin{aligned}
 r_{xz}^n = & r_{xz}^{n-1} - \frac{\Delta t}{\tau_{\sigma_l}} \left[ r_{xz_l} + \frac{\mu_{k,i}}{L} \left( \frac{\tau_{\epsilon_l}^s}{\tau_{\sigma_l}} \right) \right] \left\{ \frac{1}{\Delta z} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{1}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{1}{2},i}}^n \right) + c_2^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{3}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{3}{2},i}}^n \right) + \right. \right. \\
 & c_3^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{5}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{5}{2},i}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{x_{k+\frac{7}{2},i}}^n - v_{x_{k-\frac{7}{2},i}}^n \right) \left. \right] + \frac{1}{\Delta x} \left[ c_1^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{1}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{1}{2}}}^n \right) + \right. \\
 & \left. \left. c_2^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{3}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{3}{2}}}^n \right) + c_3^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{5}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{5}{2}}}^n \right) + c_4^{(4)} \left( v_{z_{k,i+\frac{7}{2}}}^n - v_{z_{k,i-\frac{7}{2}}}^n \right) \right] \right\}
 \end{aligned}
 \tag{C.3c}$$

onde

$$\pi_{k,i} = \lambda_{k,i} + 2\mu_{k,i}$$

# APÊNDICE D – Solução analítica para meio viscoelástico

A solução analítica viscoelástica é obtida aplicando o princípio da correspondência, o qual estabelece que a solução de um problema dinâmico de um material viscoelástico pode ser obtida através da solução do correspondente problema em um sólido elástico, aplicando a transformada de Fourier na solução elástica, substituindo o módulo elástico pelo equivalente módulo viscoelástico complexo e retornando pra o domínio do tempo (CARCIONE; KOSLOFF; KOSLOFF, 1988a) (BLAND, 1960).

Para um meio elástico 2D, definido no plano  $xz$ , a solução analítica da onda gerada pela ação de uma força impulsiva introduzida na direção positiva do eixo  $z$  (especificamente na componente de velocidade de partícula  $V_z$ ) é expressa por (CARCIONE, 2015):

$$\begin{aligned} u_x(r, t, c_p, c_s) &= \left( \frac{F_0}{2\pi\rho} \right) \frac{xz}{r^2} [g_1(r, t, c_p, c_s) + g_3(r, t, c_p, c_s)] \\ u_z(r, t, c_p, c_s) &= \left( \frac{F_0}{2\pi\rho} \right) \frac{1}{r^2} [z^2 g_1(r, t, c_p, c_s) - x^2 g_3(r, t, c_p, c_s)] \end{aligned} \quad (D.1)$$

sendo  $u_x$  e  $u_z$  os deslocamentos das partículas nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente,  $t$  o tempo,  $c_p$  a velocidade de fase compressional,  $c_s$  a velocidade de fase cisalhante,  $\rho$  a densidade de massa,  $x$  e  $z$  a posição do receptor fictício,  $F_0$  a magnitude da força,  $r$  a distância entre a fonte e receptor e  $g_1$  e  $g_3$  dadas pelas expressões:

$$\begin{aligned} g_1(r, t, c_p, c_s) &= \frac{1}{c_p^2} (t^2 - \Gamma_p^2)^{1/2} H(t - \Gamma_p) + \frac{1}{r^2} \sqrt{t^2 - \Gamma_p^2} H(t - \Gamma_p) - \frac{1}{r^2} \sqrt{t^2 - \Gamma_s^2} H(t - \Gamma_s) \\ g_3(r, t, c_p, c_s) &= \frac{1}{c_s^2} (t^2 - \Gamma_s^2)^{1/2} H(t - \Gamma_s) + \frac{1}{r^2} \sqrt{t^2 - \Gamma_p^2} H(t - \Gamma_p) - \frac{1}{r^2} \sqrt{t^2 - \Gamma_s^2} H(t - \Gamma_s) \end{aligned} \quad (D.2)$$

sendo,

$$\Gamma_p = \frac{r}{c_p}, \Gamma_s = \frac{r}{c_s},$$

e  $H$  é a função degrau.

Para aplicação do princípio da correspondência, primeiro a solução elástica é

transformada para o domínio da frequência, obtendo:

$$\begin{aligned} u_x(r, w, c_p, c_s) &= \left( \frac{F_0}{2\pi\rho} \right) \frac{xz}{r^2} [G_1(r, w, c_p, c_s) + G_3(r, w, c_p, c_s)] \\ u_z(r, w, c_p, c_s) &= \left( \frac{F_0}{2\pi\rho} \right) \frac{1}{r^2} [z^2 G_x(r, w, c_p, c_s) - x^2 G_z(r, w, c_p, c_s)] \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

sendo,

$$\begin{aligned} G_1(r, w, c_p, c_s) &= -\frac{i\pi}{2} \left[ \frac{1}{v_p^2} H_0^{(2)} \left( \frac{wr}{c_p} \right) + \frac{1}{wrc_s} H_1^{(2)} \left( \frac{wr}{c_s} \right) - \frac{1}{wrc_p} H_1^{(2)} \left( \frac{wr}{c_p} \right) \right] \\ G_3(r, w, c_p, c_s) &= \frac{i\pi}{2} \left[ \frac{1}{v_s^2} H_0^{(2)} \left( \frac{wr}{c_s} \right) - \frac{1}{wrc_s} H_1^{(2)} \left( \frac{wr}{c_s} \right) + \frac{1}{wrc_p} H_1^{(2)} \left( \frac{wr}{c_p} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

onde  $H_0^{(2)}$ ,  $H_1^{(2)}$  são as funções de Hankel tipo 2 de ordem zero e um, respectivamente. Na sequência, substitui-se as velocidades elásticas  $c_p$  e  $c_s$  pelas suas correspondentes velocidades viscoelásticas complexas  $v_p$  e  $v_s$ , multiplica cada equação por  $iw$  (equivalente a derivação no tempo) e faz a transformada inversa de Fourier para obter a solução no domínio do tempo.

A partir desses preceitos, a resposta analítica viscoelástica foi implementada em linguagem Python, adaptando solução proposta por Fabien-Ouellet, Gloaguen e Giroux (2017a) (FABIEN-OUELLET; GLOAGUEN; GIROUX, 2017b). Para manter a característica de fase do pulso introduzido como fonte, este deve ter a aplicação das correções (1) e (2) descritas na seção 3.8.